

L'experiència matemàtica de Maria Antònia Canals i la metodologia Montessori a Casa de Nens (3-6 anys).

Algunes aportacions.



L'experiència matemàtica de Maria Antònia Canals i la metodologia Montessori (3-6 anys). Algunes aportacions.

“Perquè un mètode, sigui quin sigui, mentre tingui vitalitat, no serà mai una cosa acabada, un afer clos, sinó una esletxa oberta per apoderar-se sempre més endavant. Un mètode s’enriqueix amb les aportacions de totes les adaptacions que se’n facin mentre siguin serioses.”¹

M. Antònia Canals

“Volem allò que és vell perquè no podem conèixer allò que és nou i cerquem sempre la grandiositat, que es troba en les coses que ja han passat de moda, sense reconèixer en l’humil simplicitat dels inicis nous la llavor que s’haurà de desenvolupar en el futur.”²

Maria Montessori

¹ CANALS, M. A. (1984), pròleg a: Montessori, M. (1984) *La Descoberta de l’Infant*. Barcelona: Eumo Editorial / Diputació de Barcelona.

² MONTESSORI, M. (1984) *La Descoberta de l’Infant*. Barcelona: Eumo Editorial / Diputació de Barcelona.

Agraïments

A l'Aina, l'Emily i el Paul, pel seu suport i energia positiva, a la meva tutora Maria Carme Bernal pel seu acompanyament, a Gilda Bonnet per prendre el temps d'aconsellar-me i sobretot a Maria Antònia Canals tant per la seva acollida, i per l'immens regal que em va fer en compartir amb mi la seva gran saviesa vers les matemàtiques i els infants.

Resum

Encara que no hi ha consens sobre quan exactament s'inicia el coneixement matemàtic, en què consisteix, com es manifesta, què fa que emergeixi, o com canvia amb el creixement i l'experiència en els primers anys de vida; diversos estudis empírics han comprovat que els conceptes matemàtics a edats infantils són els predictors més poderosos de l'aprenentatge posterior.

Recerques recents sobre l'aprenentatge en els primers sis anys de vida demostren la importància de les experiències primerenques en matemàtiques. Els resultats d'aquests estudis corroboren dos aspectes que tant la Dra. Montessori com la matemàtica i mestra catalana Maria Antònia Canals consideren determinants per a l'aprenentatge matemàtic en els infants de 3-6 anys: el basar-se en situacions quotidianes i conegudes pels infants i l'importància d'iniciar l'ensenyament de les matemàtiques des de les primeres edats.

S'estudien els aspectes de la metodologia Montessori que afavoreixen l'aprenentatge de les matemàtiques en els infants de 3-6 anys i s'argumenta quines altres pràctiques poden complementar i enriquir-la partint del coneixement de Maria Antònia Canals, mestra llicenciada en Ciències Exactes, gran referent de la didàctica de les matemàtiques al nostre país i bona coneixedora del mètode Montessori. Es proposa crear un programa complementari per l'ensenyament de les matemàtiques a Casa de Nens (ambient Montessori per nens i nenes de 3-6 anys). Aquest consta d'una selecció d'activitats i materials considerats per Maria Antònia Canals com adequats per l'aprenentatge matemàtic en aquestes edats.

La proposta final descriu un conjunt d'activitats i exercicis matemàtics que estimulen i aprofundeixen l'aprenentatge de la geometria, del càlcul mental, de la lògica i del compteig i primeres operacions en els nens i nenes de 3-6 anys, quatre àmbits rellevants de l'ensenyament matemàtic a infantil. El propòsit és millorar l'aprenentatge de les matemàtiques de nens i nenes de 3-6 anys.

Paraules clau

Educació infantil, Didàctica de les matemàtiques, Material Sensorial, Enriquiment matemàtic, Mètode Montessori

Abstract

Although there is no consensus about when exactly mathematical knowledge begins, what it consists of, how it manifests itself, what makes it emerge, or how it changes with growth and experience in the first years of life; several empirical studies have found that mathematical concepts in early childhood are the most powerful predictors of subsequent learning.

Recent research on learning in the first six years of life demonstrates the importance of early experiences in mathematics. The results of these studies corroborate two aspects that both Dr. Montessori and the Catalan mathematician and teacher Maria Antònia Canals consider determining factors for mathematical learning in children 3-6 years: based on everyday situations and known by children and the importance of initiating the teaching of Mathematics from the earliest ages.

The aspects of the Montessori methodology that favor the learning of mathematics in children of 3-6 years are studied and it is argued which other practices can complement and enrich it based on the knowledge of Maria Antònia Canals, a key person in the teaching of mathematics in our country and learned in the Montessori method. This study proposes to create a complementary program for the teaching of mathematics at Children's House (Montessori environment for children from 3-6 years old). This consists of a selection of activities and materials considered by Maria Antònia Canals as suitable for mathematical learning at these ages.

The proposal describes a set of activities and mathematical exercises that stimulate and deepen the learning of geometry, mental calculation, logic and counting, and arithmetic in children 3-6 years - four relevant areas from mathematical to child education. The final purpose is to improve the learning of mathematics for children aged 3-6.

Keywords

Child education, Mathematics teaching, Sensory material, Mathematical enrichment, Montessori method

Índex

Introducció i justificació del treball	p. 1
I. Marc teòric	p.5
1.1 Importància de l'aprenentatge matemàtic als 3-6 anys	p. 5
1.2 L'experiència de Maria Antònia Canals	p. 7
1.1.1 Maria Antònia Canals i el mètode Montessori	p. 7
1.1.2 Maria Antònia Canals i les matemàtiques	p. 9
1.3 El mètode Montessori i l'ensenyament de les matemàtiques	p.12
1.3.1 Materials de matemàtiques a la Casa de Nens	p.14
1.3.2 Avantatges del mètode Montessori	p.17
1.3.3 Importància dels materials en el mètode Montessori	p.17
1.4 L'aprenentatge de les matemàtiques a infantil per àmbits, des de la perspectiva de M. A. Canals i del mètode Montessori	p.18
1.4.1 Càlcul	p.19

1.4.1a El càlcul a la Casa dels Nens (3-6 anys)	p.19
1.4.1b El càlcul a Infantil segons M. A. Canals	p.22
1.4.2 Lògica	p.24
1.4.3 Mesures i magnituds	p.27
1.4.4 Geometria: estudi de l'espai	p.30
1.4.4a La geometria a Casa de Nens (3-6 anys)	p.30
1.4.4b La geometria a Infantil segons M. A Canals	p.34
1.4.5 Jocs i Problemes	p.36
1.4.5a Jocs	p.36
1.4.5b Problemes	p.37
II. Context de la recerca i metodologia	p.35
2.1 Context de la recerca	p.39
2.1.1 Escola Montessori	p.39
2.1.2 Laboratori Gamar	p.41

2.2 Metodologia i instruments de recerca	p.43
2.2.1 Tipus de recerca	p.43
2.2.2 Instruments de recerca	p.45
2.2.2a Recerca bibliogràfica	p.45
2.2.2b Observació directa	p.45
2.2.2c Entrevista i sessió de treball amb M. A. Canals	p.50
2.2.2d Consultes a la formadora AMI Gilda Bonnet	p.52
III. Resultats de la recerca i propostes	p.55
3.1 Reglets numèrics, una revisió del material de granets Montessori	p.57
3.1.1 Descripció	p.61
3.1.2 Selecció d'exercicis per a Casa de Nens	p.62
3.2 Blocs lògics de Dienes: una aportació inèdita de M.A.Canals	p.68
3.2.1 Descripció dels blocs lògics	p.71
3.2.2 Selecció d'exercicis per a Casa de Nens	p.72

3.3 Geometria: la gran obsessió de M.Antònia Canals compartida amb Montessori	p.74
3.3.1 Punts en comú entre Montessori i Canals	p.74
3.3.2 Selecció d'exercicis per a Casa de Nens	p.76
3.4 Càlcul mental: el joc del garatge (aportació)	p.81
3.4.1 Descripció	p.82
3.4.2 El joc del garatge com a proposta per a Casa de Nens	p.85

IV. Conclusions finals i implicacions didàctiques p.87

4.1 L'aprenentatge de les matemàtiques a les primeres edats: factors a tenir en compte p.89

4.2 M. Montessori i M. A. Canals, dos enfocaments complementaris p.90

4.3 Implicacions didàctiques p.92

Referències p.95

Annexos p.102

1) Entrevista i conversa amb M. Antònia Canals

2) Observacions: taula de resultats

3) Recull de materials proposats per M. A. Canals per a l'aprenentatge de les matemàtiques a infantil (3-6 anys)

L'experiència matemàtica de Maria Antònia Canals i la metodologia Montessori (3-6 anys). Algunes aportacions.

Introducció i justificació del treball

Propòsit del treball

La pedagogia Montessori és fruit del seu temps i circumstàncies, i si bé la gran part del mètode resta ben vigent i pertinent en el moment actual, sempre és important una revisió i re-avaluació constant per tal d'assegurar-se que respon al moment present³. La mateixa Dra. Montessori presenta el seu mètode com un aprenentatge per a la vida i posa l'accent en el fet de que l'infant ha d'adaptar-se al món que l'envolta en cada lloc i en cada moment. En aquest sentit, es planteja aquest treball com una manera de **comprendre els aspectes de la metodologia Montessori que afavoreixen l'aprenentatge de les matemàtiques en els infants de 3-6 anys i descobrir quines altres pràctiques poden complementar i enriquir-la partint de la gran experiència de Maria Antònia Canals**, mestra llicenciada en Ciències Exactes, gran referent de la didàctica de les matemàtiques al nostre país i bona coneixedora del mètode Montessori.

Maria Antònia Canals és una matemàtica molt reconeguda per la seva gran experiència en didàctica de les matemàtiques. És mestra i llicenciada en Ciències Exactes i va ser ella mateixa alumna en una escola Montessori en els anys 30s a Barcelona (la seva tia Dolors Canals n'era la directora). Canals sempre ha defensat el mètode Montessori en la seva essència, però en l'àrea de les matemàtiques, en ser ella llicenciada en exactes i apassionada de la didàctica a infantil, ha anat a poc a poc afegint a la seva pràctica nous materials i activitats, molts creats per ella mateixa. Als seus 87 anys, ja fa temps que no es dedica a l'ensenyament amb nens i nenes però sí que continua amb la formació de mestres.

El treball es construeix a partir d'una sessió de treball amb ella a Girona, en la que la M. Antònia va compartir els seus coneixements sobre l'aprenentatge de les matemàtiques en els nens de 3-6 anys, a través de materials i jocs que té al seu despatx a la Universitat de Girona, el gabinet GAMAR (Gabinet de Materials i de Recerca per a la Matemàtica a l'Escola).

Per tal d'aprofundir en alguns d'aquests materials o activitats seleccionats per Maria Antònia Canals i per veure si podien ser complementaris dels materials ja existents en l'àrea matemàtica

³ En aquest sentit la Dra. Montessori creà l'Associació Montessori Internacional (AMI), per tal de que continués la seva tasca. Veure per més informació a: <https://montessori-ami.org/about-ami/our-mission>

montessoriana, es va comptar també amb el recolzament de la professora Gilda Bonnet⁴. La seva opinió i comentaris s'han tingut en compte a l'hora de determinar la manera de presentar els materials a Casa de Nens⁵ per a que aquesta proposta siguin una aportació positiva i complementària dels materials i exercicis Montessori, tot i preservant la pedagogia pròpia del mètode.

Interès del tema i justificació del treball

L'aprenentatge de les matemàtiques en nens i nenes de 3-6 anys des d'un punt de vista montessorià i completant-lo amb possibles aportacions de l'experiència de Maria Antònia Canals és interessant per diversos motius:

- Diversos estudis empírics han comprovat que, en comparació amb la lectoescriptura i el desenvolupament social i emocional a l'entrada de kindergarten (P5), els conceptes matemàtics a edats infantils són els predictors més poderosos de l'aprenentatge posterior (Day-Hess, C. & Clements, D.H 2017: 2)
- Estudis sobre diferents mètodes pedagògics han mostrat que alumnes del mètode Montessori aconsegueixen resultats més bons en lectura, matemàtiques i la resolució de problemes socials, tot i que l'efectivitat està condicionada a la bona fidelitat de la implementació del mètode (Walls, S et al 2015: 5).
- Maria Antònia Canals és una mestra i matemàtica molt reconeguda a Catalunya i a l'estat espanyol i el seu gran coneixement en didàctica de les matemàtiques ha influït en la manera en que s'ensenyen les matemàtiques a moltes escoles del nostre país.

⁴ Gilda Bonnet és guia i entrenadora montessori AMI amb gran experiència en l'àrea de matemàtiques de Casa de Nens (3-6 anys) i professora del màster en Pedagogia Montessori a la Universitat de Vic.

⁵ Casa dels Nens és el nom que reben les aules o "ambients preparats" per a nens i nenes de 3-6 anys dins el mètode Montessori.

Estructura del treball

Aquest treball consta d'una primera part en la que es defineix el **marc teòric**. En ella es discuteixen aspectes rellevants en relació a l'ensenyament matemàtic a infantil (3-6 anys). S'hi aporten les darreres recerques sobre el tema i es descriu l'enfocament que se'n fa des de la pedagogia Montessori i des de l'experiència de Maria Antònia Canals. Es complementa amb un apartat en el que es tracten els diferents àmbits de les matemàtiques que es treballen a infantil fent una comparació per cadascun d'ells entre el mètode Montessori i el que en diu M. Antònia Canals.

La segona part descriu la **metodologia** emprada i els instruments de recerca utilitzats.

La tercera part presenta els **resultats de la recerca**, on es fa l'anàlisi i discussió del material recollit, que inclou la recerca bibliogràfica, l'entrevista i la sessió de treball amb M. Antònia Canals i les observacions fetes en un ambient Montessori de Casa de Nens (3-6 anys). A partir dels resultats d'aquest anàlisi es fa la proposta de crear un programa complementari per l'ensenyament de les matemàtiques a Casa de Nens. Aquest programa consta d'una selecció d'activitats, materials i exercicis dels considerats per M. Antònia Canals com més adequats per l'aprenentatge matemàtic en aquestes edats. Els criteris de selecció i els propòsits de cada material i activitat s'expliquen abastament en aquest capítol.

La quarta part la conformen les **conclusions** extretes.

El treball es complementa amb les **referències** a les fonts consultades i amb els **annexos** on es recull el material recollit durant la seva elaboració.

L'experiència matemàtica de Maria Antònia Canals i la metodologia Montessori (3-6 anys). Algunes aportacions.

I. Marc teòric

En el següent marc teòric s'argumenta la importància de l'ensenyament de les matemàtiques a infantil (3-6 anys), aportant les darreres recerques sobre el tema. Els apartats que continuen descriuen de manera general la pedagogia Montessori i l'experiència de Maria Antònia Canals en relació a les matemàtiques i el seu aprenentatge per part dels infants d'aquesta edat. El darrer apartat es refereix als diferents àmbits de les matemàtiques que es treballen a infantil, presentant breument les visions del mètode Montessori i de la matemàtica Maria Antònia Canals respecte cadascun d'ells i posant l'accent en aquells aspectes en què convergeixen i en els que es complementen.

1.1 Importància de l'aprenentatge matemàtic als 3-6 anys

Un bon aprenentatge de les matemàtiques en les primeres edats és de rellevant importància perquè, com assenyalen Day-Hess, C. & Clements, D.H (2017:2), diversos estudis empírics han comprovat que en comparació amb la lectoescriptura i el desenvolupament social i emocional a l'entrada de kindergarten (P5), **els conceptes matemàtics a edats infantils són els predictors més poderosos de l'aprenentatge posterior** fins i tot a secundària (Cross, C.T. et al 2009: 8).

Les recerques recents sobre l'aprenentatge en els primers sis anys de vida demostra a més **la importància de les experiències primerenques en matemàtiques**. Un clima atractiu i motivador per a les primeres trobades dels nens i nenes amb les matemàtiques desenvolupa la seva confiança en la seva capacitat d'entendre-les i utilitzar-les. Aquestes experiències positives els ajuden a desenvolupar disposicions com la curiositat, imaginació, flexibilitat, inventiva i persistència, que contribueixen al seu èxit futur dins i fora de l'escola. (Clements & Conference Working Group, 2004: 1).

Els investigadors en didàctica de les matemàtiques han destacat la necessitat d'estudiar millor i especificar les habilitats dels nens i nenes per aprendre, així com les influències que té l'entorn en aquest aprenentatge, tan des del context sociocultural fins a les experiències escolars. Encara, però, no hi ha consens sobre quan exactament s'inicia el coneixement matemàtic, en què consisteix, com es manifesta, què fa que emergeixi, o com canvia amb el creixement i l'experiència en els primers anys de vida.

Un estudi exhaustiu sobre l'aprenentatge de les matemàtiques abans dels 6 anys des de diversos camps d'estudi, constata que la recerca ha evolucionat des de la posició de que els infants tenen poc o cap coneixement o capacitat d'aprendre matemàtiques a teories més actuals que defensen que posseeixen competències que són, ja siguin innates, o desenvolupades en els primers anys de vida. L'estudi també indica que *“les llacunes de coneixement apareixen en gran part a causa de la manca de connexió entre el coneixement informal i intuïtiu dels infants i les matemàtiques escolars”* (Clements, D. H. et al 2007: 462) i incideix en que els nens i nenes en edat preescolar porten espontàniament a terme accions de tipus matemàtic ja durant el temps de joc lliure: exploren patrons, formes i relacions espacials; comparen magnituds; compten objectes... Aquest fet s'ha provat cert per tots els nens i nenes, independentment del seu nivell i gènere. Així **el coneixement matemàtic fonamental és present durant la infància i es desenvolupa extensament durant els primers 5 anys de vida.** (Clements, D. H. et al 2007: 462)

En alguns estudis s'adverteix a més que els infants han d'aprendre a matematitzar les seves experiències informals mitjançant l'abstracció, representació i elaboració matemàtica, per tal d'aprendre el llenguatge matemàtic en totes les seves formes. (Clement, D.H. 2011: 968).

Els resultats d'aquests estudis corroboren els aspectes que tant la Dra. Montessori com la matemàtica i mestra catalana Maria Antònia Canals consideren determinants per a l'aprenentatge matemàtic en els infants de 3-6 anys: basar-se en situacions quotidianes i conegudes pels infants i iniciar l'ensenyament de les matemàtiques des de les primeres edats. M. Antònia Canals ho completa amb l'ús de materials manipulatius i la necessitat de l'expressió del que l'infant aprèn, tal com s'explica en el següent apartat.

1.2 L'experiència de Maria Antònia Canals



“Per mi l'educació matemàtica dels nens ha estat i és la meua vida entera. Vivim les matemàtiques perquè les portem a dins, en el cap i en el cor: les matemàtiques van posar els fonaments de la meua personalitat, em van ajudar a construir-me lliurement com a dona, estan a la base del meu compromís amb l'educació i han estat sempre un camí de solidaritat⁶”.

M. Antònia Canals

Apassionada des de petita per les matemàtiques, mestra i formada en Ciències Exactes, Maria Antònia Canals ha fet de la didàctica de les matemàtiques el seu camí, tal com ella mateixa diu sovint i molts li reconeixen: *“En la figura de Maria Antònia hi conflueixen la mestra, l'experta en matemàtiques, la formadora de mestres, l'activista i la universitària”* (Alsina, A. i Soler. J. 2005: 9).

És interessant conèixer el recorregut de M. Antònia Canals en relació tant amb les matemàtiques com amb el mètode Montessori per entendre perquè les seves aportacions poden ser tan importants per a millorar l'aprenentatge de les matemàtiques de nens i nenes de 3-6 anys i, concretament, a la Casa dels Nens.1.1.1 Maria Antònia Canals i el mètode Montessori

La Maria Antònia va conèixer de ben a prop la pedagogia Montessori, ja que de petita va anar a l'escola Montessori de les seves ties Canals. Com a mestra va tenir l'oportunitat d'aplicar Montessori al parvulari de l'escola Talitha i després a la seva pròpia escola Montessori Ton i Guida, al barri del Verdun, un barri en aquells moments molt desfavorit de Barcelona (Besalú i Costa, X. 2015: 326). De seguida va sentir que en l'àrea de la didàctica de les matemàtiques hi havia aspectes a millorar en el mètode, tot i que sempre ha respectat i defensat les bases montessorianes: *“Vaig començar fent mètode Montessori, del qual n'he après moltes coses però també del qual sóc crítica. La Montessori té molt clar això de tractar cada nen segons ell mateix; avui parlem de la diversitat, ella no parlava d'aquesta paraula però ho tenia molt clar.”*(Morer i Serra, E. 2007: 31-32).

⁶ CANALS, M. ANTÒNIA (2007). «Agradecimiento y respuesta al Premio Gonzalo Sánchez Vázquez, Granada, Arxiu personal de M. Antonia Canals» (document policopiats) A: Besalú i Costa, X. (2015), *20 mestres i pedagogues catalanes del sg.XX*, Editat per l'Associació de Mestres Rosa Sensat, p.335.

M. Antònia Canals destaca i defensa amb força alguns dels principis del mètode montessorià alhora que en fa crítica; i defensa canvis substancials en l'àmbit de la didàctica de les matemàtiques tant dins Montessori com en general a l'escola infantil. No ho fa només des de la teoria sinó, sobretot, des de l'observació dels infants i de la pràctica a l'aula, com ho va fer la mateixa Maria Montessori per definir el seu mètode. També, com la Dra. Montessori, sempre ha tingut la curiositat i la cura d'informar-se de les novetats existents en l'àmbit de l'ensenyament i sobretot en la didàctica de les matemàtiques, estudiant a fons Piaget i interessant-se per nous materials com els blocs de Z. Dienes.



Maria Antònia Canals i nens i nenes de la classe de 5 anys de Ton i Guida en un curs sobre el mètode Montessori durant l'escola d'estiu de Rosa Sensat a Bellaterra.

Com a punts bàsics que M. Antònia Canals rescata del mètode de Montessori trobem el respecte a l'infant, l'ús de material manipulable (*"la intel·ligència es troba a la mà"*, és una frase cèlebre de la Dra. Montessori), la llibertat d'elecció, la tria de materials que despertin o responguin a l'interès vertader de l'infant i que sorgeixin de la vida real i quotidiana d'aquest, i el canvi de rol del mestre o mestra: *"La millor part de la gran aportació de Maria Montessori al món de l'educació ha estat la seva manera d'entendre els infants, tant pel que fa a llur personalitat com al seu creixement i maduració fins a arribar a esdevenir persones completes i, com a conseqüència d'això, la seva manera d'entendre punts tan claus com el de l'aprenentatge i el fet educatiu, el paper social de*

l'escola, les seves característiques generals i la tasca dels educadors i educadores" (Canals, M.A 2003: 6-10).

A nivell concret de la didàctica de les matemàtiques, emfatitza la importància de la lògica com a base per a la construcció del pensament matemàtic, inspirada en els principis montessorians de desenvolupar totes les capacitats pròpies dels petits a partir de l'educació sensorial (Alsina, A. i Soler, J. (coord.) 2005: 66-67). Canals afirma també que una bona educació sensorial és la base de la didàctica de la matemàtica, perquè els dos processos de tota educació sensorial seriosa, com ho és la de Montessori, són els exercicis de classificar/aparellar i ordenar, que justament són el suport dels processos mentals que propicien la formació del pensament lògic i que, a més, coincideixen amb els dos tipus de relacions fonamentals en l'àmbit dels números: les relacions d'equivalència i les d'ordre.

Per aquest motiu sempre ha estat i encara és una gran defensora de **l'ús de materials manipulables** en l'aprenentatge matemàtic, sobretot, però no únicament, quan es tracta d'ensenyar als més petits. Ho considera imprescindible perquè, al requerir l'exploració i l'experimentació dels infants, a més de proveir una educació dels sentits, desencadena el pensament i posa les bases de la representació abstracta o mental: *"Crec, igual que Maria Montessori, que [l'activitat manipulativa] aporta una maduració del pensament. Del contacte entre l'acció física i la mental sorgeix una conceptualització vinculada amb la realitat, no "fora d'òrbita"... La manipulació és bàsica, sobretot en la primera infància"*. (Bramona, J. i Cabacés, R. 2017:5).

1.1.2 Maria Antònia Canals i les matemàtiques

*"Les matemàtiques són el cor del món. Ho són, juntament amb la llengua, perquè són a tot arreu: no hi ha res sense quantitats, sense formes, sense ordre, sense canvis de posició o de quantitat, sense relacions de mesura, sense combinatòria i atzar..."*⁷

M. Antònia Canals

Ja des de petita li apassionaven les matemàtiques. Ella explica que això es deu a que se li donaven bé i a més a la influència del seu pare, que sempre feia jocs de càlcul amb ella quan era petita. Per això

⁷CANALS, M. ANTÒNIA (2009). « Les Matemàtiques són el cor del món.» A: *Engega* núm. 12, p.1. Girona: Universitat de Girona.

va decidir formar-se en Ciències Exactes, malgrat que no fos una decisió fàcil a prendre en aquella època, i menys per a una dona i en una família amb tanta tradició dins l'ensenyament.

Tota la seva vida, millorar la didàctica de les matemàtiques a l'escola ha estat una de les seves principals fites, especialment per als més petits. Per a ella *"la Matemàtica posa en joc moltes de les facultats del nen. No és solament comprensió. És també intuïció, pràctica, memòria i creativitat. Per això té un paper molt important en l'educació de la persona."*(Canals, M. A, 1990a: 24.) I és per això que fer matemàtiques a l'escola és *"ajudar l'infant a créixer en un aspecte molt important de la personalitat, que és el desenvolupament de la capacitat de raonar, l'adquisició de les estructures lògiques del pensament. I quan aquest procés és harmoniós, també se l'ajuda al mateix temps a créixer en molts altres aspectes"* (Canals, M. A, 1990a: 23-24.)

M. Antònia Canals té molt clar que per a que es doni aprenentatge de veritat cal que el que s'ensenyi estigui íntimament relacionat amb les vivències quotidianes i reals de l'infant, que aquest hi estigui interessat i, a ser possible, que sigui actor del seu aprenentatge, és a dir, que sigui l'infant qui descobreix. En aquest aspecte no sols està d'acord amb Maria Montessori, sinó que també li donen la raó els darrers estudis sobre l'aprenentatge infantil de les matemàtiques (Clements, D. H. et al 2004 i 2007, Cross, C. T. et al 2009, Eliot, L. Ph.D. 2000 entre d'altres).

Afirma que les matemàtiques són una ciència i estan presents en totes les altres ciències però que al mateix temps també són una manera de veure el món: *"S'ha d'aprendre matemàtiques per comprendre millor la realitat, l'entorn en el qual es viu, i poder actuar-hi"*. (Canals i Tolosa, M. A 1998: 24). I adverteix que no s'ha de limitar les matemàtiques a la vida quotidiana, ja que aquestes també són necessàries en molts altres àmbits com que els ordinadors funcionin, per poder fer aterrar on es vol una nau espacial, entre d'altres: *"tan real és anar a comprar el menjar d'avui com ser astronauta o científic...no se'ls ha d'influir de la idea que les matemàtiques són bones perquè serveixen per anar a comprar; ho són també perquè existeixen els ordinadors, reals, que no existirien sense les matemàtiques"*. (Morer i Serra, E. 2007: 27).

Així doncs per M. Antònia Canals aprendre matemàtiques és *"aprendre de reconèixer en allò que tenim al voltant els aspectes quantitius que hi ha en tota parcel·la de la realitat. És també fixar l'atenció en les coses de l'espai, en les seves propietats geomètriques: les línies, les superfícies dels objectes ...les distàncies... i així anar construint l'esquema mental de l'espai. (...) No es tracta de transmetre uns coneixements, sinó de crear unes situacions - encomanar als alumnes el propi entusiasme per la Matemàtica, que permetin que els nens observin, experimentin, reflexionin i*

treguin conclusions d'allò que han fet, és a dir, que descobreixin i així per fi arribin a «saber» alguna cosa. (Canals, M. A, 1990a: 23-24.)

M. Antònia Canals, tal com s'ha dit, és una gran defensora de l'ús de materials manipulatius sensorials en l'aprenentatge matemàtic sobretot en les primeres edats, fins al punt de rebutjar de manera ferma l'ús de fitxes a infantil. Però adverteix que la manipulació i l'experimentació, per si sola, no porta pas a l'aprenentatge: cal introduir-hi un interrogant, un problema encara no resolt, per prendre consciència del camí fet i del que resta per fer, per comprendre. I la comprensió no és completa sense l'expressió, primer oral, després escrita (a través del dibuix, de la lletra i, finalment, del llenguatge matemàtic), que ajuda a interioritzar el concepte i a poder-lo aplicar. Des d'aquesta perspectiva, la didàctica de la matemàtica es podria resumir en aquest trajecte: el pas del concret a l'abstracte. (Besalú i Costa, X. , 2015: 329)

És també una gran defensora de la importància de l'ensenyament de la **geometria** des de les primeres edats, i per fer-ho prioritza l'experiència espacial (i no només a través de les mans sinó del moviment de tot el cos). Considera la nomenclatura geomètrica com secundària si no innecessària en aquestes edats: per a ella el principal és distingir entre recta, pla i volum (les tres dimensions), el fet de saber que es diu triangle o quadrat pot venir molt després. (Morer i Serra, E. 2007:33)

Maria Antònia Canals s'ha dedicat també a la formació de mestres a la Universitat Autònoma de Barcelona, a la Universitat de Vic i a la Universitat de Girona, on actualment és professora emèrita. Es va jubilar el 2001 i des d'aquest mateix any, dirigeix el Gabinet de Materials i de Recerca per a la Matemàtica a l'Escola (Gamar), un espai que va crear ella mateixa per fomentar la reflexió, experimentació i divulgació entorn a l'ensenyament de les matemàtiques a l'escola.

Després de conèixer breument l'experiència matemàtica i montessoriana de Maria Antònia Canals, és important conèixer també els punts principals del mètode que tant va influir en la seva tasca pedagògica. A continuació doncs s'ofereixen unes pinzellades sobre Maria Montessori i el mètode que porta el seu nom, fent esment a com es tracta la part de la matemàtica per als infants de 3-6 anys.

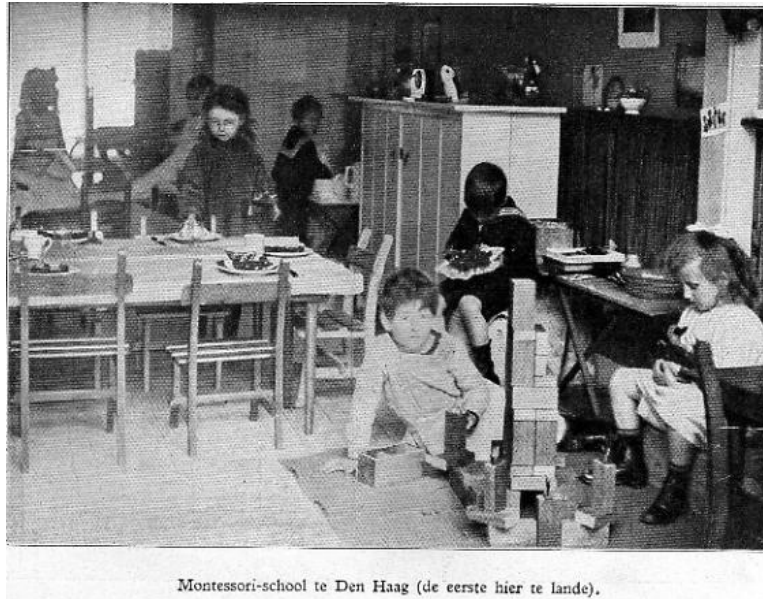
1.3 El mètode montessorià i l'ensenyament de les matemàtiques

La primera Casa de Nens va ser una escoleta en un barri pobre de Roma per a una cinquantena d'infants d'entre 2.5 a 6 anys, i la va fundar a Itàlia el 1907 la Dra. Montessori. Amb ella es pot dir que va iniciar el que es coneix actualment com mètode Montessori. Només 7 anys més tard, el 1914, es va començar a aplicar aquest mètode a Catalunya (Besalú i Costa, X. 2015: 326) i en molts altres llocs del món.

La seva ràpida expansió es va deure sobretot als extraordinaris resultats assolits pels nens i nenes de les primeres Cases de Nens i pels canvis que el mètode suposava respecte l'educació del moment: classes amb barreges d'edats, un sol material de cada tipus, treball individual i lliure elecció del material per part de l'infant, cap límit establert de temps per fer una activitat, i canvis en la figura del mestra o mestre, que passava a ser guia o acompanyant del procés d'aprenentatge: l'actor protagonista n'era l'infant.

El mètode Montessori a més introduïa el concepte d'**ambient preparat** (mobles i utensilis a mida dels infants, ordre i bellesa en l'ambient, materials adequats) i altres principis com el temps ininterromput de "treball" de 3 hores per encoratjar la repetició i la concentració, el propòsit intel·ligent dels exercicis (exercicis reals i lligats a la vida quotidiana del nen), l'absència de premis i càstigs ...i la *precisió científica*, doncs no en va la Dra. Montessori va anomenar-lo **mètode de la Pedagogia Científica**. Va anomenar-la "científica" perquè es basa en l'observació com a principal eina del mestre (o guia) i també perquè el material està curosament pensat i fet de manera que sigui tot el més precís i exacte possible: *"Presentant al nen un "material científicament determinat" que li ofereix, de una manera "clara" i "evident" el fonament sobre el qual ha d'aixecar-se l'activitat raonadora, aleshores es facilita no només l'aprenentatge de l'aritmètica, donant-li una forma elevada, sinó també el desenvolupament d'una profunditat lògica que s'hagués cregut impossible d'assolir amb els nens"*. (Montessori, M. 1934a, prefaci).

Amb aquest tipus de material, ambient i pedagogia, els nens i nenes de les Cases dels Nens desenvolupaven els seus coneixements d'una manera sorprenent, aprenent conceptes de llenguatge i de matemàtiques molt més ràpidament i de forma més completa i sovint precoç que amb l'educació tradicional. La Dra. Montessori en deia *"elaboració del coneixement"* (Montessori, M. 1934a: prefaci).



Imatge presa en la primera escola Montessori a Holanda, La Haia 1915. A: <https://es.m.wikipedia.org/wiki/Archivo:Montessori-school007.jpg>

L'enfocament de Maria Montessori reconeix doncs la "*descoberta com a força motor en el procés pedagògic*". Montessori afirma que l'aprenentatge està subjecte a la condició essencial de que l'alumne accepti rebre el coneixement i sigui capaç de prestar atenció o, en altres paraules, n'estigui interessat. (Montessori, M. 1934b: 9-10) La importància que dóna a l'**interès** queda reflectit en la manera en que especifica en els seus llibres de quina manera cada exercici desvetlla l'interès de l'infant, com per exemple, quan descriu l'exercici de la composició de grans números: "*És la possibilitat d'arribar als grans números, o millor, de començar pels grans números, el que desperta un intens interès. Els poder-los compondre i analitzar, movent els objectes, incita a la repetició del fascinant exercici*". (Montessori, M. 1934a: 27)

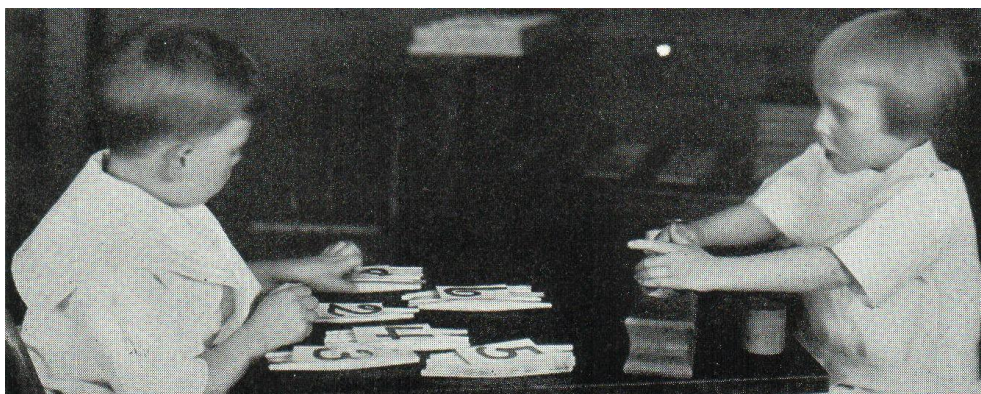
Des d'una perspectiva montessoriana, podem generalitzar que des del naixement fins als sis anys, la ment, inclosa la ment matemàtica, funciona inconscientment com una "**ment absorbent**": "*El nen absorbeix del món els distintius patrons que conformen la vida social del seu grup. Absorbeix la part bàsica o resumida, la part precisa, que es repeteix en la vida habitual de la gent. Absorbeix en poques paraules, la part matemàtica. I una vegada que els patrons s'han establert dins ell, romanen com a elements fixes, igual que la seva llengua materna.*" (Montessori, M. 2012: 189). Fins als sis anys, doncs, la ment matemàtica està funcionant sense consciència com ment absorbent, observant a través d'una exploració àmplia i sensorial el món real, descobrint relacions entre les dades

acumulades i creant patrons explicatius del que s'ha observat i descobert sense cap tipus de selecció ni discriminació i sense judicis de valor respecte a què observar o a explicacions resultants. Aquests processos estan clarament en marxa des del naixement i són essencials per a la formació de la personalitat durant els primers sis anys de la vida, tal com ho proven molts estudis actuals en desenvolupament infantil (Eliot, L. Ph.D. 2000, Clements, D. H. et al 2007, entre d'altres).

Maria Montessori va concloure que una ment matemàtica era "*una mena de ment que es construeix amb exactitud. Que la ment matemàtica és activa des del primer moment, es fa evident no només per l'atracció que exerceix l'exactitud sobre cada acció que realitza el nen, sinó que també la veiem en el fet que la necessitat de l'ordre dels nens petits és un dels incentius més poderosos que domina la seva vida*" (Montessori,M, 2012: 189,190). I és a partir d'aquests principis que crea el material de les Cases dels Nens.

1.3.1 Materials de matemàtiques a la Casa de Nens (3-6 anys)

És interessant notar que originalment la majoria del material de l'àrea de matemàtiques de l'ambient de 3 a 6 anys (Casa de Nens), la Dra. Montessori l'havia desenvolupat per a l'ambient per nens i nenes de 6 a 12 anys (Taller). Ella va observar en una escola montessori on hi havia Casa de Nens i Taller i en la que era possible passar d'un ambient a l'altre, que els nens i nenes de 6-12 anys usaven el material matemàtic amb indiferència, però en canvi els nens de 4-5 anys sí que hi estaven interessats (en aquell temps no hi havia material de matemàtiques a la Casa de Nens). Va ser llavors quan va introduir els materials matemàtics a la Casa de Nens.



Imatge del llibre *The New Student's Reference Work*, Chicago, 1914

Ben sovint, de totes les activitats que s'ofereixen a Casa de Nens, cap són tan populars, tan capaces d'inspirar entusiasme, interès i concentració com les de matemàtiques. L'infant ha de adonar-se que quan compta objectes com ara granets, petxines, caragols..., no està parlant sobre els objectes en sí, sinó que es refereix a alguna cosa sobre ells, la seva "quantitat". Per a alguns nens i nenes pot ser una cosa senzilla però altres només veuen els objectes. Per ser capaç de distingir un i més d'un, es necessita l'habilitat d'abstreure, i l'abstracció és un pas molt gran, s'ha de permetre que el nen ho prengui al seu temps, sense forçar ni anticipar. Això ho va entendre molt bé la Dra. Montessori, que per facilitar aquest pas a l'abstracció va crear tota una sèrie d'exercicis manipulatius que servien de **preparació indirecta**: *“la geometria i l'aritmètica són matèries abstractes on la ment ha de copsar en primer lloc alguna realitat i prosseguir després en un camp purament lògic. Ara bé, la realitat inicial és en sí mateixa abstracta i simbòlica: línies, números. Essent això difícilment comprensible pel nen, s'ha recorregut en les primeres classes elementals a representacions materials oferint als sentits quantitats en relació als números, formes complertes en relació a la geometria”* (Montessori, M. 1934b: 8).

L'infant, treballant amb “abstraccions materialitzades”, com les que ofereixen els materials de vida pràctica i sensorials de Casa de Nens, obté les habilitats necessàries per a treballar amb els materials matemàtics més endavant. Aquestes habilitats són per ordenar, per ser exacte i precís, calcular i repetir a la perfecció. (Vaz, N. 2013: 78).

A la Casa de Nens es diferencien 6 àrees en matemàtiques:

1. La introducció al número de l'1 al 10.
2. El sistema decimal.
3. Compteig de nombres de l'1 al 1000.
4. Exploració i memorització de les taules.
5. Passatge a l'abstracció.
6. Introducció a les fraccions.

Les qualitats i característiques dels materials Montessori de matemàtiques són essencialment sis:

- EXACTITUD: necessiten ser exactes, per mitjà de la verificació només una resposta per a un problema, el control d'error i les presentacions ordenades.

- ORDRE: seguint un procediment establert, augmentant les dificultats a mesura que el nen o nena va madurant, sense frustració.
- REPETICIÓ: per absorbir operacions abstractes a través de la pràctica, la qual porta a la perfecció.
- EXPLORACIÓ I ORIENTACIÓ: descobrir la interrelació entre nombres i operacions.
- ABSTRACCIÓ: el material concret i les "abstraccions materialitzades" proporcionen el procés per al desenvolupament de l'abstracció i també proporcionen un procés precís per utilitzar en les operacions.
- AUTOPERFECCIÓ: les matemàtiques són una eina que cada individu ha d'anar desenvolupant per arribar a un pensament lògic ordenat.

Finalment, és important de remarcar que hi ha dos principis per a tot treball matemàtic a la Casa dels Nens:

- **Abstraccions materialitzades.** Es comença amb el material sensorial que permet la presentació concreta dels conceptes (curt i llarg, per exemple) i gradualment es van descartant les "crosses materials" en un procés cap a l'abstracció. Montessori va prendre conceptes abstractes a partir dels quals va crear materials concrets; per exemple el concepte de longitud Montessori ho concreta en les barres vermelles, que permeten la percepció clara d'aquesta qualitat gràcies a que les barres aïllen aquesta qualitat, de manera que el nen pot enfocar-se en ella. Això és el que crea l'ordre mental. I en matemàtiques a la Casa dels Nens tots els elements abstractes són concretitzats en el material.
- **Aïllament de la dificultat.** S'introdueix només una dificultat alhora. Cada dificultat prèvia s'inclou en l'exercici següent. Cada pas ha de ser comprès en la seva totalitat abans que es presenti una nova dificultat, car si s'omet algun procés es pot crear una escletxa en la comprensió.

En els seus llibres "*Psico-Aritmètica*" i "*Psico-Geometria*", la Dra. Montessori exposa en detall el seu mètode en relació a l'aprenentatge d'aquests dos àmbits matemàtics.

1.3.2 Avantatges del mètode Montessori en l'aprenentatge de les matemàtiques - resultats d'alguns estudis comparatius

En un estudi longitudinal que va avaluar el mètode Montessori en infants de 3-6 anys i nens de 6-12 anys (Lillard, A.S & Else-Quest, N 2007), els resultats relacionats a coneixements i habilitats matemàtiques van mostrar diferències significatives afavorint els nens de 5 anys en escoles Montessori en quant a la resolució de problemes, si bé no es van observar diferències en raonament espacial i formació de conceptes. Un altre estudi, realitzat amb estudiants de batxillerat de Milwaukee que, anys abans, havien assistit a escoles públiques Montessori, va trobar que aquests obtenien resultats significativament superiors en matemàtiques i ciències, i lleugerament més alts (però no significativament) en estudis socials i anglès en comparació amb companys de la mateixa edat (Dohrmann, Nishida, Gartner, Lipsky i Grimm, 2007).

Un estudi més recent (Latsky et al 2016) sobre possibles avantatges de l'aprenentatge de les matemàtiques a la Casa de Nens ha mostrat millors resultats en l'aprenentatge de l'àritmètica dels nens i nenes als 5 anys, però aquests millors resultats es dilueixen al passar a primer i segon de primària on obtenen el mateix resultat que els seus companys en escoles tradicionals, si bé utilitzen estratègies diferents a l'hora de resoldre els problemes i les qüestions matemàtiques que se'ls plantegen. Tanmateix, també hi ha alguns estudis que no troben millors resultats per als nens en programes Montessori. Aquesta inconsistència de resultats podria explicar-se als diferents graus de implementació del mètode en les escoles estudiades. (Lillard, S. A. 2016).

1.3.3 Importància dels materials en el mètode Montessori

Els resultats del mètode Montessori semblen doncs dependre de la qualitat d'implementació del programa Montessori (Lillard, 2012: 397). Tot i que la fidelitat al mètode Montessori es pot mesurar de moltes maneres, i que actualment no hi ha cap mesura única i acceptada, l'ús exclusiu de materials Montessori reflecteix en gran mesura la fidelitat de la implementació del mètode. S'han conduït estudis⁸ (Lillard, S. a. 2016) que han mostrat que nens i nenes de 3-6 anys a les aules dels quals els materials no Montessori són eliminats, avancen significativament més en la lectura

⁸ En aquest estudi en una escola amb tres aules de Primària es va retirar tots els materials no Montessori de dues d'aquestes aules al mig de curs. Es van fer proves als nens immediatament després d'aquest canvi i, de nou, quatre mesos més tard. Les puntuacions de les dues aules de les quals es van eliminar els materials no Montessori es van comparar amb els canvis a l'aula en què es van mantenir els materials no Montessori.

primerenca, la funció executiva i fins i tot una mica més en matemàtiques que els nens i nenes en les altres dues aules on es mantenen materials no Montessori. Ja en un estudi previ, els nens a les aules en què els nens sols tenien accés a materials Montessori avançaven significativament més al llarg de l'any escolar que els nens en aules Montessori que complementaven amb materials no Montessori (Lillard, 2019:17).

Montessori sembla pensar que els materials específics que va desenvolupar, juntament amb els exercicis de la vida pràctica, eren importants per al seu sistema educatiu (Lillard, A.S. 2011: 4), i això queda reflectit en la profunditat i detall en què detalla cadascun dels materials i el seu ús i objectiu en els seus escrits, i també en la cura amb que dissenya i selecciona els diferents materials a proposar als nens i nenes: *“La manera com els infants utilitzaren aquests materials, les reaccions que els provocaren, la freqüència amb què feien servir aquests objectes, i sobretot els resultats de desenvolupament que proporcionaren, ens anaren oferint criteris dignes de confiança per a l’eliminació, la modificació i l’acceptació d’aquests mitjans com a material en les nostres escoles. Color, dimensions, forma i totes les qualitats foren establertes a partir de l’experiència.”* (Montessori, M. 1984: 115).

Després d’exposar l’enfoc Montessori respecte les matemàtiques i l’importància del material en aquest mètode, es passa a continuació a fer una descripció més detallada de cadascun dels àmbits de les matemàtiques comparant-ne la visió de la Dra. Montessori i la de M. Antònia Canals.

1.4 L’aprenentatge de les matemàtiques a infantil per àmbits, des de la perspectiva de M. Antònia Canals i del mètode Montessori

En les matemàtiques s’hi distingeixen diferents branques o àmbits. S’han escollit els que es consideren rellevants en l’aprenentatge de nens i nenes de 3-6 anys i s’han intentat aprofundir des de la mirada matemàtica de Maria Antònia Canals i des de l’enfocament del mètode Montessori de Casa de Nens, fent quan calia comparacions entre les dues perspectives.

Els àmbits treballats són els següents:

1. Càlcul
2. Lògica
3. Mesures i magnituds
4. Geometria: estudi de l'espai
5. Jocs i problemes

1.4.1 Càlcul

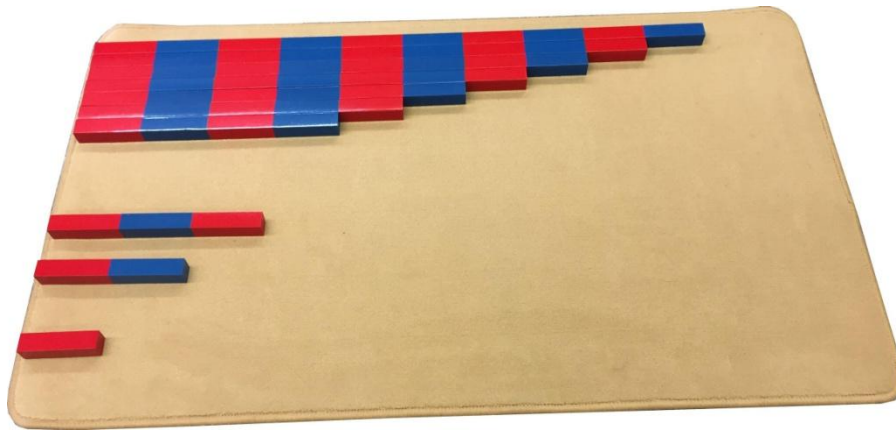
El càlcul, a les matemàtiques, n'és la part que estudia el conjunt d'operacions efectuades sobre quantitats, i s'aplica directament a les altres branques matemàtiques i altres ciències. En el càlcul s'integren el concepte de quantitat, els diversos tipus de números i les operacions. Els nombres són l'objecte principal de la matemàtica, i per això és necessari cuidar molt bé el seu aprenentatge i el de noció de quantitat, des de les primeres edats escolars. (Canals i Tolosa, M.A. 2009b: 9)

1.4.1a El càlcul a la Casa dels Nens (3-6 anys)

La Dra. Montessori utilitzava la preparació indirecta per facilitar el pas del concret al abstracte, amb l'ús de materials manipulatiu, anomenats materials sensorials, que permetessin el treball de "*la mà que es mou, l'ull que reconeix i la ment que jutja*". Va escriure un llibre anomenat "*Psico-Aritmètica*", publicat per primera vegada el 1934 en castellà, en que descriu la progressió d'exercicis a proposar als infants des de la Casa dels Nens (començant a partir dels 4 anys i mig) fins a edats majors.

El primer material que es presenta, a partir de 4 anys i mig, són les **barres numèriques**. Montessori les descriu com "*un sistema de deu barres prismàtiques de secció quadrada de 4 cm de costat, el primer dels quals que representa la unitat, té 10 cm de llarg mentre la resta tenen una longitud que augmenta successivament de 10 en 10 cm fins el desè bastó que assoleix la d'un metre. Les longituds múltiples de deu cm es diferencien en els bastons més llargs per la successió alternativa de dos colors diferents*". (Montessori, M. 1934a: 11)

Les barres numèriques representen les quantitats. Un material semblant però no marcat amb dos colors, les barres vermelles, s'utilitza en un període precedent (quan el nen té 3 anys) com exercici sensorial preparatori.



Barres numèriques. Material de la Universitat de Vic.

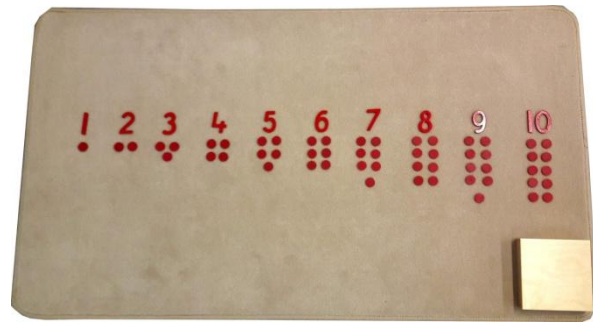
Montessori parteix del fet de que els nens d'aquestes edats han comptat ja o sentit comptar en la vida familiar, pel que segurament són capaços de dir el nom de grans xifres sense tenir per tant una idea clara de les quantitats equivalents. En canvi sí que perceben clarament la quantitat dels números petits perquè saben que tenen un nas, dues mans, cinc dits a cada mà, etc. *“Moltes vegades”,* diu Montessori *“hauran demanat tres bombons en lloc de dos sabent perfectament el que això significava”*. Per això Montessori aclareix que amb el material de les barres numèriques no es pretén ensenyar res de nou al nen sinó més bé ordenar i precisar idees vagues ja adquirides casualment per l'infant: *“Les barres numèriques faciliten la comprensió dels conceptes de la unitat i les relacions recíproques entre diverses quantitats, així com les relacions entre aquestes i la unitat.* (Montessori, M. 1934a: 12).

Segons els exercicis que es facin amb elles, dels més simples als més complicats, l'infant pot anar comprenent i descobrint conceptes cada vegada més complicats com correspondències amb el seu símbol numèric, descomposicions, etc.

Després de l'exercici de les barres numèriques, Montessori proposa el pas a materials on les unitats estiguin separades: l'exercici dels fusos i l'exercici de les fitxes i els numerals.

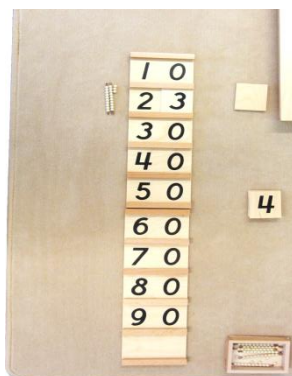


Presentació de l'exercici dels fusos. Material de la Universitat de Vic.



Exercici dels numerals i les fitxes. Material de la Universitat de Vic.

Després d'aquests tres exercicis, que anomena "pre-elementals" i que treballen els números del 0 al 10, es continua amb els exercicis que treballen sobre el sistema decimal i amb números majors (introducció al sistema decimal, composició de grans números, taules de Seguin, cadenes del 100 i del 1000, etc). És amb aquests materials que introdueix les primeres operacions aritmètiques: la suma, la resta, la multiplicació i la divisió, amb diferents exercicis, ja per nens de 5-6 anys que en mostrin l'interès. Finalment, amb nens del darrer any de Casa de Nens, es treballen les jerarquies dels números, i cada vegada exercicis que utilitzen més l'abstracció, com l'àbac.



Materials per treballar el sistema decimal. Material de la Universitat de Vic.

1.4.1b El càlcul a Infantil segons M. A. Canals

“El procés que segueixen en el camp numèric els nens i nenes de parvulari i fins als set anys és extraordinari. És el període en què fan el gran pas des de les primeres nocions intuïtives de les quantitats, experimentals i basades en la percepció sensorial, al coneixement dels nombres (només els naturals) ja com a noció o contingut conceptual⁹”.

M. Antònia Canals

La Maria Antònia Canals és ben clara respecte el procés necessari per a l'ensenyament del càlcul: *“Primer és tenir noció de quantitat i després saber expressar-la parlant i després saber-la escriure. I aquests pas seria adequat potser a partir dels 5 anys o dels 6”.* (Canals i Tolosa, M. A. 2012a. min.1:12:-1:10). Al seu dossier *“Primers Nombres”* M. Antònia Canals diferencia dos apartats: nombres i operacions.

Coincideix plenament amb la Dra. Montessori en quant a la importància de la manipulació i dels materials sensorials en l'aprenentatge de la quantitat: *“El nen, ja des del Parvulari, aprèn a classificar i ordenar objectes segons les qualitats sensorials, així com a veure les agrupacions d'objectes i relacionar-les entre sí. Aquestes són capacitats necessàries per arribar a adquirir la noció de quantitat”.* (Canals i Tolosa, M.A. 1990a: 24). Com Montessori, també té molt clar que cal partir d'experiències basades en la vida real: *“ Cal també que el nen avanci en el coneixement dels nombres i de les magnituds, no pas amb la sensació de fer-ho en un món separat del seu entorn, sinó a partir de la mateixa realitat: que vagi adquirint una idea intuïtiva de quantitats de la vida corrent, i que vagi descobrint els aspectes aritmètics de les situacions viscudes, per conèixer millor aquestes mateixes situacions i arribar, més tard, a saber extreure'n esquemes i lleis numèriques”.* (Canals i Tolosa, 1990a: 24-25).

Si bé comparteix amb Montessori molts plantejaments comuns, el fet que aquesta introdueixi des del començament la relació entre nombre escrit i quantitat és motiu de crítica ferma per part de Canals: *“Els nombres escrits estan en molts llocs que els poden mirar, si vols pots dedicar un dia a que els nens els mirin ... jo sóc partidària del càlcul mental, he llegit la Montessori sobre aquestes qüestions i no estic d'acord, comença amb el número escrit, després li posa el material sota, llavors*

⁹ CANALS, M. A. (2009) *Lògica a totes les edats*. Barcelona: Dossiers Rosa Sensat núm. 104, p. 13

compten sempre d'un en un."(Canals i Tolosa, M. A. 2015b. 2a part min.0: 44). La reticència de M. A. Canals a escriure números a l'etapa d'infantil (3-6 anys) es veu corroborada per alguns estudis actuals que han demostrat que *la capacitat dels nens de llegir o produir números o altres representacions no implica una comprensió proporcional del que representen* (Bialystok & Codd, 2000 a Clement 2007: 488), tot i que els mateixos estudis constaten que encara hi ha un debat obert sobre el paper exacte del llenguatge en l'aprenentatge de les matemàtiques. I de fet, en la pàgina del GAMAR figura com un dels dos objectius a assolir en aquesta etapa:

- Construir una primera noció o concepte de nombre natural, a partir de la pràctica, amb diversos materials, de relacions d'equivalència i d'ordre entre quantitats
- Aprendre el llenguatge escrit dels nombres, en la base de numeració pròpia de la nostra cultura, el qual ens permet la comunicació dels fenòmens matemàtics.

El que està clar per M. A. Canals és que el **càlcul mental** és imprescindible i part primordial en l'aprenentatge del càlcul: *"pels nens i nenes el moment decisiu en el càlcul mental és aquell en què ja arriben a poder aplicar les operacions que coneixen a nombres que ells imaginin"*. (Canals, M.A. 2010a: 18).

Tant per a M. Antònia Canals com per a Maria Montessori el coneixement dels nombres i de les **operacions** són inseparables. Per això ambdues no dubten en crear exercicis que introdueixin les nocions de suma, resta, multiplicació i divisió per a infants de 4.5-6 anys, si bé de diferent manera doncs per Canals l'eina fonamental segueix sent el càlcul mental. Una mostra n'és l'explicació clara i senzilla que M. A. Canals va fer en una conversa respecte la suma: *"Com em dedico ara a la suma?: Tinc diverses fitxes i vaig a fer aquesta suma. No s'ha d'escriure res. N'agafo tres en una mà, un, dos i tres. Els nens compten i et diuen "tres". Ara tinc 5 amb l'altra mà: un, dos, tres quatre i cinc. Ara ajunto les mans i ara sense separar les mans li dic que pensi més o menys quant tinc. Jo ara crec en una primera suma que no permet comptar d'un en un. Li he dit "més o menys" i això és molt important. (...) Si un nen em diu 7, no dic ni bé ni malament, jo no sóc la que jutja, i això també he après de la Montessori. Dic, a veure, obro les mans i compta. Ell compta i diu, ai, m'he equivocat, i jo li dic, no et preocupis que t'has apropat molt"*. (Canals i Tolosa, M. A. 2015b. 2a part min.0: 44)

Els principis de l'ensenyament de càlcul a infantil M. Antònia Canals els resumeix en prioritzar que els nens i les nenes imaginin les quantitats i les relacions entre elles (a través del càlcul mental), i vagin descobrint diverses maneres de combinar-les i arribar a un domini del càlcul mental que els

permeti preveure mentalment els resultats aproximats, doncs és el que sempre els serà útil en situacions reals i de la vida. (Canals i Tolosa, M.A. 2012b: 55)

1.4.2 Lògica

“El material Montessori per mi és un exemple de lògica. I la lògica resulta que és la bàsica de la matemàtica, per tant jo no hi puc trobar una contradicció, hi trobo la base.”¹⁰”

M. Antònia Canals

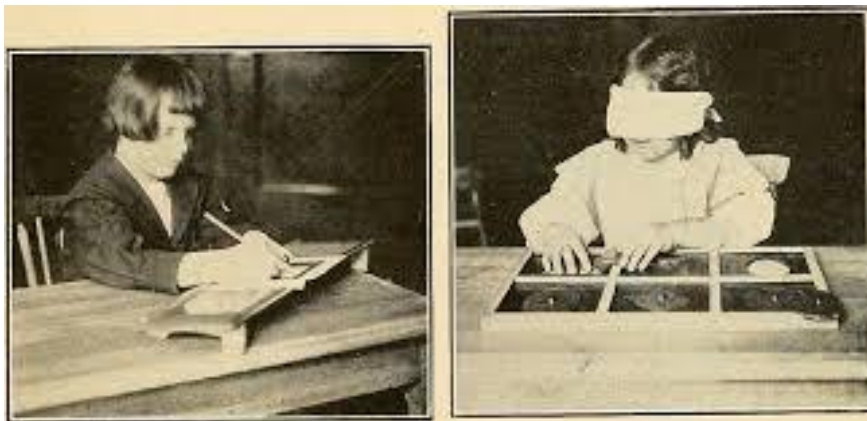
La lògica és l'estudi dels sistemes de raonament que un ésser racional podria utilitzar per raonar. És un terme que prové del grec clàssic λόγος logos; i que significava paraula, pensament, idea, argument, explicació, raó o principi. Tradicionalment és una branca de la filosofia, tot i que està present en totes les àrees del coneixement, entre ells les matemàtiques.

En el camp de l'aprenentatge de la lògica, es troben moltes similituds en els plantejaments de la Dra. Montessori i els de M. Antònia Canals, per això en aquest apartat s'exposen conjuntament. A continuació s'enumeren els principis en que es basen:

- **L'objectiu és desenvolupar el pensament lògic i la capacitat de raonament dels infants i no pas introduir el nom dels conceptes.** M. Antònia Canals explica el perquè clarament: *“cada vegada que classifiquen, fan materialment una relació d'equivalència, però encara no en són conscients, ni saben com es diu, perquè l'aprenentatge que realment fan no és conceptual sinó que és d'adquisició de competències.”* (Canals i Tolosa, M.A. 2009b: 9). Per la Dra. Montessori també cal que sigui primer l'experiència sensorial que desperta el pensament que no pas el vocabulari o nom del concepte.
- **Utilitzar activitats manipulatives sempre que sigui possible.** En aquest punt M. Antònia Canals s'identifica totalment amb el punt de vista montessorià *“Pel que fa a la utilització dels materials en la lògica, volem recordar que Maria Montessori, a començaments del segle XX, va comprendre i manifestar la importància cabdal de potenciar el raonament dels infants a*

¹⁰ CANALS, M. ANTÒNIA (2012) Conferència de Maria Antònia Canals Tolosa als alumnes d'Educació Infantil sobre la Pedagogia de Montessori. Servei d'Audiovisuals FCE-UAB min.38-44

partir de múltiples activitats manipulatives, basades en la percepció sensorial. S'ha fet cèlebre la seva frase: "el nen té la intel·ligència a la mà", amb la qual ens transmet el seu millor missatge de fe en el fet que les experiències sensorials impliquen i fan créixer el raonament lògic i el pensament en general. No és el material per si mateix el que provoca el raonament de la persona, sinó les accions que la mateixa persona fa amb el material."(Canals i Tolosa, M.A. 2009b: 12).



Imatge de la pàgina 32 de "The Montessori Manual", (1913).

- **Partir sempre que sigui possible d'experiències i materials de la vida real.** Com s'ha vist en l'apartat 1.1.2 i al llarg de tot l'apartat 1.3, aquest constitueix un dels principis de l'aprenentatge matemàtic tant per M. Antònia Canals com per la Dra. Montessori.
- **Despertar l'interès de l'infant.** Que per ensenyar de debò cal arribar a despertar l'interès de l'infant està molt present en tot el mètode de la Dra. Montessori (veure apartat 1.3). Per M. Antònia Canals l'interès es desvetlla a través d'un repte o d'una pregunta a resoldre: *"Les activitats de lògica a vegades s'encarnen en experiències reals, en uns problemes o simplement en treball proposat pels mestres, i altres vegades es presenten com a situacions lúdiques, que pel seu mateix caràcter interessen als nens i nenes. En tot cas, sempre són un repte per a la mainada que les ha de resoldre."*(Canals, M.A. 2009b: 11-12).

M. Antònia Canals descriu les capacitats pròpies del desenvolupament de la lògica, diferenciant les pròpiament matemàtiques de les generals. Entre les generals inclou observar, descobrir, treure

conclusions, trobar estratègies per resoldre situacions noves, investigar amb iniciativa i enginy, saber expressar verbalment allò que s'ha descobert i saber aplicar el pensament lògic a resoldre problemes i jocs.

Entre les de la matemàtica, destaca la capacitat de relacionar, per ordre, per equivalència i per altres criteris; la capacitat de deduir segons la llei de causa i efecte, la capacitat de comprendre les operacions, en el sentit ampli, com a canvi; la reversibilitat del pensament (capacitat de reconèixer i realitzar una acció en un sentit i en el contrari) i la capacitat de generalització o descoberta de fenòmens i lleis generals. En resum, la lògica representa el pas del pensament concret al pensament abstracte. (Canals i Tolosa, M.A. 2009b: 10-11).

Per portar a terme l'aprenentatge de la lògica a l'escola, M. Antònia Canals ha identificat i organitzat una sèrie de materials i activitats, alguns d'ells montessorians, tal com recull en el seu dossier "*Lògica a totes les edats*"¹¹. En fa la classificació següent:

- De relacionar:
 - Relacions tipus "M. Montessori", les quals inclouen aparellaments i sobre tot ordenacions per una qualitat creixent o decreixent.
 - Classificacions per qualitats amb materials lliures.
- De reconèixer i definir:
 - Jocs "del sí i del no" propis dels "blocs lògics de Dienes", els quals inclouen el treball de la negació, la introducció de símbols i tres tipus de jocs grup, amb una, dues o tres qualitats alhora.
- De practicar canvis de qualitats:
 - També amb els blocs lògics, "màquines de canviar qualitats".
 - Treball de preparació de la noció general d'operació.
- Jocs de diferències:
 - El joc específic dels "blocs lògics de Dienes".
 - Algun joc semblant, existent al mercat.

¹¹ Es pot consultar un recull de materials i activitats per 3-6 anys referents a la lògica extrets d'aquest dossier a l'Annex 3.

La Dra. Montessori no va fer cap distinció d'aquest tipus al descriure els seus exercicis si bé donava importància a la lògica i molts dels seus materials de classificació i ordenació, dels anomenats "sensorials", la treballen.

1.4.3 Mesures i magnituds

"Les mesures es refereixen a les magnituds contínues del nostre món. Mesurar vol dir confrontar una magnitud concreta amb una unitat preestablerta, veure «quantas vegades» hi cap...¹²"

M. Antònia Canals

Una magnitud física és qualsevol propietat natural que pot ser quantificada a partir de la mesura o del càlcul matemàtic, els possibles valors s'expressen en forma d'un nombre i, generalment, una unitat de mesura.

També en l'aprenentatge de les mesures i magnituds per part dels més petits els plantejaments de M. Antònia Canals van pel mateix camí que els de la Dra. Montessori, doncs les dues troben imprescindible l'ús de material manipulatiu o, com l'anomena Montessori, material sensorial: *"els de 4 i els de 3 com comencen la mesura? Tot allò que fem, que té a veure amb la lògica, de comparar, classificar, i sobretot ordenar és l'abc de la mesura. Si no saben ordenar llistons de fusta per longituds no cal començar la mesura. (...) És l'educació sensorial, és la base de la mesura"¹³.*

La Dra. Montessori també té molt clar la importància del material sensorial en el mateix sentit, doncs l'infant no necessita coses noves, sinó que necessita ordenar les que ja té a l'entorn per poder-ne distingir totes les qualitats (Montessori, M. 1984: 196).

Considera que el material sensorial és una abstracció materialitzada. El material presenta "el color", la "dimensió", la "forma", l'"olor", el "soroll", de manera tangible i distinta i ordenada en gradacions que permeten de classificar i d'analitzar les qualitats (Montessori, M. 1984: 202). I per utilitzar aquest tipus de material, la Dra. Montessori descriu clarament com cal fer-ho, destacant com punts

¹² CANALS, M. A. (1990) «Matemàtica al parvulari» Revista In-fàn-ci-a núm. 53, p. 23-26.

¹³ CANALS, M. A. (2011) *Sessions per a mestres sobre l'ensenyament de les diverses mesures* [14-03-2011, minut 43:13-45:30] A: <http://hdl.handle.net/10256.1/2112>

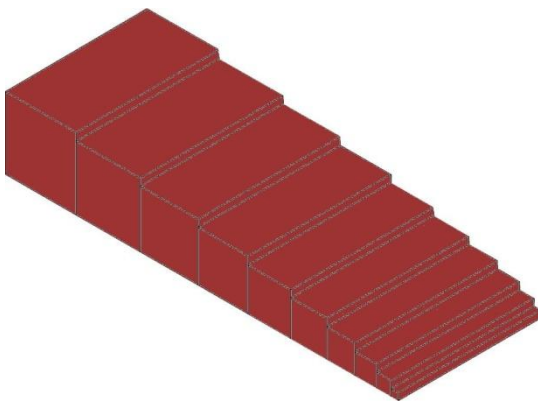
molt importants el principi de pocs estímuls, el de contrast i el de gradació. (Montessori, M. 1984: 130).

Un exemple de material sensorial molt relacionat amb les mesures, en aquest cas la mesura i identificació de les tres dimensions, són els que ella anomena "els tres blocs" i que correspon a les barres vermelles, l'escala marró i la seva coneguda torre rosa. Els tres material demostren diferències de dimensions a partir de la percepció visual :

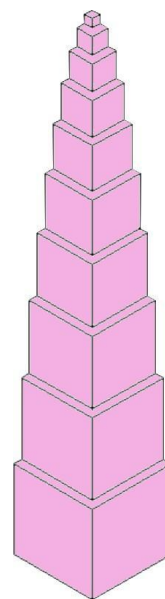
- barres vermelles: diferències d'una sola dimensió (alçada)



- escala marró: diferència gradual de dues dimensions (secció)



- Torre rosa: diferència en les tres dimensions.



La Dra. Montessori crida l'atenció sobre un altre aspecte que treballa aquests materials, que és el moviment corporal, de gran importància en nens i nenes de menys de 6 anys: *“Per poder gestionar objectes tan llargs i pesats, el nen es veu obligat a fer un moviment de tot el cos. (...) Els nens agafen els blocs amb una sola mà: i a la mà d'un nen de tres anys o tres anys i mig li costa molt agafar els blocs de deu centímetres de llarg. A més, aquests blocs, i sobretot el prisma de 10 cm. de llarg, pesen molt per al nen. Per tant, el nen fa grans esforços amb la seva petita mà i la reforça. Prenent repetides vegades tots els blocs de color marró, la mà del nen acaba adquirint automàticament la posició precisa i necessària per abastar l'espai de 10cm, de 9, de 8, de 7, de 6, de 5, de 4, de 3, de 2, d'1, és a dir, la memòria muscular es fixa d'acord amb les gradacions precises de l'espai.”*(Montessori, M. 1984: 143-144) I afegeix: *“[Amb els blocs] aquestes proporcions només són accessibles per a l'infant d'una manera sensorial, però la seva intel·ligència s'exercita sobre fonaments exactes, de manera que preparen les actituds matemàtiques”*. (Montessori, M. 1984: 146)

En el llibre on explica el seu mètode, la Dra. Montessori explica una anècdota que il·lustra molt bé fins a quin grau es poden educar els sentits i la capacitat de mesura dels nens i nenes. El fet passa a Barcelona, quan un vidrier arriba a la classe per canviar un vidre de la finestra. En creuar la classe en mig dels nens transportant el vidre nou, un dels nens diu: “no encaixa, és massa gran”. Per sorpresa de tots, el nen encerta: el vidre resulta ser 1 cm més gran del necessari. (Montessori, M. 1984).

Així tant per la Dra. Montessori com per a M. Antònia Canals queda establert que **la base de les mesures és sensorial**, cal oferir als nens i nenes exercicis per comparar, ordenar i classificar, perquè *“a un nen que ha comparat per pes, que ha ordenat per pes i que ha classificat per pes, ja li pots fer mesurar el pes”*.(Canals, M. A 2011b, minut 66:46-80:59)

En relació al concepte d'unitats i magnitud, la Dra. Montessori no en fa cap referència, doncs en realitat en el seu mètode no s'arriba a mesurar pròpiament dit, mentre que M. Antònia Canals sí que considera que són conceptes a incloure i treballar en aquestes edats. Una magnitud vol dir una cosa que pot ser més gran o petita i que es pot ordenar. N'hi ha set: longitud, superfície, volum, pes, capacitat, temps i intensitat. I per mesurar les magnituds cal parlar i comprendre el concepte **d'unitat**: *“les mesures són més de pràctica que de concepte però el concepte fonamental és la unitat, que els nens entenguin què és la unitat.”*(Canals, M. A 2011b, minut 1:36-7:04)

M. Antònia Canals precisa que les mesures comencen cadascuna a una edat diferent. Hi ha algunes mesures que es poden iniciar ja a infantil (3-6 anys), com la longitud i el pes, d'altres en canvi hauran d'esperar dins a després dels 6 o fins i tot 8 anys, com és el cas de la superfície, el volum o capacitat,

i finalment n'hi ha que si bé no poden treballar-se del tot a infantil, sí que pot donar-se una certa preparació o introducció abans dels 6 anys, com és el cas del temps.

A continuació de l'ensenyament de les mesures, segueix un apartat dedicat a l'aprenentatge de la geometria per part dels infants de 3-6 anys, un aspecte de les matemàtiques molt important tant per la Dra. Montessori com per M. Antònia Canals.

1.4.4 Geometria: estudi de l'espai

La geometria és la branca de les matemàtiques que s'ocupa de l'estudi dels objectes i figures i de les seves relacions en l'espai, és a dir: distància, posició, superfície, volum, forma, desplaçament, projecció, representació, etc.

A continuació es descriu de quina manera conceben l'ensenyament de la geometria en els nens i nenes de 3-6 anys la Dra. Montessori i la matemàtica M. Antònia Canals, remarcant quan cal les semblances o divergències que hi ha entre les dues.

1.4.4a La geometria a Casa de Nens (3-6 anys)

La Dra. Montessori dóna una importància especial a la geometria, arribant a dedicar-li un llibre, titulat "*Psico-geometria*". També ja en parlava extensament en els seus primers escrits, on en defensa la seva introducció a la Casa dels Nens amb els nens i nenes de 3-6 anys: "*Molts són de l'opinió que, amb l'ensenyament de les formes geomètriques, ensenyem geometria i que això no es pot fer en les escoles infantils, perquè és prematur. (...) Però observar la forma no és una cosa inadequada a l'edat: la taula en la qual s'asseu el nen per a menjar les sopes, probablement és un rectangle, i el plat que conté el seu menjar és un cercles i no es pot dir que el nen sigui immadur per a mirar la taula i el plat.*" (Montessori, M. 1984: 187)

La Dra. Montessori explica que els infants de 3-6 anys tenen una manera especial d'aprendre la geometria: "*té una manera d'aprendre, la de la selecció espontània, l'exercici repetit, l'activitat conjunta sensorial i motriu que acompanya a l'activitat sensible o psíquica*". (Montessori, M. 1934b: 13) Segons el mètode Montessori, entre els tres i el quatre anys, se'ls presenta el primer material

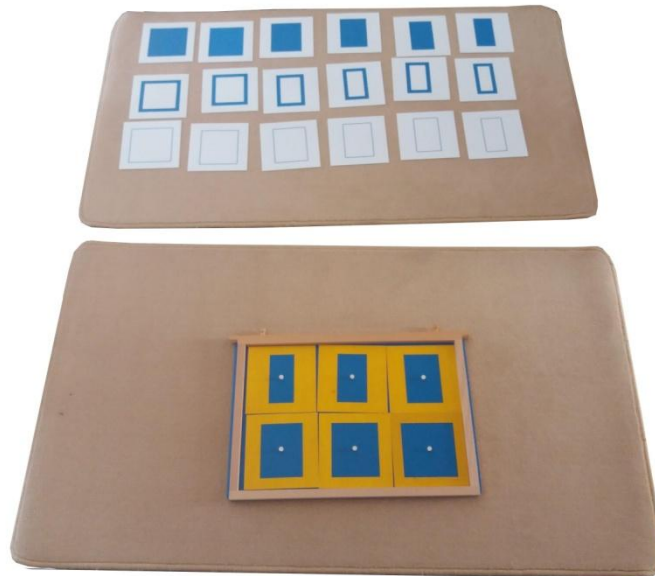
sistemàtic de formes geomètriques planes: *“el nen està preparat per a apreciar la forma simple; efectivament, el nen pot observar una finestra i una tauleta quadrades, sense esforçar-se; ell mira totes les formes que hi ha al seu entorn. Cridar la seva atenció sobre una forma determinada, vol dir il·luminar clarament aquesta forma i fixar-ne la idea”*. (Montessori, M. 1984: 127-128)

El material de les formes geomètriques planes està molt pensat i és exacte i precís, representant diferents formes de 10 cm del mateix material (fusta) i color (blau), per a que l'única qualitat diferenciadora en sigui la forma. Cada peça té un marc de diferent color i quan se'n treu la figura el fons blau de les safates de fusta ressalta i queda un fons idèntic a la figura en forma i color, de manera que l'exercici a fer, encaixar cada figura amb el seu marc corresponent, és en realitat un exercici d'aparellament que el nen coneix molt bé.

A aquestes formes les complementa tres sèries de cartronets: una 1a sèrie amb la figura geomètrica de paper blau i de mateixes dimensions i forma que les figures geomètriques de l'exercici; una 2a sèrie de cartronets amb el marc de color blau i d'un centímetre de gruix de les mateixes figures; i una 3a sèrie de cartronets amb el marc dibuixat amb una ratlla negra reproduint les figures en les mateixes dimensions i formes.

Les formes geomètriques planes es fan servir sensorialment, associant a la sensació visual sensacions tàctil-musculars, perquè faciliten el reconeixement. Es fa tocar a l'infant amb l'índex de la mà dreta tant els costats del tros a encaixar, com el costat interior de la peça que l'haurà d'encabir i que repeteix la figura del mateix tros, el que en sí és una cosa molt fàcil, perquè als nens petits, el que els agrada més és tocar. La Dra. Montessori constata que alguns nens que encara no reconeixen una figura mirant-la, la reconeixen tocant-la, o sigui resseguint-ne els costats. D'això en conclou que associar el sentit tàctico-muscular amb el de la vista ajuda molt a percebre les formes i en fixa la memòria. (Montessori, M. 1984: 148-151).

Per descomptat, els exercicis i variacions que es poden fer amb aquest material són diversos, com per exemple l'experimentar entre diferents figures i diferents marcs, o el fer girar les figures dins del seu marc per comprovar en quantes posicions poden ser ajustades.... Molts d'ells es troben ben detallats en el seu llibre de *“Psico-geometria”*, on a més, descriu els exercicis posteriors a l'etapa infantil.



Gabinet geomètric: rectangles. Material de la Universitat de Vic.

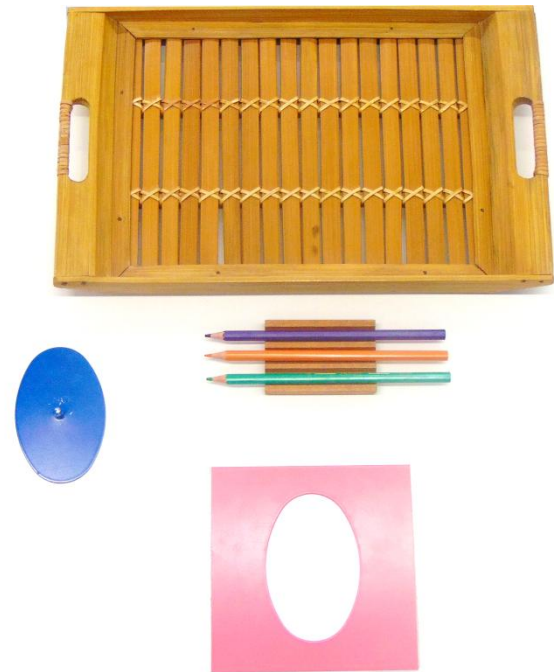
Un cop el nen sap distingir amb seguretat les formes, es comencen les lliçons de nomenclatura. Davant la crítica que alguns li van fer en aquest respecte, la Dra. Montessori argumenta: *“També a casa sentirà a dir moltes vegades que la taula és quadrada, la tauleta ovalada, etc.; i si el nen no rep un ajut com el que li donem nosaltres amb l'ensenyament de les formes, aquestes paraules quedaran confuses en el seu cap i en el seu llenguatge durant molt de temps”*. (Montessori, M. 1984: 187).

Una altra crítica que va trobar-se va ser la de l'ús de formes planes en lloc de figures sòlides. El material sensorial montessorià sí que té un exercici amb cossos sòlids, però el primer exercici d'introducció a la geometria és amb figures planes, i la Dra. Montessori tenia molt clara la raó: *“Deixem de banda la qüestió fisiològica, que demostra que la visió dels sòlids és més complexa que la visió de les figures planes, i quedem-nos en el camp més pedagògic de la vida practica. La major part dels objectes que nosaltres copsem amb la vista es poden comparar amb els nostres encaixos plans: en efecte, les portes, les bastides, el marc d'una finestra o d'un quadre, la superfície de fusta o de marbre d'una taula, són certament objectes sòlids, però tenen una dimensió molt reduïda i prevalen les altres dues dimensions que determinen la forma de la superfície, i nosaltres diem que aquesta finestra és rectangular, que aquell marc és ovalat o que aquella taula és quadrada. El nen reconeixerà molt sovint en l'ambient les formes apreses d'aquesta manera, i molt rarament hi reconeixerà les formes dels sòlids geomètrics.”*(Montessori, M. 1984: 187-189)

El material que s'ofereix a continuació de les formes geomètriques, és el de les insercions de metall. El material consta d'algunes de les figures geomètriques de mateixa mida i color però fetes de ferro, ja que així pesen prou com per mantenir-se a lloc durant l'exercici de dibuixar-ne el contorn, i a més és un material que permet molta exactitud de contorn.

L'exercici consisteix en repassar el contorn amb un color, i després a omplir la figura de color, sense sortir-se de la línia doncs això condueix indirectament a una observació repetida i minuciosa dels contorns.

“Amb aquests dibuixos que els petits executen amb ganes i en bona quantitat (deu o més al dia durant mesos), atrets pel treball en sí, pels colors del paper i dels llapis i pel plaer de produir coses belles, els nens d'entre quatre i cinc anys adquireixen, per experiència, la intuïció dels caràcters analítics de les figures, costats, angles, etc”..(Montessori, M. 1934b: 27).



Així “és la creació artística que esdevé mestre de la geometria, i les belles obres produïdes com a conseqüència d'això serveixen d'estímul constant i recompensa constant del progrés produït per l'impuls irresistible de la psique individual.” (Montessori, M. 2011: 21)

No són els únics exercicis que treballen la geometria a la Casa dels Nens però en són dos els principals i els que la Dra. Montessori explica amb gran detall en els seus escrits. Gràcies a aquests exercicis *“els ulls del nen es senten atrets per la part geomètrica de l'ambient que l'envolta (...) tot, portes, finestres, decoracions, tenen un nou significat”*. (Montessori, m. 1934b: 21).

Després d'haver presentat els principis en els que es basa el treball sobre la geometria a Casa de Nens, es comparteix a continuació la mirada de M. Antònia Canals sobre l'ensenyament de la geometria a infantil (3-6 anys).

1.4.4b La geometria a Infantil segons M. A Canals

“L’ensenyament de la geometria a les primeres edats es fonamenta en activitats de moviment del propi cos, molt lligades a la psicomotricitat, acompanyades per l’actuació dels mestres que han d’ajudar a interioritzar allò que el moviment pot mostrar de les primeres relacions de posició o d’altres propietats de l’espai.”¹⁴”

M. Antònia Canals

M. Antònia Canals diu sovint que la geometria és la gran oblidada de les matemàtiques que es fan a infantil i que moltes vegades l’únic que es fa amb els més petits es ensenyar què és un quadrat, un triangle i un cercle. *“I per tant donar aquests conceptes sense haver-lo experimentat no serveix de gaire, no serveix de res”*, i dona com exemple la vegada que després d’observar una alumna seva explicar què era un quadrat, un triangle i un cercle, i que tots els nens i nenes recitessin els noms correctament amb la mestra, va donar un full de paper a cada nen i els va demanar a cadascun de dibuixar una de les tres figures. *“Només tres o quatre van dibuixar el que havia demanat”*. (Conversa amb M. Antònia Canals, desembre 2017)

Per a ella, el que de debò és important per aprendre geometria és comprendre la diferència entres les tres dimensions i experimentar la posició en l’espai: *“Les nocions bàsiques de geometria són una dimensió, dues dimensions o tres dimensions, jo li en dic línia, superfície i volum. La geometria estudia la posició en primer, després lo que és línia superfície i volum i llavors estudia configuracions, formes, que es poden donar tan en la línia, com en la superfície com en el volum. Això seria el programa d’infantil”* (Conversa amb M. Antònia Canals, desembre 2017).

I per a això el moviment del cos és cabdal, l’activitat inicial ha de ser sempre la realització d’un moviment amb el propi cos, i després, sempre acompanyats de l’expressió verbal, es pot passar a la construcció amb materials i, finalment, a l’expressió plàstica o dibuix (Besalú i Costa, X. 2015: 331-332). *“Un nen de tres anys ha de saber expressar a la seva manera si es mou per un camí recte o un camí curvilini. Pot dir: « per aquí sempre miro endavant» , « per aquí ara miro a un cantó i ara a un altre» ... I llavors es va polint el llenguatge, de mica en mica. I després de l’expressió oral vindria la plàstica, també, evidentment”*. (Morer i serra, E. 2007: 27-28) No veu la necessitat de materials

¹⁴ CANALS, M. ANTÒNIA. (2015) «La geometria en l’etapa infantil.» A: Perspectiva Escolar núm. 380 març/abril 2015 p. 15

específics per ensenyar la geometria, es pot partir del que es té en l'entorn immediat, com pedres per fer línies, resseguir un cercle dibuixat a terra, observar figures en l'entorn, etc.

Per M. Antònia Canals, doncs, la manera d'aprendre les nocions bàsiques geomètriques és movent-se en l'espai. Tal com observa, als nens els encanta de dibuixar i seguir línies (miren les línies dels avions al cel, segueixen les línies del terra, els encanta seguir amb al vista les giravoltes d'una cinta lligada a un pal o de les bengales...)...així que un molt bon exercici és fer-lis dibuixar o resseguir línies. Per exemple moure davant seu una cinta llarga de color lligada a un pal i demanar que dibuixin els moviments, o fer-lis fer una línia amb pedres...fer-lis seguir recorreguts que giren, que són ara rectes ara corbs...o fer-lis explicar recorreguts a ells . Després es pot passar al concepte de superfície fent-lis pintar per dins una figura, o retallant-la...per finalment passar al concepte de cos, de volum, que és el més complexe. També és recomanable fer entrar els nens dins de grans capses per a que puguin explorar per dins i per fora un cos.... (Conversa amb M. Antònia Canals, desembre 2017)

En el seu article titulat "*La Geometria a l'etapa Infantil*" (Canals i Tolosa, M. A. 2015a), senyala els aspectes que considera fonamentals:

- La geometria és una ciència matemàtica que vol interpretar seriosament les magnituds que es defineixen en una, dues o tres dimensions i que en llenguatge geomètric anomenem longitud, superfície i volum.
- Al ser una ciència matemàtica en el seu coneixement s'ha d'involucrar sempre el pensament lògic, evitant quedar-se amb la simple observació de les formes o de l'espai: "*Això ho explica Piaget perfectament en un llibre que es diu "la construcció de l'espai en els nens" (...) si el nen no ho ha passat per dintre seu i no ho ha racionalitzat mínimament, no és geometria. És copia, o dibuix, memòria visual..però no és geometria*". (Canals, M. A 2011a, minut 64-64:51)
- No té un llenguatge propi i se serveix del llenguatge de les arts plàstiques: el dibuix per a les línies (una dimensió), la pintura o ceres per a les figures (dues dimensions) i l'esculptura per als volums (tres dimensions).
- La geometria s'ocupa de les formes, de totes les formes. S'ocupa també de la posició relativa entre els diferents cossos, expressada sovint amb els termes *davant, darrere, dins, fora, junts, separats*, etc.

- Per a tots, petits i grans, el moviment acaba essent la base de la comprensió de l'espai, les formes i les dimensions.

1.4.5 Jocs i Problemes

“Qualsevol tema de Matemàtiques pot plantejar-se en forma de «trobar», «d'endevinar», amb exercicis moltes vegades divertits i sempre estimulants. Ens sortim de totes les situacions (hi ha res millor que trobar la solució d'un problema...?) (...) Aquesta sensació ens fa créixer...Per avançar, és indispensable sentir el goig de la pròpia descoberta.¹⁵”

M. Antònia Canals

Els jocs i problemes, més que una part de la matemàtica, són instruments per al seu aprenentatge, i així és com els presenta la M. Antònia Canals, que adverteix: *“l'experimentació per si sola no ens porta a l'aprenentatge, cal també, quan experimentem, posar-hi un interrogant. Un interrogant relacionat, a més a més, amb l'experiència i l'entorn de la vida de l'alumne (...) El vertader aprenentatge és descoberta, ja ho deia Freinet”* (Biniés Lanceta, P. 2008: 16).

La Dra. Montessori en canvi, gairebé no esmenta els jocs ni els problemes en els seus escrits, si bé un dels exercicis de l'àrea de matemàtiques a Casa de Nens són precisament problemes senzills. El que sí que és un principi del mètode montessorià és basar l'aprenentatge en la descoberta del nen, tal com s'ha vist en l'apartat 1.3.

A continuació es descriuen en dos apartats diferents la visió de M. Antònia Canals respecte els jocs i els problemes.

¹⁵ CANALS, M. ANTÒNIA. (1990) «Matemàtica al parvulari.» A: In-fàn-ci-a núm. 53, p 24.

1.4.5a Jocs¹⁶

El **joc** en particular ha estat sempre una gran eina per a M. Antònia Canals, per això n'aconsella molt el seu ús, i es lamenta que no sigui un recurs prou reconegut. Explica que va ser gràcies al joc que va aconseguir un bon inici de l'escola de Ton i Guida, on la situació de partida era ben difícil: *“em va salvar el joc, sempre hi he cregut molt, en el joc”* (Conversa amb M. Antònia Canals, desembre 2017). A més tots els jocs *“tenen un component de tipus matemàtic: lògic, numèric, de situació en l'espai, etc. I els nens, quan juguen, fan un acte intel·lectual molt seriós, que posa en funcionament el seu pensament logico-matemàtic”*. (Canals, M. A. 1998: 24-25).

M. Antònia Canals cita quatre raons fonamentals per a l'ús regular del joc en l'ensenyament de les matemàtiques, començant perquè el joc és un element que es troba ja present de manera natural en la vida dels nens i nenes. Un altre aspecte és que el joc conté elements matemàtics, ja siguin relacionats amb la quantitat, la posició en l'espai, utilització d'elements de lògica, etc. També comporten una molt bona motivació per aprendre i, un aspecte molt important, donen atenció a la diversitat, al ritme diferent de desenvolupament dels infants, ja que davant un joc, s'hi impliquen gairebé tots els nens i nens: *“tothom en sap, de jugar, i tothom s'hi sent més o menys capaç, encara que uns en treuran més que d'altres”*. (Canals, M.A 1998:31)

1.4.5b Problemes¹⁷

Com a problema, la M. Antònia Canals entén la definició que en feia el gran matemàtic G. Pólya: una situació en la qual falta alguna cosa o no se sap com sortir-ne i a més el nen o nena no està preparat expressament per allò (sinó es tractaria d'exercicis d'aplicació).

Com a principis bàsics per utilitzar problemes la M. Antònia cita tres principis: el primer és partir, sempre que es pugui, de la vida real dels infants o de situacions que puguin imaginar fàcilment. El segon principi, basant-se amb l'exposat per Pólya, és presentar situacions inesperades, que obliguin a pensar, que promoguin la creativitat i la iniciativa per trobar estratègies i solucions. I el tercer i

¹⁶ Veure a l'Annex 3 l'apartat de Jocs, on es troba el recull de jocs que M. Antònia proposa per a infantil.

¹⁷ Veure l'Annex 3 l'apartat de Problemes, on es troba el recull i tipus de problemes que M. Antònia proposa per a infantil.

darrer principi és treballar amb formats diferents: manipulant, amb dibuixos, amb jocs, etc. (Besalú i Costa, X. 2015: 332).

M. Antònia diu ben clar que **la finalitat dels problemes ha de ser que els nens i nenes aprenguin**: *“No es tracta de trobar un simple resultat, sinó de pensar”*. (Canals i Tolosa, M. A. 1998: 26) I també emfatitza que explicar el procés realitzat és una part molt important per a l'aprenentatge, de la mateixa manera que escoltant a un company explicar el seu procediment, pot descobrir que sovint hi ha altres solucions vàlides.

Per això M. A. Canals aconsella *“treballar amb problemes oberts, que cal entendre com els que admeten més d'una solució.”*(Canals i Tolosa, M.A. 1998: 27). Un exemple amb que ho il·lustra sovint és el problema de la coca d'aniversari (veure per exemple Biniés Lanceta, P. 2008: 26).

A continuació d'aquest marc teòric, es passa a presentar el context de la recerca i metodologia que s'han utilitzat per dur a terme el treball.

II. Context de la recerca i metodologia

2.1 Context de la recerca

En el nostre cas hem concretat l'àmbit de recerca contextualitzada en dos espais: un ambient Casa de Nens d'una escola Montessori i el Laboratori Gamar de la Universitat de Girona. A continuació es descriuen tots dos.

2.1.1 Escola Montessori

L'ambient de Casa de Nens observat es troba al centre educatiu My Little Montessori, situat al barri de Gràcia a Barcelona. My Little Montessori és un centre privat bilingüe (castellà-anglès) d'ensenyament alternatiu al sistema tradicional en el qual s'aplica el Mètode Montessori. Acull nens i nenes d'entre 18 mesos i 6 anys. Així mateix, s'imparteixen tallers de caràcter artístic-creatiu en diferents idiomes per a totes les edats fora del temps de treball Montessori. Va obrir el gener de 2016.

Està al carrer Astúries, un carrer de vianants de Gràcia, i té tres aules: un ambient Casa de Nens (3 a 6 anys), un ambient de Comunitat Infantil (18 mesos a 3 anys) i una altra sala que és polivalent, a més d'un jardí exterior i un espai de cuina i menjador. Totes les aules reben molta llum natural que prové del seu gran jardí exterior. Aquest espai exterior té hort, diferents plantes aromàtiques, taules de pícnic per menjar, un tipi, una caseta i multitud d'elements naturals per jugar.

La Casa dels Nens és per a nens i nenes entre 3 i 6 anys, i acull un màxim de 18 nens. En aquest programa es treballa el mètode Montessori amb guies certificades AMI (Associació Montessori



Internacional). L'objectiu és que cada nen i nena vagi descobrint al seu ritme les diferents àrees de

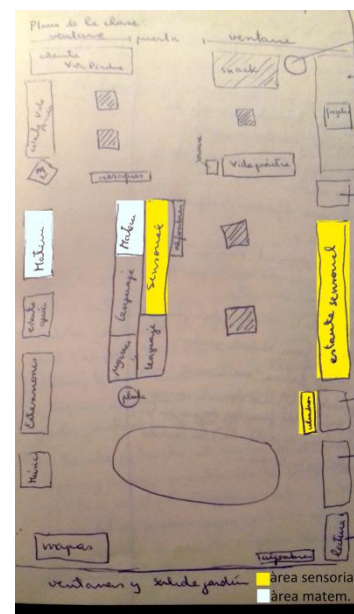
l'aula Montessori experimentant amb la vida pràctica, l'àrea sensorial, el llenguatge i les matemàtiques, acompanyats de les guies Montessori, seguint les especificacions i la filosofia del mètode.

L'aula de Casa de Nens comptava al moment de l'observació amb un total de 15 infants¹⁸, dels quals 9 eren nens i 6 eren nenes d'edats compreses entre els 3 anys i 3 mesos i els 5 anys i 9 mesos. La distribució per edats era la següent:

- 3-4 anys: 7 nens i nenes
- 4-5 anys: 5 nens i nenes
- més de 5 anys: 3 nens i nenes

L'aula de Casa de Nens era rectangular, d'uns 40 m², amb parets altes i clares, i comptava amb diversos estants de fusta a l'alçada dels nens i nenes on hi havia els materials classificats per àrees, a més de taules i cadires adaptades a la seva mida, i un estant amb estores que els nens poden agafar si prefereixen treballar al terra en lloc de a la taula.

L'aula comptava amb les quatre àrees de tot ambient de Casa de Nens Montessori, és a dir, l'àrea de Vida Pràctica, situada a l'entrada de l'aula prop de la pica amb aigua; l'àrea de Sensorial, que ocupava tots els estants de la part esquerra de l'ambient, l'àrea de llenguatge, força extensa i a diferents punts de l'aula, i l'àrea de matemàtiques, una mica més reduïda i situada a la part dreta de l'aula.



L'aula comptava gran part dels materials Montessori de cadascuna de les àrees, si bé no estaven exposats alguns materials de matemàtiques que es presenten als nens de tercer any (com l'àbac, la divisió per provetes, i la jerarquia dels números). Les dues persones adultes que hi havia a l'ambient estaven formades com guies AMI Montessori, una era de parla castellana i l'altra de parla anglesa. Per tant ambdues feien presentacions de totes les àrees, portant un registre del que presentaven a cada nen i planificant conjuntament les presentacions a fer cada setmana a cadascun dels nens i

¹⁸ El nombre de nens i nenes al llarg de l'any és variable doncs pot ser que s'acullin nous nens i nenes al llarg del curs quan és adequat.

nenes, adaptant-ho a partir de les seves observacions. Així doncs es presentaven materials de totes les àrees basant-se amb l'observació que es feia del treball i de l'interès de cada nen, i no en base de cap programa preestablert de continguts.

El dia iniciava amb l'arribada dels nens i nenes a les 8:45-9h. En arribar s'acomiadaven de la seva família i es canviaven les sabates per sabatilles i penjaven els seus abrics als penjadors. Entraven a l'aula i generalment començaven a "treballar", és a dir, escollien un dels materials (només dels que se'ls havia presentat) i es posaven a una taula o estora per treballar amb ell el temps que necessessin. El temps de treball Montessori era de 9-12h, després del qual els nens sortien al jardí per 30 min i tornaven a entrar per dinar. Abans de sortir al jardí al migdia, es feia regularment un moment de cercle o rotllana en el que tots els nens i nenes eren convidats. Era el moment d'explicar històries, o de conversar en grups, cantar, etc. Aquests moments de vegades s'aprofitaven per parlar del temps, mostrar el calendari, fixar-se en si hi havia nens absents, etc. Després de dinar, hi havia 10 minuts per sortir al jardí, i de nou de 14-15:30h hi havia o bé un segon cicle de treball Montessori, o bé alguna activitat d'art o cuina. A aquesta hora gran part dels nens i nenes marxaven a casa, i els que quedaven esperaven fins les 16:30 jugant al jardí. A les 16:30-16:45, era el moment que les famílies recollien els darrers nens i nenes.

Després de descriure l'espai on es van fer les observacions, cal explicar l'espai on va tenir lloc la sessió de treball amb la M. Antònia Canals, doncs també va ser molt important per aquests treball.

2.1.2 Laboratori Gamar

La primera trobada amb la Maria Antònia Canals va ser en un restaurant de Girona, on vam tenir una conversa llarga i interessantíssima (veure apartat 2.2.2b). Al final de la conversa, es va convenir de veure's l'endemà al seu "laboratori", el Gabinet de Materials i de Recerca per a la Matemàtica a l'Escola, més conegut com Gamar, i que es troba a la Universitat de Girona (UdG).

El gabinet GAMAR és un espai de reflexió i de pràctica entorn de l'ensenyament de les matemàtiques a l'escola en les etapes infantil, primària, i 1r cicle de secundària. La seva creació és fruit de la donació per part de Maria Antònia Canals de la dotació del Premi Jaume Vicens Vives a la Docència Universitària que va rebre de la Generalitat de Catalunya, l'any 2001, quan ja era professora emèrita de la Universitat de Girona. Per Maria Antònia Canals era clar que el premi tenia que ser útil a l'ensenyament, i la idea de fer-lo servir per a crear un gabinet de recerca sobre materials es

correspon clarament a la seva gran convicció de que l'ús de material manipulatiu és imprescindible en l'aprenentatge de les matemàtiques.

Des del principi, el Gamar ha estat reconegut per la Universitat de Girona, i des del 2004 disposa d'un estatut jurídic propi que ha anat adoptant diverses formes i ha estat aprovat definitivament el 19 de juliol de 2010, com a "*estructura de recerca*" directament vinculada al Rectorat de la Universitat de Girona. La seva ubicació definitiva és a la Biblioteca del Barri Vell, de la qual ha passat a formar part com un nou tipus de centre de documentació i assessorament per als professionals de l'educació matemàtica.

El GAMAR té la voluntat de ser obert a tots els mestres del país i la seva vocació és la d'arribar a ser un punt de trobada i de referència per a l'educació matemàtica a l'escola. Compta amb els col·laboradors següents:

- Facultat d'Educació i Psicologia i Departament de Didàctiques específiques de la UdG
- Fundació "Girona Universitat i Futur"
- GRUP PERÍMETRE, col·lectiu de mestres d'infantil, Primària i 1r cicle d'ESO de les comarques de Girona
- Associació de Mestres ROSA SENSAT
- Centre de Recursos per Ensenyar i Aprendre Matemàtiques, CREAMAT (Generalitat de Catalunya)

L'espai ocupat pel Gamar no és gaire gran, però és suficient per donar cabuda a un escriptori i cadira a l'entrada, i dues grans taules llargues a la part dreta de la sala, envoltades per estanteries que arriben fins al sostre i que és on s'exposen els materials i recursos. Els diferents colors, mides i formes dels materials creen un ambient colorit i divers, que atrau de seguida l'atenció del visitant.

Malgrat estar a una planta baixa de la biblioteca, al mateix nivell que hi ha els arxius, les seves grans finestres permeten una bona entrada de llum, que contribueixen a donar una sensació agradable a l'espai.



La M. Antònia Canals conjuntament amb altres mestres i matemàtics, perquè a ella sempre li ha agradat de fer les coses en equip, ha anat recopilant i seleccionant tots aquells materials que creu importants en la didàctica de les matemàtiques, classificant-los segons l'àmbit amb que es relacionen i distingint-los segons les edats a que van dirigits. Aquesta tasca de recopilació i creació de materials i recursos encara és porta a terme al present.

Cada material té un codi propi i la majoria están descrits a la pàgina web del Gamar a l'apartat de materials, indicant-ne el nom, les característiques, els objectius, el nivell, la procedència i les activitats relacionades. Una gran part dels materials están dedicats a l'ensenyament de les matemàtiques a infantil i primària, però també n'hi ha que són per a l'inici de la secundària. Están organitzats en diferents capítols, cadascun en prestatges diferents i amb un nom i codi color propi, corresponents a les diferents branques de les matemàtiques: Càlcul, Lògica, Mesures, Probabilitat, Geometria i Jocs i Problemes.

El Gamar és també un lloc de trobada per persones dedicades a la didàctica de les matemàtiques, a més d'un fons de materials i d'informació molt important. El segon dilluns de cada mes, de 6 de la tarda a 8 del vespre, el Gamar està obert a acollir a tothom interessat en la didàctica de les matemàtiques. I molt sovint el Gamar és lloc de sessions de mestres i matemàtics amb la Maria Antònia per tal de continuar aprofundint i fent recerca sobre materials per aprendre millor les matemàtiques.

Després de presentar el context del treball, el següent apartat continua amb la descripció de la metodologia i dels instruments de recerca utilitzats.

2.2 Metodologia i instruments de recerca

2.2.1 Tipus de recerca

El present treball analitza com l'experiència en didàctica de les matemàtiques de Maria Antònia Canals pot complementar i aportar al material Montessori existent per a l'aprenentatge de les

matemàtiques en les Cases de Nens. És una investigació **qualitativa i aplicada** que pretén aprofundir en un tema en concret, en aquest cas quines aportacions són factibles i quina és la millor manera de portar-les a la pràctica.

La recerca qualitativa ha estat escollida sobre la quantitativa perquè aquest treball compleix varies de les seves característiques:

- Reconeix l'existència de diferents versions d'una mateixa realitat i no d'una realitat única i objectiva. Per tant, els coneixements que es generen també seran heterogenis, recollint la varietat de perspectives dels diferents actors socials.
- El procés de recerca és inductiu, del cas pràctic a la teoria general. No es fan servir categories teòriques rígides preestablertes, sinó que s'espera que emergeixin resultats inesperats en el transcurs de la recollida de dades. Es desenvolupen conceptes i s'estableixen les bases per arribar a una formulació teòrica a partir de les dades, en comptes de recollir dades per verificar alguna hipòtesi.
- La recerca es desenvolupa en un context natural on esdevenen els fenòmens socials estudiats.
- L'autor es reconeix com a part del procés de recerca, assumeix i posa de manifest els seus valors i coneixement de la realitat que estudia. Reconeix que pot influir en el procés de recerca i tracta de disminuir els seus efectes tant en la recollida de dades com en l'anàlisi.
- El procés de recollida d'informació és intensiu, combinant diferents tècniques de forma complementària (observació directa, entrevistes, grups de discussió o anàlisi documental).
- La mostra d'informants no és estadísticament representativa. Més aviat se seleccionen aquells informants privilegiats a partir de criteris que es relacionen directament amb els objectius de l'estudi.
- El disseny de la recerca és flexible i es modifica a mesura que es recullen les dades i s'assoleixen els objectius de la investigació.

El calendari seguit en l'elaboració del present treball es detalla a continuació :

- Recerca bibliogràfica (tardor 2017)

- Entrevista Maria Antònia Canals i sessió de treball al Gamar (Hivern 2018)
- Observacions a una Casa de Nens (gener i febrer 2018)
- Primer esquema del treball (febrer 2018)
- Treball sobre el material recollit i noves consultes a Maria Antònia Canals si necessari i altres persones relacionades amb la didàctica de les matemàtiques a infantil i a Montessori (març 2018)
- Redacció del treball final (abril 2018)

Per dur a terme aquest tipus de recerca, s'han utilitzat els següents instruments, descrits a continuació.

2.2.2 Instruments de recerca

Al llarg de la recerca s'han utilitzat diferents instruments d'anàlisi i de models de recollida de dades com són la recerca bibliogràfica, l'observació directa, una entrevista i una llarga sessió de treball amb la matemàtica Maria Antònia Canals al seu gabinet de didàctica de la matemàtica Gamar i les consultes regulars a la formadora AMI i gran coneixedora de les matemàtiques a Montessori, Gilda Bonnet.

2.2.2a Recerca bibliogràfica

La recerca bibliogràfica, detallada en l'apartat de Referències al final del treball, ha inclòs la consulta d'estudis recents sobre l'ensenyament de les matemàtiques en les primeres edats, estudis referents al mètode Montessori i l'aprenentatge de les matemàtiques en nens i nenes de Casa de Nens (3-6 anys), articles i llibres dedicats a la figura i treball de M. Antònia Canals així com l'extensa bibliografia sobre didàctica de les matemàtiques a infantil produïda per la mateixa M. Antònia Canals.

2.2.2b Observació directa

Es diferencien tres tipus d'observació:

- Introspectiva: tenir un diari propi on s'escriu sobre el que es pensa o es sent personalment.
- Directa: seure, observar i fer anotacions.
- Indirecta: observar mentre treballem.

En aquest treball s'ha utilitzat l'**observació directa** tenint en compte els avantatges que aquesta ofereix:

1. És un procés important de descoberta través del qual es poden generar idees i hipòtesis.
2. Permet trobar respostes a preguntes específiques.
3. Es basa en el que s'està veient.
4. Proporciona un quadre més real de les conductes i els esdeveniments.
5. Ajuda a tenir un millor enteniment de la conducta del nen i entendre com el nen aprèn.
6. Permet fer una avaluació o conclusió basada en les observacions realitzades.

El mètode Montessori es basa principalment en l'observació i aquesta la concep com la capacitat de veure, captar, conèixer i descobrir el comportament i les actituds dels nens i nenes. La Dra. Montessori, com a metge de formació, va utilitzar l'observació des del principi, ja que és el primer pas del mètode científic: s'asseia i anotava el que observava, no treia conclusions fins que acabava l'observació i després revisava tot el que havia observat. En el treball s'han realitzat les observacions seguint el model i les consideracions del mètode Montessori. De primer s'han aplicat els dos principis que dóna per a l'observació:

1. **Eliminar obstacles:** Per observar, la ment ha d'estar buida, l'esperit obert i el cos disposat a fer-ho, amb la ment en silenci. S'ha d'estar present en cos i ment, sense pensar en el passat ni en el futur. S'ha de ser objectiu i fer a un costat les emocions. S'ha de deixar de banda idees preconcebudes i expectatives, i veure-ho tot com una cosa nova, com si no hagués existit abans, alliberant-se de preferències personals i estant disposats a acceptar el que la vida ofereixen aquest moment.
2. **Relacionar l'observat amb el medi ambient:** Descriure el que es veu, escolta, olora i sent (a través de la pell) en el medi ambient. S'ha de veure el tot tant com els detalls.

Les qualitats de l'observador segons Montessori són les següents:

1. Desenvolupar la capacitat d'observació.
2. Estar present en l'aquí i l'ara amb ment buida sense preocupacions ni prejudicis.
3. Es necessita una pau i tranquil·litat interior.
4. No tenir desig d'intervenir ni de jutjar.

I les característiques de l'observació montessoriana són les que segueixen:

- Amorosa: només podem transformar la nostra forma de veure a través de l'amor. Aquest amor de què es parla implica interès, respecte, responsabilitat i coneixement.
- Amb interès: estar oberts, Acceptar diferents formes. Saber que hi ha més coses que aprendre en cada situació. Cal acceptar i comprendre abans d'emetre un judici.
- Respecte: sense expectatives. Hem de ser curiosos en la relació amb el nen perquè és molt sensible a la influència externa.
- Coneixement i responsabilitat.
- Exacta, precisa: s'ha de basar en el que es veu, no en el que se sap, el més precís possible.
- Objectiva: sense fer judicis de valor, objectiu, sense interpretacions. Observar científicament, acceptant la realitat tal com està succeint.
- Humil: sense intervenir (excepte en cas greu) i reconèixer els altres amb les seves mancances i potencialitats. Tenir consciència del propi valor i el dels altres.
- Conscient: amb la ment buida, sense preocupacions, al present. Que cada cosa que s'observa i passi sigui en l'únic que estiguis pensant. Deixar tota la resta a un costat.

L'observació té defectes i limitacions. Un dels principals és la seva excessiva subjectivitat perquè depèn de l'avaluació personal de l'observador. Es pot desvirtuar l'observació per prejudicis, desitjos i preocupacions. Per això hi ha tres requisits per a una bona observació:

1. Tenir un mostreig genuí de dades escrites vàlids. Si no estan escrits l'observació no és vàlida. La memòria juga trucs molt complicats.
2. Un nombre suficient i assortiment d'observacions en condicions variades, en moments i activitats diferents de la vida del nen.
3. Prioritzar el que es va a observar. Potser no és important dir que obre i tanca la boca quan estem observant la relació d'un nen amb un altre.

Aquest tipus d'observació consisteix en anotar el que es veu, sense afegir res. Registrar exactament el que està passant, els esdeveniments que estan succeint, sense fer servir termes per qualificar (com gran, lleig, ràpid, lent) sinó paràmetres o mesures aproximades però el més precises possibles. Tampoc no es treuen conclusions.

Cal tenir en compte que la observació a Montessori no és passiva, encara que no es faci res, amb el sol fet d'estar presents s'altera l'ambient observat. Per això, per observar a l'escola hi ha regles per interferir el menys possible. Cal presentar-se a la directora del col·legi, saludar, agrair i no criticar i al final del dia cal acomiadar-se. No s'han d'emetre judicis sobre el que es veu en observar i s'han de seguir les regles de l'escola. Durant l'observació, la manera com un es vesteix també és important, cal no portar coses cridaneres sinó roba discreta, còmoda, ungles curtes, sense telèfons mòbils, per no cridar l'atenció i distreure els nens i nenes.

El temps d'observació comença generalment per mitja hora, després una hora, després hora i mitja fins arribar a dues hores que és el temps adequat per a una observació. Durant el temps d'observació és necessari quedar-se assegut sense moure, no intervenir en res, no estimular que el nen ens parli i la manera perquè això es dugui a terme és no fer contacte visual amb el nen. Si el nen es dirigeix a nosaltres podem contestar, però no es fomenta la conversa. La llibreta i ploma per a l'observació han de ser austers.

Els elements que cal anotar abans de l'observació són els següents: nom de l'observador, data, hora, lloc, clima, estat físic, estat d'ànim, nombre d'adults en l'ambient, hora d'acabament i la interpretació d'observació. També cal una descripció breu donant punts de referència com a mesures, formes, butaques en el lloc, es pot fer un croquis, nombre de nens i si estan sols o amb adults i amb quants adults. El clima també s'anota perquè influeix en l'observador i en l'observat, així com l'estat d'ànim de l'observador. Per la durada de observació cal posar l'hora d'inici i l'hora de finalització. Al final s'anota com un es va sentir, si va semblar molt llarga o molt curta la sessió.

Durant l'observació cal posar l'hora cada quinze minuts al marge de la fulla, i si hi ha observacions o comentaris dels que es vol prendre nota però no pertanyen a l'observació pròpiament dita, aquestes s'anoten als marges. A continuació es mostra un model de full d'observacions:

FORMATO PARA LA OBSERVACIÓN.

Fecha: _____ No. de observación: _____
Hora: _____ Tema: _____
Lugar: _____ Edad: _____
Clima: _____ Observador _____
E. Físico:
E. Ánimo:
No. de adultos:
Observación:

Hora de terminación: _____

Interpretación de observación: _____

En aquest treball les observacions es van dur a terme en un ambient de Casa de Nens durant 15 dies entre gener i febrer de 2018 en un grup de 15 infants (9 nens i 6 nenes) d'entre 3 anys i 3 mesos i 5.9 anys. L'observació es va realitzar dins l'aula, en dies consecutius i sempre en els mateixos horaris (9-12h, durant el temps de treball Montessori) i per la mateixa persona per tal d'aconseguir una màxima regularitat en les condicions d'observació.

L'objectiu d'aquestes observacions ha estat principalment el de recopilar i descriure de quina manera están presents les matemàtiques en el dia a dia en una Casa de Nens. Per a això es va tenir en compte el que M. Antònia Canals diu sobre les oportunitats o situacions quotidianes en les que les matemàtiques hi són presents sense que de vegades ens en adonem, el fet de que están "a tot arreu". Es va doncs intentar descobrir en quins exercicis o moments els nens i nenes de Casa de Nens estaven treballant les matemàtiques, ni que el material que estessin utilitzant no fos específicament d'aquesta àrea o ni que ells ni l'adult en fossin sempre conscients.

Durant les observacions s'anotava cada vegada que un nen o nena escollia un treball relacionat amb les matemàtiques, ja fos de l'àrea de matemàtiques pròpiament dita o d'una altra àrea, i també es

prenien en consideració les situacions quotidianes de classe que sorgien que treballaven les matemàtiques de manera espontània (per exemple comptar quants nens hi ha a l'hora de posar taula). Es van anotar en detall les vegades que nens i nenes triaven activitats relacionades directament en l'aprenentatge de les matemàtiques, quines eren i el temps que els nens hi passaven. S'anotava també el nom i l'edat del nen o nena que feia cada exercici.

En total es van fer 67 observacions¹⁹, de les quals 4 van ser durant moments en que el grup estava reunit en la rotllana; i es van anotar 18 materials Montessori diferents i 4 activitats o exercicis que no corresponien a un material específic (per exemple posar taula).

Dels 18 materials Montessori que els nens i nenes van utilitzar de manera "matemàtica", només 5 (28%) pertanyien a l'àrea matemàtica de Casa de Nens. Això en certa manera té lògica doncs els materials d'aquesta àrea estan pensats per nens a partir dels 4.5 anys, pel que no hi ha en realitat materials de l'àrea de matemàtiques que els menors de 4.5 anys poguessin haver triat. Tot i així, com bé nota tant M. Antònia Canals com la Dra. Montessori, els exercicis de caire sensorial estan molt relacionats amb la preparació a les matemàtiques, el que es correspon amb el resultat de que la meitat dels materials utilitzats (9 en total) eren de l'àrea sensorial. La resta eren o bé de l'àrea de llenguatge (2 en total, un 11%) o de l'àrea de Vida Pràctica (2 en total, un 11%).

Les observacions doncs aporten informació sobre com es treballen les matemàtiques des de l'enfoc montessoria. Per poder-ho contrastar amb l'experiència de la mestra i matemàtica M. Antònia Canals, es va organitzar una trobada amb ella per poder consultar-li sobre la didàctica de les matemàtiques en infants de 3-6 anys segons la seva perspectiva i en relació al mètode Montessori.

2.2.2c Entrevista i sessió de treball amb M. A. Canals

Partir dels coneixements i experiències de la mestra i matemàtica Maria Antònia Canals en aquest treball troba el seu sentit, no només perquè és ja un referent de l'educació matemàtica a infantil a Catalunya, sinó perquè a més és una gran defensora i admiradora dels principis de la pedagogia Montessori sense que això l'impedeixi fer-ne crítiques quan creu que és necessari, i especialment en el camp de les matemàtiques en el qual n'és experta.

¹⁹ S'ha considerat com una observació tota situació o activitat que implica treball matemàtic per part del nen o nena.

La conversa i sessió de treball amb Maria Antònia Canals va tenir lloc el 28 i 29 de desembre de 2017 a Girona. De la trobada se'n van prendre moltes notes i va permetre experimentar pràcticament amb molts dels materials que formen part de les propostes finals d'aquest treball.



A continuació segueix una breu descripció dels moments més significatius d'aquesta trobada²⁰:

El dijous 28 de desembre ens vam trobar per dinar plegades a La Taverna, un restaurant que coneix bé de Girona i on la coneixen molt bé també. No vaig ser l'única d'anar allà a trobar-la, la Maria Antònia és ben coneguda per molts. Aquell dia vaig tenir l'oportunitat de dinar i parlar amb ella unes bones tres hores, fins que, dinat acabat, van venir a buscar-la uns amics seus que estaven visitant-la aquells dies²¹.

Durant aquelles tres hores vam conversar sobretot de Montessori i de matemàtiques i dels més petits. La Maria Antònia em va dir que si gravava la nostra conversa no parlaria de la mateixa manera, pel que vaig estar d'acord només de prendre notes. Així que vaig acabar prenent apunts de

²⁰ Veure les notes preses durant la conversa i després durant la sessió de treball al Gamar en l'Annex 1.

²¹ Un d'aquests amics tan especials eren la Maria Sotos Serrano, la qual recentment ha escrit el llibre "*Maria Antònia Canals: la renovació pedagògica y didàctica de les matemàtiques*", que forma part de la bibliografia d'aquest treball.

tot el que m'anava explicant sobre la seva experiència amb Montessori, des de la seva infantesa passant per l'escola Ton i Guida, la descoberta dels blocs lògics de Dienes, i unes pinzellades del que fa al Gamar.

Li havia fet unes preguntes inicials en referència a la seva experiència pròpia amb el mètode Montessori, i de com l'havia posat a la pràctica a l'escola Ton i Guida. De l'escola Ton i Guida me'n va parlar moltíssim, i en parlar-me'n sorgien sovint referències a la metodologia Montessori i als materials, i sobretot, als nens i nenes i com aquests van reaccionar a la nova manera de fer escola i als nous materials. Vaig marxar amb recança però contenta de tot el que en tan poc temps havia après ja amb la Maria Antònia, i sobretot, feliç perquè havíem quedat per veure'ns de nou l'endemà, aquesta vegada al Gamar, el Gabinet de Materials i de Recerca per a la Matemàtica a l'Escola de la Universitat de Girona, del que la mateixa Maria Antònia és creadora.

El divendres 29 de desembre, vam passar tot un matí sencer descobrint els materials del Gamar que la Maria Antònia considera més adients per a ensenyar les matemàtiques a infantil. Vaig preguntar sobre els Reglets numèrics que ella va idear i l'ús dels quals tan a popularitzat en les escoles. Em va respondre amb una altra pregunta: quin era el meu objectiu, els infants petits i com aprenien matemàtiques o els reglets? Perquè els reglets ella no els concebia per a infantil sinó a partir dels 6 anys, a primària. Jo vaig preferir que m'expliqués sobre els infants de 3-6 anys, és clar. I la M. Antònia em va començar a ensenyar i explicar materials. N'hi havia de tot tipus, i la M. Antònia me'ls ensenyava amb tanta passió, barrejant sempre anècdotes pròpies, que se'm va passar les més de 4 hores volant.

Em va ensenyar els diferents prestatges i com estaven organitzats i em va recalcar que "cal diferenciar entre nombres i operacions" i entre "ordenacions, que necessiten com a mínim tres elements i sèries, i també és diferent la geometria, que es refereix a la posició". Entre d'altres em va ensenyar unes bosses esterognòstiques com les que s'usen a Montessori. També em va parlar de les correlacions qualitatives (per exemple, classificar objectes segons pertanyin a l'aire, aigua o terra) i les quantitatives, que serien adients per final d'infantil. També vam parlar del compteig, que per ella ha de ser un compteig lliure, no s'ensenyava, els nens ja en saben de comptar. I em va explicar l'anècdota del Marc i la Núria com exemple de l'important que és acompanyar amb el diàleg les descobertes i observacions dels nens, i també em va explicar com utilitzar la preparació de la representació del conte de la caputxeta per aprendre geometria. Entre d'altres materials que em va ensenyar (moltes vegades fent-me'ls provar) hi havia els següents: blocs lògics de Dienes i diversos

exercicis relacionats, aparellaments de quantitats, el joc del garatge, fotografies d'exercicis de geometria, objectes per mostrar la noció de línia, superfície i volum, les tauletes de colors de Montessori i les seriacions d'objectes.

Cap al final del matí van arribar dos visitants, com no podia ser d'altra manera, doncs la M. Antònia Canals és una persona molt sol·licitada. I fins i tot al final del matí s'hi va afegir el meu company, el Paul, al qual la M. Antònia no se'n va estar d'incloure en la demostració que en aquells moments ens estava fent dels seus estimats blocs lògics de Dienes. Material del que me'n va donar un exemplar que tenia de més, per a que l'explorés i el fes servir amb els nens i nenes.

A continuació es descriuen les consultes que es van dur a terme amb la formadora AMI Gilda Bonnet al llarg de la confecció del treball.

2.2.2d Consultes a la formadora AMI Gilda Bonnet

La Gilda Bonnet és auxiliar d'entrenadors i té 40 anys d'experiència com a guia Montessori AMI. És l'actual directora de l'escola Montessori Children's Community (MCC) a Vancouver, Colúmbia Britànica. Va establir aquesta escola el 2006 com a escola laboratori del Centre Montessori de Formació, i actualment també s'utilitza per a observacions i pràctiques de formació de professors i guies Montessori. També ha treballat a nivell internacional, establint aules de model per als programes de formació d'AMI impartits a Puerto Rico i Espanya. El curs 2017-2018 va ser formadora de l'àrea de matemàtiques en el màster en Pedagogia Montessori de Vic, sent aquesta la raó de que demanéssim l'aportació del seu coneixement i experiència a aquest treball .

Durant l'elaboració del treball es va mantenir doncs un intercanvi regular per correu electrònic amb la professora AMI Gilda Bonnet²², que com a formadora AMI és una gran coneixedora de l'àrea de matemàtiques. Aquestes consultes vesaven sobre els tipus de materials que podien ser interessants com aportacions per millorar i aprofundir l'aprenentatge matemàtic dels nens i nenes de Casa de Nens, partint dels materials presentats per la Maria Antònia Canals al Gamar. Les seves respostes van permetre definir millor les propostes sorgides així com la forma de dur-les a la pràctica a Casa de Nens.

²² Gilda Bonnet ha estat a més professora del màster en Pedagogia Montessori a la Universitat de Vic el curs 2017-18.

La seva opinió i comentaris van ser molt útils també a l'hora de determinar la manera de presentar els materials a Casa de Nens per a que les seves aportacions fossin positives i complementàries al que ja es treballa en el mètode Montessori, tot i preservant la pedagogia pròpia del mètode.

Després d'explicar els instruments utilitzats durant la recerca, es comparteixen a continuació els resultats extrets a partir de la informació i dades obtingudes.

III. Resultats de la recerca i propostes

Fruit del temps d'experiència com a guia Montessori en formació en una Casa de Nens i junt també amb les observacions descrites en l'apartat anterior d'aquest treball, se'n extreu que el material Montessori de Casa de Nens, en referència a l'aprenentatge matemàtic, és molt complert. Avala aquesta opinió la professora i formadora AMI Gilda Bonnet²³ quan diu: *“sóc un fidel creient que a l'Ambient Montessori no se li ha d'afegir o treure res; entenent que l'ambient preparat a nivell de 3 a 6 anys, té tot el que és necessari i suficient per ajudar a desenvolupar al màxim el potencial de cada nen, cosa que he pogut constatar a través dels meus 40 anys d'edat treballant amb els nens de 3 a 6 aplicant aquest enfoc pedagògic”*. No obstant, del temps de treball amb la M. Antònia Canals se'n conclou la idea que tot mètode es pot completar i millorar amb aportacions sempre que aquestes siguin fetes seriosament i des de la coneixença a fons d'aquest mètode, essent aquest el propòsit d'aquest treball.

Les propostes descrites sorgeixen dels materials presentats per la M. Antònia Canals durant la sessió de treball del Gamar. D'entre aquests se n'han escollit quatre que sobresurten especialment, tant per la seva importància en l'aprenentatge de les matemàtiques a infantil, com per aportar aspectes poc treballats o absents en la metodologia Montessori.

En relació al mètode Montessori, considerar el valor actual de les idees de Montessori sobre els materials a Casa de Nens és complicat ja que el món d'ara és diferent al de quan es va desenvolupar el mètode i no hi ha manera de saber quines eines o maneres de fer actuals utilitzaria la Dra. Montessori si fos viva avui dia. Per ella el seu mètode tenia sobretot l'objectiu d'ajudar a l'adaptació dels nens i nenes al seu món, entenent al seu temps i cultura donats, raó per la qual els materials de l'àrea de vida pràctica²⁴ eren diferents segons la cultura, i es pot pensar que la seva tendència era sempre la d'incorporar el que fos millor per al nen del que era existent o possible en cada moment ni que suposés un canvi dràstic en la manera de fer tradicional (per exemple, en la primera Casa de Nens va fer adaptar els mobles a la mida dels infants, també els lavabos, sent la primera persona a pensar a fer-ho).

²³ Com s'explica a l'apartat 2.2.2d, es va consultar la formadora AMI Gilda Bonnet al llarg del treball de recerca per comptar amb la seva experiència en l'àrea matemàtica de Casa de Nens.

²⁴ L'àrea de Vida Pràctica ofereix als nens i nenes les activitats que les persones de la seva cultura fan a diari (per embellir, per reparar, per tenir cura...) i les presenta adaptades a la seva mida i complint els principis Montessori d'ordre, punt d'interès, característiques del material, etc

L'Associació Montessori Internacional (AMI), creada per la mateixa Dra. Montessori per a que continués la seva tasca, té un Comitè Pedagògic que revisa periòdicament els materials i que hi ha realitzat alguns canvis seguint la seva missió de conservar el llegat de la visió de Maria Montessori i continuar *innovant* i augmentant l'impacte i l'abast dels principis i pràctiques de Montessori. Hi ha doncs uns principis clars lligats a les característiques que han de complir els materials que són indiscutibles per tal que aquests compleixin l'esperit de la pedagogia Montessori (veure apartat 1.3.1) i aquests s'han respectat a l'hora d'elaborar els resultats finals del treball.

La proposta final, que es desenvolupa a continuació, descriu un conjunt d'activitats i exercicis matemàtics que estimulen i aprofundeixen l'aprenentatge de la geometria, del càlcul mental, de la lògica i del compteig i primeres operacions en els nens i nenes de 3-6 anys, quatre àmbits rellevants de l'ensenyament matemàtic a infantil. No se n'ha escollit cap relacionada amb les magnituds i mesures perquè els materials proposats per M. Antònia Canals per l'ensenyament d'aquesta branca a infantil responen a les característiques dels materials que ja existeixen a l'àrea sensorial de la Casa de Nens, fins i tot la mateixa M. Antònia fa referència moltes vegades al material sensorial Montessori com un bon material per iniciar el nen a la percepció de les magnituds (veure apartat 1.4.3).

Seguidament s'exposen les diverses consideracions que s'han tingut en compte a l'hora d'escollir les activitats que conformen la proposta final d'aquest treball:

- Es van seleccionar materials i exercicis dels quatre àmbits de coneixement matemàtic identificats per M. Antònia Canals com més importants en l'aprenentatge a les edats de 3-6 anys: el càlcul, la lògica, la geometria i els jocs i problemes.
- Els materials i activitats escollits compleixen principis bàsics del material montessoria:
 - poden ser oferts als nens i nenes de manera que aquests els poden escollir lliurement segons el seu interès. Per aquest motiu es presenten en safates o recipients que contenen tot el material necessari per a l'activitat.
 - són limitats en quantitat, el que significa que a l'hora de portar-ho a la pràctica cal que hi hagi un exemplar de cadascun dels materials i activitats.
 - estan relacionats sempre que és possible a situacions de la vida real de l'infant o fan referència a elements que aquest coneix bé i amb els que n'està familiaritzat.

- promouen que el nen o nena pugui ser autònom a l'hora d'utilitzar-lo un cop li ha estat presentat, és a dir, que no tingui necessitat de l'ajuda d'un adult.
- permeten la repetició tantes vegades com l'infant vulgui, el que estimula la concentració i el perfeccionament.
- prioritzen l'experiència sensorial del concepte o aprenentatge a assolir.

Amb l'excepció dels exercicis pensats per a grups (com la dramatització de contes en l'apartat de geometria), tota la resta de materials i exercicis presentats compleixen aquests principis.

Seguint el parer de la professora Gilda Bonnet (veure capítol 3.2.2c) la proposta final que es suggereix pren forma d'un recull d'exercicis que es presenten, no com a extensions²⁵ del material Montessori de Casa de Nens, sinó com a part d'un programa complementari. Això es així per a preservar el temps de treball de tres hores que descriu la Dra Montessori com a imprescindible a la Casa dels Nens i perquè tal com demostren varis estudis (Lillard 2016 i d'altres) no és aconsellable la barreja de materials montessorians amb materials externs durant aquest temps de treball.

A continuació s'argumenta i es descriu cadascuna de les quatre propostes de materials i activitats matemàtiques de M. Antònia Canals que es considera que poden complementar de manera efectiva l'aprenentatge matemàtic dels infants de Casa de Nens.

²⁵ En el mètode Montessori es consideren extensions els exercicis que segueixen o amplien la presentació bàsica d'una idea, i en el cas de l'àrea de matemàtiques, es tractaria d'activitats o exercicis pensats per donar als nens més experiència i profunditat a mesura que exploren conceptes matemàtics clau.

3.1 Els reglets numèrics, una revisió del material de granets de Montessori

“La combinació de les peces [reglets] proporciona la possibilitat de resoldre problemes matemàtics sense escriure cap número: l'experiència de tocar les matemàtiques.”²⁶”

M. Antònia Canals

Maria Antònia Canals ha creat un material molt conegut i usat en les escoles catalanes, coneguts com els reglets numèrics de la Maria Antònia Canals. Els va fer a partir dels reglets de George Cuissinaire i ho va completar amb quadrats i cubs com els blocs multibase de Zoltan P. Dienes (Besalú i Costa, X. 2015: 333). Hi ha diversos tipus de reglets en el mercat, però el que caracteritza els de M. A. Canals és el fet de reunir en un mateix material tres peculiaritats: representar cada nombre amb un color propi; ser llisos, sense marcar les unitats, i comptar amb els reglets senzills i els quadrats i cubs dels deu primers nombres naturals.



²⁶ CANALS, M. ANTÒNIA (2007) *Maria Antònia Canals. El GAMAR, l'experiència de tocar les matemàtiques*. Universitat de Girona. Servei de Publicacions, p.28

Aquesta versió pròpia de reglets els va concebre per superar les limitacions que havia observat en el material Montessori en l'ús per al càlcul, especialment el seu material de granets: *“N'he fet una crítica de les matemàtiques de la Montessori. Com que conec bé el sistema n'he pogut fer una crítica des de dins, amb afecte. Hi he fet aportacions en el període en què els nens passen d'infantil a primària, el que suposa l'aprenentatge de la quantitat – amb força influència de la teoria de Piaget, teoria que de jove em vaig creure molt.”* (Morer i Serra, E. 2007: 33).

En el mètode Montessori l'aprenentatge de la quantitat es fa amb el material de les barres numèriques (veure apartat 1.4.1a) que s'assemblen en forma als reglets, tot i que són de mida molt més gran, però que es diferencien per estar marcades les unitats i per no diferenciar-se per colors. Però el material montessorianà que més s'assembla als reglets de M. A. Canals són els granets. El seu propòsit és la introducció de les primeres operacions, suma, resta, multiplicació i divisió, a més de servir com a material per explorar les diferents relacions que poden haver entre els números (sistema decimal, imparells i parells, composicions i descomposicions, etc). Els reglets també s'utilitzen per explorar les relacions entre números i fer operacions, però s'introdueixen al nen quan aquest ja ha conegut la suma i la resta d'altres maneres.

A l'igual que els reglets, els granets de Montessori assignen un color a cada quantitat, el que estimula l'ús de la memòria i permet al nen agilitzar el càlcul. Però se'n diferencia de manera clara pel fet de que els granets són cadenes d'unitats unides entre sí per un filferro, mentre que els reglets són barres de fusta sense cap tipus de divisió marcada.

Al no presentar divisions, els reglets estimulen el càlcul mental per sobre del compteig, el que és molt important per a M. Antònia Canals ja que considera que el càlcul mental és imprescindible i part primordial en l'aprenentatge del càlcul, i precisament troba que la Dra. Montessori no el tenia gaire en compte: *“crec que Montessori no valorava el càlcul mental i crec que el càlcul mental és molt bo, millor dit, crec des del meu punt de vista de matemàtica que el veritable càlcul és el càlcul mental.”*(Canals, M. A. 2015b. 2a part min.0: 44)



Tan els reglets com els granets presenten també quadrats i cubs, i faciliten la comprensió de pas entre categories: una barra (desena) és igual en llargada a 10 unitats, un quadrat (centena) correspon a 10 desenes i 100 unitats, etc.

En el cas dels granets s'ofereixen un cop el nen o nena ja ha assolit de manera sòlida el concepte de quantitat i ha experimentat, de manera indirecta, amb el concepte d'operació, és a dir, a partir dels 4.5 anys, tot i que depèn de cada infant. L'ús dels reglets, en canvi, M. Antònia Canals no el concep fins a primària i ho recalca molt bé cada vegada que els esmenta. El motiu d'incloure'ls malgrat tot com a proposta en aquest treball ha estat motivat per dues raons: una es que la raó fonamental per la que la Maria Antònia Canals reserva els reglets a primària es suporta en gran mesura per les teories piagetianes de les etapes d'aprenentatge, concretament en relació a la construcció de la noció de nombre i quantitat en l'infant. Actualment hi ha estudis que posen entredit algunes de les conclusions de Piaget respecte a aquest aspecte (veure apartat 1.1).



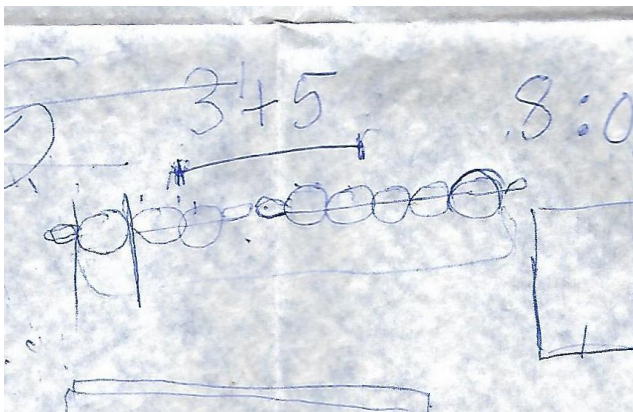
El segon motiu és que des dels inicis del mètode Montessori, els nens i nenes a les Cases dels Nens han progressat i assolit coneixements i competències sovint a nivells considerats propis de primària (com en el cas de la lectura i escriptura) pel que es pot suposar que en l'aprenentatge matemàtic es

pot donar el mateix cas. De totes maneres, per saber si és adequat oferir un material cal tenir en compte a cada infant en particular i el seu desenvolupament i procés en que es troba, pel que les edats que s'indiquen són sempre aproximades.

Aquest material podria dir-se doncs que fa les funcions dels granets en el material Montessori, amb dues grans diferències: l'edat introducció (Montessori presenta els granets a partir dels 4- 4.5 anys mentre que M. A Canals no veu adequat introduir aquest material abans de primària, als 6 anys); i que els reglets no están marcats, no presenten divisions com els granets. És a dir, el reglet del 5 no està dividida en cinc segments sinó simplement té la longitud de 5 unitats.

A més d'estimular el càlcul mental, el fet de no presentar marques respon també a una de les principals crítiques de M. Antònia Canals dels granets montessorians, que sorgeix de la seva pròpia experiència en usar-los amb els nens i nenes a classe, i és que al col·locar-se una barra de granets després de l'altra, en fila, per representar la suma de dues quantitats, la longitud total de les dues barres de granets no és exactament la mateixa que la de la barra resultat perquè el filferro del final de les barres ocupa un lloc. Això creava una gran confusió als nens i nenes en la seva classe tal com explica en aquesta anècdota dels inicis de l'escola Ton i Guida amb el material Montessori:

“Vaig començar a treure el material de Montessori...vaig arribar a tenir tantes crisis que vaig canviar el concepte d'ensenyar i aprendre. Recordo molt bé la primera crisi... La primera va ser amb els granets. Jo provava d'ensenyar a sumar als nens ajuntant les cadenes del 3 i del 5, dient-lis “aneu a buscar una cadena que sigui igual de llarga a aquestes dues juntes”. Els nens em portaven invariablement la cadena del 9, perquè juntes, les dues cadenes feien la llargària del 9 ja que els dos filferros dels extrems de cada cadena ocupen l'espai d'un granet (aquí la M. Antònia fa un dibuix per explicar-ho millor). Això m'exasperava, i els nens al veure-ho se m'apropaven i m'acariciaven la galta suaument, així, i em deien: “senyu, maca, senyu, maca” com si em tinguessin pena. Un dia els vaig preguntar perquè ho feien això, perquè em tenien pena?. Els nens van respondre: “perquè nosaltres prou sabem que 3 més 5 és 8. I jo els vaig contestar: i com ho sabeu? I em van dir: així. I van comptar amb els dits: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, i 8”²⁷.



desembre 2017, veure el text complet a l'Annex 1.

Detall del dibuix fet per la M. Antònia Canals sobre un tovalló de paper per mostrar el problema que va trobar en fer sumes amb els granets de Montessori.

3.1.1 Descripció

Es tracta d'uns reglets de fusta de colors que representen els deu primers nombres naturals, els seus quadrats i els seus cubs. Les seves magnituds són una expressió realista de les quantitats, amb la característica que les unitats que els formen no estan marcades. Els nombres es representen amb reglets d'1cm² de secció, la seva longitud equival en centímetres al nombre que representa i són dels colors següents:

- l'1 (un dau d'1 cm d'aresta) és de color de fusta natural
- als números 2, 4 i 8 (família del 2) els correspon la gamma rosa, vermell i granat
- als números 3 i 9, els correspon el color blau clar i blau fosc
- el 6 (família del 2 i del 3) és de color lila, barreja de rosa i blau
- el 5 és verd, i el 7 és groc
- el 10 és de color marró, barreja de rosa i verd (ja que 10 és 2 x 5).

Els quadrats són plaques quadrades, d'1 cm de gruix, cadascuna del color i longitud dels costats corresponents. Els cubs també tenen l'aresta en centímetres i el seu color correspon als números de l'1 al 10.

Els principals objectius dels reglets són variats i múltiples: ajudar a familiaritzar-se i aprofundir els nombres naturals; experimentar i descobrir relacions entre els nombres, els seus quadrats i els cubs; visualitzar les operacions i afavorir la seva pràctica; fer estimació de resultats i discutir diferents solucions; fonamentar el raonament a partir de la manipulació; afavorir la imaginació dels nombres i la seva expressió verbal; adquirir agilitat en el càlcul mental; facilitar el pas al llenguatge matemàtic escrit; aprenent el significat real dels signes; descobrir propietats de les operacions i estratègies

numèriques; i treballar la superfície i el volum en emprar una representació d'una, dues i tres dimensions, i especialment en relacionar els quadrats entre ells i els cubs entre ells. *“Resumint, podem dir que els reglets numèrics, a més a més d'una gran eficàcia per a la comprensió de conceptes, potencien moltes de les habilitats característiques del saber matemàtic, i d'aquesta manera afavoreixen l'adquisició progressiva de la competència numèrica”*. (Canals, M. A. 2010a: 9-10)

3.1.2 Selecció d'exercicis per a Casa de Nens²⁸

Hi ha moltíssimes activitats per fer amb els reglets numèrics de Canals ja que és un material que està pensat per ser utilitzat fins a més enllà de la secundària. Aquí s'han recollit només algunes de les activitats que, donat que M. Antònia Canals les proposa per inici de primària, poden correspondre i completar activitats i conceptes treballats en l'àrea de matemàtiques de la Casa de Nens amb els nens i nenes més grans.

Els quatre primers exercicis són exercicis que es troben també de manera molt similar a la Casa de Nens amb els reglets, tal com s'indica en cadascun d'ells. L'exercici 5 i 6 són exercicis que no tenen cap paral·lel en el material Montessori dels reglets, i de nou l'exercici 7 el trobem de manera semblant present en el material matemàtic montessorià.

S'han inclòs aquests exercicis malgrat les similituds perquè tot i així els exercicis amb les reglets, si bé el procés és semblant al montessorià, permeten una més gran precisió i exactitud per la manera en que els reglets están fets (no tenen extrems que sobresurtin com els granets) i perquè, tal com s'ha esmentat més amunt, al no estar marcats están potenciant el càlcul mental, el que ja és en sí una valuosa aportació.

1. Aprendre el valor de cada reglet

M. Antònia Canals explica que el primer contacte amb els reglets no ha de ser necessàriament molt llarg i ha de consistir en aprendre el valor de cadascun, primer comparant-ho amb les unitats («en aquest cabrien cinc unitats, així doncs, és el 5 »...) i

²⁸ Propostes extretes de la conversa i sessió de treball amb M. Antònia Canals i completades amb informació extreta de la pàgina de recursos de GAMAR: <http://www2.udg.edu/>

després demanant que els nens i nenes indiquin ja directament el que correspon a cada nombre que li diem. És un exercici de memòria, en què el color de cada reglet ajuda molt. Aquest exercici és molt similar al que ja existeix a Montessori amb els granets i les barres de colors de granets.

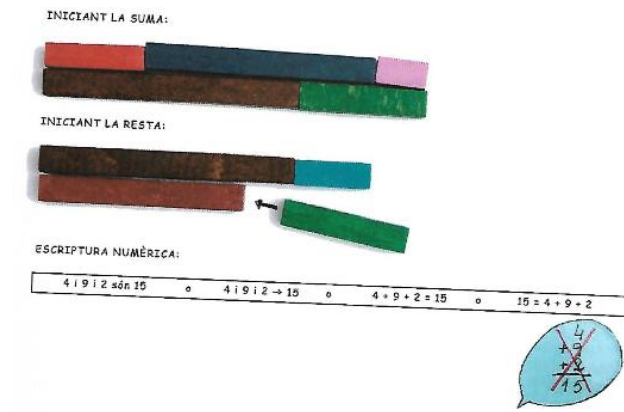
2. Comparació de números majors de 10

Després del 1r exercici introductori, una de les primeres activitats ha de ser comparar nombres entre ells, la qual cosa serveix de base per al coneixement tant dels nombres com de les operacions. És important que en etapes prèvies els nens i nenes ja hagin practicat aquesta activitat emprant materials que constin d'unitats soltes. Es comparen nombres representats amb els reglets, fins a 20, o fins més enllà, segons la feina que hagin fet amb la base de numeració decimal. (Canals, M. A. 2010a: 13-14). Entre els materials de l'àrea matemàtica de Casa de Nens (grup III), es troben exercicis del mateix tipus amb els granets.

3. Suma de dos o més números

Els reglets faciliten la comprensió de la suma de dos o més números com a reunió de quantitats, tal com ho concep també la Dra. Montessori. Per sumar nombres amb els reglets es posem un a continuació de l'altre construint una fila. *“En realitat el suport material de la noció de suma és la reunió de dues longituds en una de sola. Podem dir que aquí els reglets expressen no únicament una noció quantitativa sinó, al mateix temps, una geomètrica: la suma de dos segments d'una mateixa recta és un segment, i s'expressa amb una longitud”*.(Canals, M. A. 2010a: 15-16). Així doncs, es prenen els reglets de cadascun dels números que es volen sumar i es posen sobre la taula, un a continuació de l'altre, fent una fila. Es busca un conjunt de reglets que sigui tan llarg com tots els que estan junts. Les primeres vegades es comença només amb dos sumands, però aviat convé passar ja a reunir tres o més. Més endavant es pot proposar fer l'activitat en el sentit invers, demanant als nens i nenes que busquin diferents sumes de les que els hem dit prèviament el resultat.

Amb els granets del material Montessori les sumes es realitzen ajuntant també els granets, però degut als seus extrems acabats en filferro, no es possible ajuntar-los en línia d'una manera tan precisa i exacta com permeten els reglets, pel que aquesta pot ser una important aportació d'aquest material al material montessorità (veure anècdota explicada més amunt), a més de que el fet de no tenir unitats marcades afavoreix l'ús del càlcul mental.



Imatge extreta del Dossier "Els reglets" de M. Antònia Canals

4. Resta de dos números

Convé deixar molt poc temps entre la feina de la suma i la de la resta, fins i tot, de vegades es pot plantejar simultàniament. Per restar dos nombres, es posen els reglets un al costat o damunt de l'altre i es busca el que li falta al més petit per arribar al valor del més gran. (Canals, M. A. 2010a: 15-16)

En el cas de la resta, els reglets aporten de nou una precisió i exactitud que els granets no poden oferir degut a la seva estructura (degut a les seves puntes acabades amb filferro).

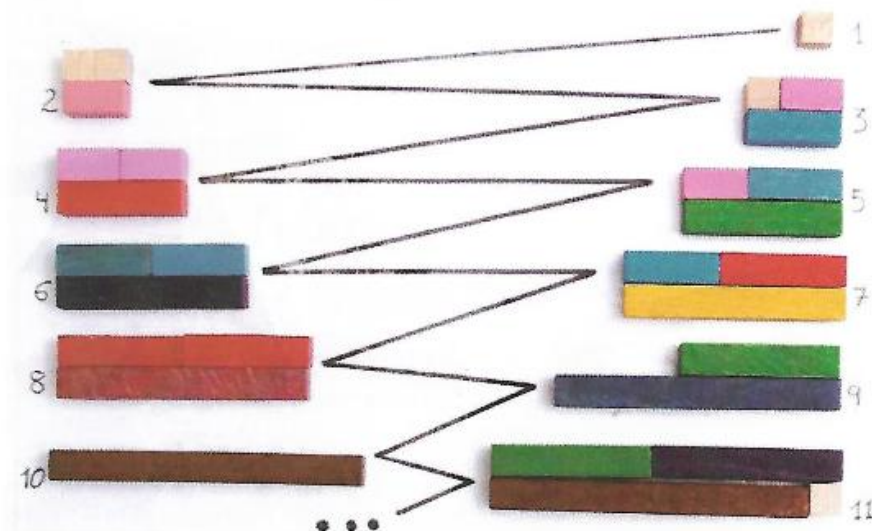
5. Maneres de potenciar el càlcul mental amb els reglets

Aquest exercici no compta amb cap exercici similar a Casa de Nens. Es fa treballant amb tot un grup al voltant d'una taula gran. Es posa sobre la taula, al mig i desordenadament, un grapat de reglets barrejats, entre els quals hi hagi de tots els números i repetits. Els nens i nenes els han de poder veure molt bé. Se'ls convida a treballar amb la consigna de que els reglets no es poden tocar, només mirar.

Es van proposant diferents operacions que els nens i nenes pensen, i quan l'adult els indica diuen en veu alta el resultat que han deduït. S'ha de deixar prou temps perquè puguin buscar els reglets amb la vista i pensar amb tranquil·litat. Pot sorprendre la força i l'interès amb que els nens i nenes miren els reglets, es dominen per no tocar-los, i calculen mentalment. Aquest tipus d'activitat ve a ser com un primer pas cap al càlcul mental.

En tots els casos, després d'haver intentat fer el càlcul mentalment s'utilitza el material per fer la comprovació. (Canals, M. A. 2010a: 18)

6. Números parells e imparells²⁹



Imatge extreta del Dossier "Els reglets" de M. Antònia Canals

²⁹ CANALS, M. ANTÒNIA (2010). *Els Reglets*. Barcelona: Dossiers Rosa Sensat, núm. 110, p. 19-20.

Aquest és un tema característic per insistir en el coneixement i familiaritat dels nens i nenes amb els nombres naturals. Es tracta de demanar que busquin tots els nombres que puguin (fets amb un sol reglet o amb més d'un fins al que ells vulguin arribar) amb la condició que puguin formar-los sumant dos reglets iguals. Aquests els posaran a la seva esquerra. A continuació constaten que hi ha molts que no poden formar-se sumant dos reglets iguals. Els posaran a la seva dreta. Han d'ordenar cadascun dels dos grups de petit a gran i unir els números segons l'ordre natural; d'aquesta manera queda una composició com la de la fotografia superior. A partir d'aquesta disposició, en primer lloc es diu als nens i nenes que els que han posat a la seva esquerra es diuen parells i els que han posat a la seva dreta es diuen imparells. A través de l'observació del resultat, els nens i nenes poden anar arribant a les següents constatacions per si mateixos:

- Tots els números parells poden formar-se sumant dos nombres iguals. Els nombres senars no poden formar-se sumant dos nombres iguals.
- Els parells i els imparells s'alternen. Cada número imparell és següent d'un de parell i viceversa. Un parell sempre es troba entre dos imparells, i un imparell, entre dos parells.
- Tant un grup com l'altre creixen sumant-li cada vegada 2 al número anterior. Es troben sumant de 2 en 2, els parells a partir del 0 i els imparells a partir de l'1.
- Hi ha tants nombres parells com senars, i d'ambdós tipus hi ha infinits.

A Casa de Nens hi ha un material en concret amb el que de manera visual s'introdueix al nen en el concepte de parell i imparells, es tracta de l'exercici dels numerals i les fitxes (veure apartat 1.4.1a), que es presenta a nens i nenes a partir dels 4 anys. El tornar a treballar amb aquest concepte amb un material diferent pot servir d'aprofundiment i permetre una millor comprensió del mateix.

7. Els reglets i la base de numeració decimal

Per tenir una bona representació del sistema decimal, es comença a treballar amb unitats soltes, reunides de deu en deu per formar les desenes com un tot inseparable, i s'ensenya l'equivalència entre aquestes deu unitats i el reglet de 10; més tard reuniran 10 desenes per formar una centena. Més endavant les centenes seran una placa quadrada marró, i els nens i nenes comprovaran que equivalen a deu desenes unides, i un miler serà un cub construït superposant 10 centenes, sempre del mateix color que les desenes i les centenes. Cal tenir en compte que es necessita dedicar força atenció a la introducció dels números 11, 12 ... fins al 20, tant pel que fa a la composició com en el nom de cada un d'aquests nombres (que per a alguns no és gens fàcil). M. Antònia Canals recomana fer sempre tots els exercicis en forma directa i inversa, és a dir, fomentant tant el fet de llegir com d'escriure quantitats; així com treballar i practicar abastament la relació entre els diferents ordres d'unitats i els canvis de l'un a l'altre. (Canals i Tolosa, M. A. 2010a, pàg. 23)

Correspondria a l'exercici d'introducció al sistema decimal de la Casa de Nens i l'exercici de la tenda, que utilitzen el material de granets (ambdós pertanyen al grup I d'exercicis de 'àrea de matemàtiques de Casa de Nens).

Seguint la descripció dels reglets numèrics, que és un dels materials més utilitzats per M. Antònia Canals, es passa a descriure un altre material que si bé no ha estat creat per ella, sí que l'ha difós i utilitzat abastament amb els més petits i també amb els més grans donat que és un material força polifacètic, com ho eren els reglets. Es tracta dels blocs lògics de Dienes, presentats en el següent apartat.

3.2 Els blocs lògics de Dienes: una aportació inèdita de M. A. Canals

La Dra. Montessori donava importància a la lògica, concretament al desenvolupament del "pensament lògic", i molts dels seus materials i exercicis, especialment els de classificació i

ordenació, (dintre dels materials sensorials) la treballen. La mateixa M. Antònia Canals ho reconeix i valora: *“Les capacitats bàsiques de la intel·ligència són classificar i ordenar, i això és en el que es va basar la Montessori. Ella ho va fer com un exercici sensorial”*. (Canals, M. A. 2012a. min.1:01:20-1:10).

Les ordenacions, que requereixen com a mínim un punt de partida de 3 elements, M. Antònia afirma que convé treballar-les amb moltes qualitats diferents: longitud, pes, intensitat de color, de so, textures de paper de vidre de diferents graus, tal com es proposa en el mètode Montessori, que Canals posa sempre com exemple. Les ordenacions són fonamentals per a la maduració del pensament lògic i els nens i nenes les dominen cap als cinc anys, marcant tota una etapa del seu pensament lògic. (Canals, M. A. 2011: 48)

Ara bé, les classificacions i ordenacions montessorianes, si bé bàsiques i importantíssimes per al inici del treball de la lògica, poden portar-se un pas més enllà, i això la M. Antònia Canals ho va veure clar en descobrir els blocs lògics de Z. Dienes.

Va tenir l'ocasió de conèixer a aquest gran matemàtic en una conferència que va donar a Barcelona, i explica aquest moment com un dels més enriquidors per ella en relació a la didàctica de les matemàtiques:

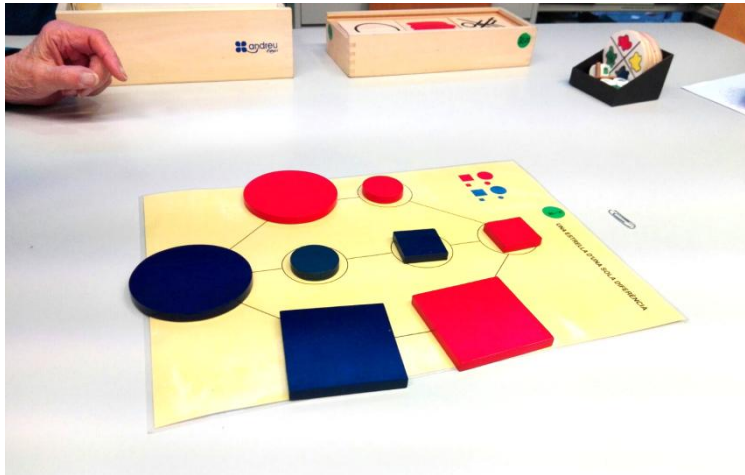
“Era un pedagog matemàtic hongarès que es va exiliar després de la 2ª Guerra Mundial. Es va exiliar al Quebec, on coneixien el gran matemàtic que era i li van proposar una càtedra. Ell només va acceptar-ho a condició que fos una càtedra de Didàctica en les Matemàtiques. Encara no n'existia cap! Ell va ser el primer en crear una càtedra de la didàctica de les matemàtiques. En Dienes defensava treballar moltes qualitats a l'hora. Va fer una conferència a Rosa Sensat durant la dictadura. Va convidar-lo la Marta Matas. Rosa Sensat estava encara al carrer Còrsega (confluència amb Roselló, cantonada Balmes, on els Jesuïtes). La sala estava plena de gom a gom. Em van demanar a mi de traduir perquè era matemàtica i sabia francès. Ell va entrar i va preguntar: “on són els nens?” Tots ens vam quedar sorpresos i li vam respondre que era una conferència per adults. Ell va contestar que ja ho sabia, però que no podia fer-ho sense nens. De seguida van sortir varis a buscar nebots i fills d'amics, fins tenir 6 o 7 nens de 7-8 anys. En Dienes va fer la classe de geometria a aquells nens davant nostre. Tots bocabadats. Com s'entenien? Dienes només parlava hongarès i francès i els nens no entenien cap d'aquestes dues llengües! I malgrat tot els va fer una classe estupenda³⁰”. M. Antònia Canals

³⁰ Transcripció de la conversa amb M. Antònia Canals el desembre 2017, veure el text complert a l'Annex 1.

Els blocs lògics de Dienes van ser una descoberta única per a ella. Quan va descobrir els blocs lògics, de seguida va demanar-ne l'opinió a la seva tieta, mestra Montessori a la que ella respectava moltíssim, ja que veia que era un material que no complia la norma montessoriana de treballar aïllant una qualitat. La seva tieta Dolors, que llavors vivia en una residència, s'havia format com a mestra Montessori de la mà de la mateixa Maria Montessori. La Maria Antònia va portar-li un joc de blocs lògics de butxaca que tenien a Rosa Sensat³¹ i va preguntar-li per la seva opinió i que què pensava que en diria Montessori si fos viva. Prenent-la per sorpresa, la tieta li va assegurar que la Dra. Montessori estaria encantada amb un material d'aquella mena: *“què et penses, que la Dra. era molt tancada?”* li va dir la seva tieta. (Conversa amb M. Antònia Canals, desembre 2017). Amb la seguretat que li va donar l'aprovació de la seva tia, Maria Antònia va explorar les possibilitats dels blocs lògics i els va introduir en les seves classes, a més d'incentivar el seu ús a l'escola pública catalana, on avui dia estan molt presents en les classes sobretot de parvulari i primària.

El que era innovador dels blocs lògics era el fet de que desenvolupen la capacitat de recerca: *“el treball no és classificar, d'això ja en saben, el treball ha estat **saber com poder classificar**. (...) Això no és Montessori, (...) però jo ho he incorporat i m'encanta, fa treballar una altra qualitat, és un inici, un super inici de capacitats d'investigació.”*(Canals, M. A. 2012a. min.38-44:28) Els blocs lògics doncs permeten aquesta classificació que va més enllà, pel nen es tracta de pensar quin tipus de classificació és possible amb el material que li ofereixen, el que fa treballar la lògica d'una manera més intensa que el fet de classificar i ordenar) i a més hi afegixen un nou component: el component del repte, del joc.

³¹ L'Associació de Mestres Rosa Sensat és una associació catalana de mestres i educadors que cerquen la qualitat de l'ensenyament i de l'educació en general. Va crear-se l'any 1965, essent la M. Antònia Canals una de les seves fundadores.



Joc amb els blocs lògics. Sessió de treball amb M. Antònia Canals el 29 desembre 2017.

Aquestes mateixes raons que empenyen a Maria Antònia Canals a introduir els blocs lògics en les seves classes, poden ser una bona raó per usar aquest material a Casa de Nens, com a continuació dels materials sensorials de classificació per parelles (cilindres sonors, tauletes de colors, teles, etc) i d'ordenació (gradació de tauletes de colors, cilindres, torrer rosa, entre molts d'altres).

En el seu dossier "*Lògica a totes les edats*", M. Antònia Canals presenta un recull d'activitats que són una interpretació de pensament i de l'experiència de la Dra. Montessori i de Z. P. Dienes, els dos pedagogs que per a ella millor han enfocat l'ensenyament de la lògica per als petits, destacant la importància que té treballar la lògica des de les primeres edats escolars, per al desenvolupament mental dels nens i nenes. (Canals, M. A. 2009b: 12). Així, aquesta és una altra raó per la que els blocs lògics de Dienes (i els exercicis que es poden fer amb aquests) semblen una bona aportació per a Casa de Nens, complementen naturalment el material montessorità ja que representen el pas següent als exercicis d'ordenació.

3.2.1 Descripció

Els blocs lògics de Dienes consten d'un joc estructurat lògicament format per 48 peces diferents (cap de repetida) que, com a mínim, compleixen una diferència entre elles. Estan caracteritzades per quatre qualitats, mida, gruix, color i forma, que es combinen entre elles de totes les maneres possibles. Els blocs creats per Dienes constaven de les 48 combinacions següents: 4 de forma

(triangle, rodona, quadrat i rectangle), 2 de mida (gran i petit), 2 de gruix (prim i gros) i 3 de colors, els bàsics (vermell, blau i groc).

Com que és un material lògic es poden fer gairebé totes les activitats que es relacionen amb la lògica, excepte les ordenacions: Classificacions de les peces, cercar semblances i diferències, relacions per qualitats, jocs de reconeixement d'atributs, agrupacions, canvis de qualitats, correspondències, seriacions, expressió verbal i posar les fitxes en disposició de dominó en funció d'una, dues o tres diferències.



Imatge extreta de la pàgina de recursos del Gamar.

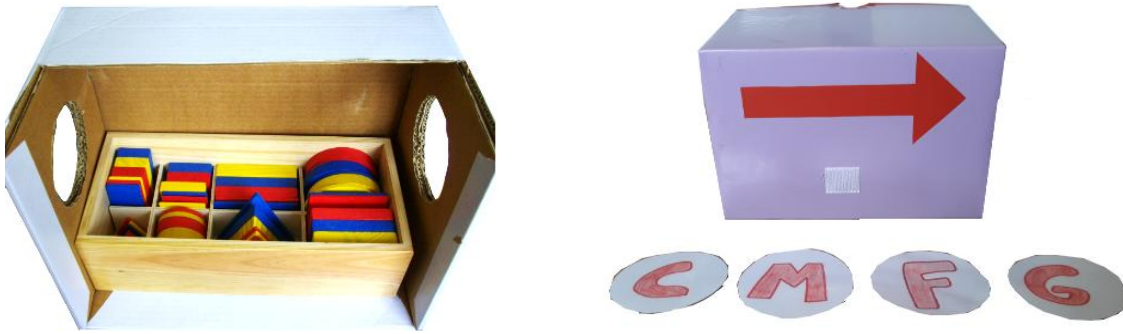
A continuació es presenta una selecció de les activitats que es consideren més interessants a fer amb els blocs lògics a Casa de Nens.

3.2.2 Selecció d'exercicis per a Casa de Nens

Recull d'activitats amb els blocs lògics proposades per M. A. Canals per als 3-6 anys³²:

- **Jocs d'identificació d'un element a partir de l'afirmació o negació de les seves diverses qualitats.** En una taula es tenen totes les peces dels blocs lògics disposades de manera que siguin visibles. Amb ajuda d'un joc de cartes on hi hagi dibuixades cadascuna de les 12 qualitats dels blocs (vermell, blau, groc, prim, gruixut, gran, petit, mitjà, quadrat, cercle, triangle, rectangle), es demana al nen que seleccioni aquelles peces que correspon a la qualitat que mostra una de les cartes (per exemple, totes les peces vermelles). Es pot variar el joc demanant les peces que no compleixin una certa qualitat.
- **Joc de la peça amagada de Dienes.** És un joc en el que un nen o una nena surt de l'estança i els altres amaguen una peça dels blocs lògics. Quan entra, fa preguntes per endevinar quin bloc falta, com "és vermell?", "¿És prim...?", etc. i els altres només poden respondre si o no.
- **La màquina de canviar qualitats.** Consisteix en una caixa de cartró fàcilment manipulable sense fons i amb dues obertures que representen les portes d'entrada i de sortida. La caixa dels blocs lògics es col·loca a l'interior de la caixa sense que sigui visible pel davant, però sent accessible per darrere, tal com mostren les següents figures:

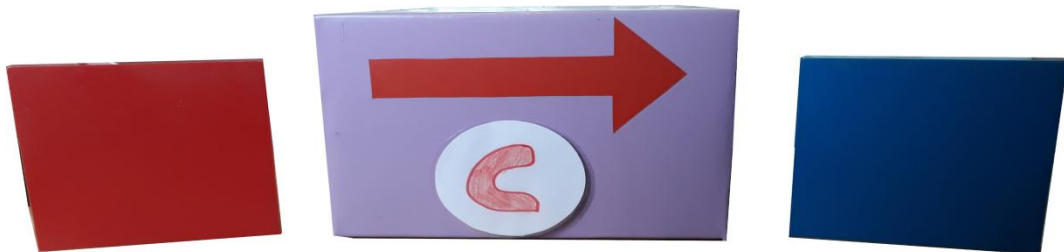
³² Propostes extretes de les entrevistes i consultes fetes per l'autora a la Maria Antònia Canals i completades amb la informació de la pàgina de recursos de GAMAR: <http://www2.udg.edu/projectesbiblioteca/GAMAR/Materials>



Fotografia d'una capsa de canviar les qualitats. Material propi.

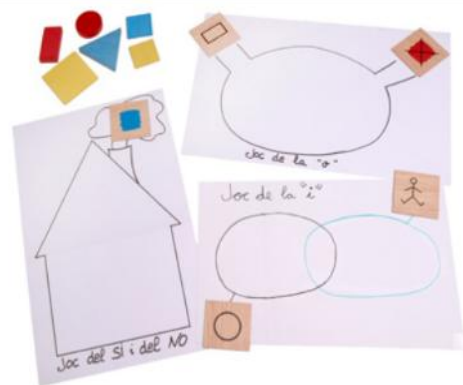
A la cara de davant té un velcro que permet fixar una targeta que representa la qualitat a canviar (per exemple F = forma, etc.). El nen ha de trobar l'element de sortida donats un element d'entrada i una qualitat a canviar.

Hi ha dues variants per a més endavant que consisteixen en què el nen troba la figura d'entrada donades la figura resultant i la targeta de canvi; o bé el nen ha d'endevinar quina qualitat ha canviat a partir d'una figura entrant i una altra resultant.



Fotografia d'una capsa de canviar les qualitats. Material propi.

- **Jocs del "sí" o del "no" amb material gràfic.** Es tracta de diferents tipus de gràfics (sobretot diagrames de Venn) presentats en cartolines plastificades. L'exercici consisteix a reunir dins d'una mateixa agrupació totes les peces que tenen la qualitat que expressa l'etiqueta. Les agrupacions d'elements es poden definir per comprensió, indicant quina és la característica



comuna de totes les peces que hi ha dins del diagrama de Venn (per exemple, "els blaus"), o bé per extensió, indicant totes les peces que hi ha dins del diagrama. En tots els casos, és fonamental col·locar fora del diagrama la resta de peces del joc que no formen part de l'agrupació.

- **Variacions/adaptacions de les figures:** M. Antònia Canals ha optat també per usar diferents figures no geomètriques com material dels blocs lògics, sempre complint les característiques enunciades per Dienes. Per exemple, en va crear unes amb forma de cuques o bestioles, que són les que es mostren en la següent imatge.



Un cop explicats els blocs lògics de Dienes, es passa al següent apartat que aquesta vegada presenta un conjunt d'activitats i no una sola, totes elles relacionades amb l'aprenentatge d'una de les branques de les matemàtiques que més important estima que és la M. Antònia en les edats infantils: la geometria. No es presenta un material concret com en els altres apartats perquè en realitat la M. Antònia considera que gairebé no en calen, de materials específics, el més important com s'explica a continuació és com s'ensenya la geometria als nens i nenes de 3-6 anys.

3.3 Geometria: la gran obsessió de M. Antònia Canals compartida amb Montessori

3.3.1 Punts en comú entre Montessori i Canals en l'ensenyament de geometria

M. Antònia Canals considera la geometria com la gran oblidada de les àrees de les matemàtiques. Per a ella, igual que per Montessori, la geometria és clau perquè el nen pugui interpretar el seu entorn, ja que és sobretot l'estudi de la posició i de l'espai en les seves tres dimensions: longitud, superfície i volum. Per això considera que els conceptes base que el nen ha d'aprendre a infantil no són conèixer les figures geomètriques (cercle, quadrat, triangle, etc), si no el saber reconèixer la línia, el pla i el volum, i això basant-se principalment en percepcions sensorials a partir del moviment de tot el cos, "**el moviment acaba sent la base de la comprensió de l'espai.**"

En relació a l'aprenentatge de la geometria, doncs, pot semblar a grans trets que la Dra. Montessori i M. Antònia Canals estiguin en desacord, ja que la primera es basa sobretot en el reconeixement sensorial de les figures planes introduint a continuació la nomenclatura (sempre després de que el nen n'hagi après sensorialment la forma) i en canvi M. Antònia Canals afirma que la nomenclatura a aquestes edats no és important, sinó que cal centrar-se en la comprensió de les tres dimensions i en l'experiència de l'espai.

En el fons, però, hi ha coincidències rellevants entre els dos enfocaments. Per exemple, M. Antònia Canals fa referència al material Montessori del gabinet geomètric i les seves targetes associades (veure apartat 1.4.4a) com a un material molt apropiat per distingir la línia, de la superfície i del volum (Canals, M. A 2011a, minut 33:52-36). I encara, el més important, ambdues es centren en el **moviment com a part imprescindible** de l'aprenentatge de l'infant: "*Em sembla tan evident que els nens no coneixen l'espai a través d'un dibuix...perquè l'espai té tres dimensions per començar...els nens coneixen l'espai perquè s'hi belluguen dintre de l'espai.*" (Canals, M. A 2011a, minut 12-14)

Per a la Dra. Montessori el moviment està molt centrat al moviment de les mans, i ocupa un paper global, pel que està present en molts dels seus materials. Això ho va comprovar per experiència pròpia la mateixa M. A. Canals quan anava a l'escola Montessori: "*Quan ella fa classificar no té aquests taps que s'agafen de qualsevol manera, té unes peces que s'agafen amb dos dits...domini de moviments. Quan els nens aprenen a seure's i aixecar-se sense fer cap soroll practiquen i adquireixen*

un domini de moviments. (...). La Montessori pretén que el domini de moviment desvetlla, té una relació amb la intel·ligència, i això és molt típic Montessori. (...) No són dos mons a part l'ànima i el cos, el cervell es nodreix de la pràctica del moviment, dels dits, de tocar.” (Canals, M. A. 2012a. min.49:43-1:01)

Un altre gran principi en que coincideixen Montessori i Canals és que l'aprenentatge de la geometria en nens i nenes de 3-6 anys, com qualsevol aprenentatge en aquesta edat, ha d'estar **molt lligat a la vida i experiències** dels infants. En aquest aspecte M. Antònia Canals es refereix sobretot en la descoberta espontània per part del nen de l'espai que l'envolta: *“El pit de la mare o el biberó és el primer cos en volum que un nadó aprecia, fora d'ell mateix. Més endavant, en practicar el joc heurístic, comencen a comparar, a voler encaixar una cosa dins d'una altra, tot fixant-se en les seves formes: tot això implica unes primeres relacions mentals que els nens i nenes fan amb tossuderia, sense encara formular-les, però resolent-les. El caminar, tenir la possibilitat de desplaçar-se lliurement en l'espai, els permet un primer coneixement d'aquest espai on ells i tots ens movem, coneixement que anirà madurant i que els acompanyarà sempre. És això el que volem expressar quan diem que **la geometria ha d'estar molt lligada a la vida.**” (Canals i Tolosa, M.A., 2015a: 13)*

Per la seva banda, la Dra. Montessori destaca la capacitat d'observació i l'interès constant del nen de 3 a 6 anys pel seu entorn, que li fa parar atenció a les formes dels objectes propers i també al llenguatge que hi està associat: *“Cal tenir present que moltes vegades el nen, pel seu propi compte, fa un esforç per comprendre el llenguatge dels adults i les coses que l'envolten,(...) veiem com a poc a poc va adquirint de manera espontània nocions i llenguatge. (...) El nen primer veurà la superfície rectangular de la taula damunt la qual posa els objectes; molt més tard s'adonarà que la pota d'una tauleta és un prisma, i que el seient d'un tamboret és un con tallat o un cilindre allargat.” (Montessori, M. 1984: 187-189)*

Amb tots aquests punts en comú, sembla fàcil imaginar una bona complementarietat entre els dos enfocaments de la geometria. A continuació es descriuen els exercicis relacionats a la geometria proposats per M. Antònia Canals per a infants de 3-6 anys que poden ser complementaris als exercicis que ja es fan a Casa de Nens. Per cadascun d'ells es detalla els punts de convergència observats.

3.3.2 Selecció d'exercicis per a Casa de Nens

Aquestes activitats han estat extretes de les entrevistes i consultes fetes a M. Antònia Canals i completades amb la informació de la pàgina de recursos de GAMAR (veure apartat 2.1.2). Han estat seleccionades perquè es relacionen sense dificultat amb els materials i activitats proposades per Montessori a Casa de Nens (per exemple el gabinet de geometria amb les seves targetes i els sòlids geomètrics), de fet algunes ja són presents de manera molt similar a la Casa de Nens (és el cas de les activitats d'art i el caminar damunt la línia).

Totes compleixen la seqüència de passos establerta per M. Antònia Canals per arribar a una bona construcció de les nocions geomètriques (Canals, M. A. 2009d:11), i que és la següent:

1r pas - **Anàlisi real del concepte:** presentar als nens i les nenes unes activitats basades en els propis moviments, acompanyats o no d'alguns materials, i amb alguna pregunta o norma que els faci fixar l'atenció en els aspectes geomètrics de l'acció que ells mateixos realitzaran. Com la geometria s'ocupa també de la posició i de la posició relativa entre els diferents cossos, aquest tipus d'exercicis permeten incorporar els termes davant, darrere, dins, fora, junts, separats, etc

2n pas - **Expressió verbal:** crear una mica de diàleg, no excessiu per no desviar la seva atenció, ja que explicant-lo el nen acaba de fer-se seu el concepte, interioritzant-lo (sinó només és observació). També inclou demanar que tanqui els ulls i pensi allò que han fet, doncs aquest moment pot ajudar a la imaginació de l'espai.

3r pas- **Construcció, expressió plàstica o dibuix:** el dibuix per a les línies (una dimensió), la pintura o ceres per a les figures (dues dimensions) i l'escultura per als volums (tres dimensions). És tracta de plasmar allò que han fet en una repetició lliure, sense ajuda i sense cap altra norma que "representar allò que s'ha fet".

Descripció de les activitats:

1. **Reconeixement de formes diferents i semblants, en objectes (cossos) figures i línies de l'entorn immediat.** Tal com s'ha esmentat abans, aquest és un punt de coincidència entre el mètode Montessori i la visió de la geometria de M. Antònia Canals. Es dona a Casa de Nens

en diferents maneres, per exemple en l'exercici d'ús dels encaixos plans com a primera aproximació a la geometria: *“la major part dels objectes que nosaltres percebem amb la vista es poden comparar amb els nostres encaixos plans; en efecte, les portes, les bastides, el marc d'una finestra o d'un quadre, la superfície de fusta o de marbre d'una taula, són certament objectes sòlids, però tenen una dimensió molt reduïda i prevalen les altres dues dimensions (...) El nen primer veurà la superfície rectangular de la taula sobre la qual posa els objectes; molt més tard es donarà compte que la pota d'una taula és un prisma”* (Montessori, M. 1984: 187-189).

2. **Relacions de posició en l'espai d'objectes, amb nosaltres i entre ells.** Són exercicis del tipus "més lluny que", "darrere", "davant"... i es poden fer utilitzant el moviment, per exemple: *“seu-te a la cadira que està més lluny”* o incloent-los en les situacions del dia a dia, per exemple: *“porta el got que està darrera l'ampolla”*. Exercicis semblants es fan a la Casa de Nens durant els exercicis preliminars³³, al llarg de les activitats diàries, i amb els exercicis de vocabulari.
3. **Exploració de línies.** Inclou qualsevol tipus de línies, prioritzant els moviments que impliquin tot el cos. Per exemple línies dibuixades a terra, o formades amb una corda o amb pedres; analitzant i expressant com són els propis moviments en fer el recorregut. Poden ser exercicis tan simples com traçar línies rectes i corbes a terra amb guix i que els nens i nenes caminin per sobre de la línia (exercici que com bé va notar Maria Montessori és espontani i molt agradable en els nens d'aquesta edat). És important que després els nens expliquin quins moviments han fet, podent-se complicar els traçats per donar experiències diferents.

En aquests exercicis no s'hi val mai fer volta enrere. Com a exploració de les línies de terra que han resseguit caminant, es poden proposar aquestes preguntes per ajudar a analitzar, imaginar i a expressar els moviments que han fet:

- a. *Has tornat al punt de començament? Si és que sí, la línia és... tancada. Si és que no, la línia és... oberta.*

³³ Els exercicis preliminars es fan a l'inici de curs i cada vegada que arriba un nen o nena nou al grup, i són per explicar les normes de l'aula, per exemple, com es camina, com es mou una cadira, etc.

- b. *Has hagut de girar amb el cos, per seguir la línia, o no has girat? Has pogut anar sempre mirant endavant sense haver de girar el cap? Si és així, llavors la línia es diu recta. Si heu hagut de girar alguna vegada, no és recta, sinó corba.*

Després, sense cap línia dibuixada a terra i amb dos punts separats senyalats, se'ls pot demanar accions d'aquest tipus: «Fes un camí que vagi d'aquest punt a l'altre i no sigui recte», etc. Són accions plantejades en la forma inversa a les anteriors, que conjuntament amb el diàleg, porten a l'afiançament del concepte.

L'exercici montessorià de caminar sobre la línia³⁴ correspon a un exercici com els descrits, i com a tal aporta al nen coneixements sobre l'espai, tot i que sigui un exercici de concentració i de treball del equilibri, més que d'exploració geomètrica. Tal com diu la pròpia Canals: *"Ella (Montessori) sabia molt bé sobre els moviments, i els feia caminar damunt d'una ratlla que la dibuixàvem al sòl. Tindria uns tres dits de gruix, no més ... com una el·lipse. (...) La teoria de la Montessori és que el cervell per controlar els moviments es desenvolupa i llavors comprenen més totes les qüestions de l'espai i de posició"* (Canals, M. A 2011a, minut 22: 20-30: 29)

A l'exercici de l'el·lipse li manca però la part del diàleg posterior o de reflexió sobre els moviments que ajuda a la interiorització de la noció d'espai. I en ser l'únic exercici d'aquest tipus a Casa dels Nens, es recomanable completar-lo amb una més gran varietat d'altres exercicis, com els descrits en aquest punt.

4. **Exploració de superfícies i volums utilitzant la posició del propi cos respecte ells.** Són exercicis de molt moviment, millor si és de tot el cos. Per a la noció de superfície es pot fer jeure la nena sobre el sòl pla, o que es posi estirada sobre una pilota molt gran (per percebre les superfícies corbes). Per al volum per exemple es pot portar a l'aula una caixa d'embalatge prou gran perquè els nens puguin posar-se dins i tocar-la per dins i fora, prenent consciència de les tres dimensions d'aquesta manera.

A la Casa de Nens, es treballa sobretot l'exploració sensorial a partir del tacte amb la mà de les diferents figures geomètriques; per exemple, sentint amb dos dits de la mà dreta tant a

³⁴ L'exercici de caminar sobre la línia és un exercici de grup i consisteix en resseguir caminant lentament una el·lipse marcada a terra que generalment hi ha a tots els ambients de Casa de Nens, mantenint l'equilibri de diferents maneres (caminant punta taló, portant objectes a les man, o sobre el cap...)

la part exterior de la figura com la vora interior del marc d'aquesta, o la manipulació de les caixes de triangles constructius, entre d'altres.

En aquest sentit, els **exercicis de moviment de tot el cos** proposats per la M.A. de Canals i recollits en aquest punt podrien ser un complement interessant, ja que es basen en el mateix criteri montessorià de que en aquestes edats les sensacions sensorials són la porta al coneixement però l'estenen al moviment de tot el cos, el que és molt important tal com constata la mateixa Dra Montessori: "*associar el sentit tàctil-muscular amb el de la vista ajuda molt a percebre les formes i fixa la memòria.*" (Montessori, M. 1984: 148-151).

5. **Representació amb materials molt senzills.** Propostes a fer en aquest sentit seria convidar al nen a dibuixar o formar amb pinyes un camí (una dimensió), pintar en el cavallet el jardí (dues dimensions) o esculpir la caixa de cartró o la poma que ha palpat (tres dimensions).

Les activitats de representació de figures a través del dibuix (línies), la pintura (superfícies) i argila (volum) ja existeixen en Montessori a l'àrea d'art, encara que potser no es presenten tan clarament en relació amb la geometria.

6. **Aplicacions de les nocions apreses en la resolució de situacions reals i la preparació de petites dramatitzacions.** Un exemple seria demanar als nens de representar el camí que fan per anar de casa a l'escola cada dia, o el camí que van fer per anar al teatre en el cas d'una sortida d'escola recent. És important triar situacions properes a les vivències reals dels nens i nenes. A continuació s'explica un exemple concret de dramatització del conte de la caputxeta vermella, que la M. Antònia Canals ha utilitzat molt i amb èxit amb els nens i nenes:

Dramatització del conte de "La caputxeta vermella"³⁵: *Preparem la classe per representar l'endemà el conte de la Caputxeta Vermella davant els companys de la classe veïna. Els contes, i les seves escenificacions, es produeixen sempre en l'espai, i això ofereix una ocasió molt bona de treballar en viu diverses nocions de naturalesa geomètrica. Es tracta de proposar alguns errors que ells detecten amb indignació, i que han de contra-restar amb les correccions convenients. El mestre fa propostes equivocades, per exemple, situar la casa de l'àvia just al costat de la de la Caputxeta, al que els nens reaccionaran segurament dient: «No !!! No pot ser aquí ... Cal posar l'altre costat de la classe !!! I molt lluny !! Enmig hi ha d'haver tot el bosc !!! »(També apareixen implícites moltes nocions de mesura). Un altre error*

³⁵ Tal com la va explicar la mateixa M. A. Canals durant la sessió de treball al desembre 2017, veure Annex 1.

provocatiu és el d'intentar situar els arbres, improvisats amb cartolina en línies rectes... Els nens en aquest cas segurament ens diran: "No has vist mai un bosc? ... Els arbres ... no creixen en línies rectes. »A continuació, es talla amb paper d'embalar un camí que serà el de la Caputxeta. Si es comença tallant de forma recta, una altra vegada sorgiran les reivindicacions: «Segur que per passar tot el bosc havia de fer moltes voltes, que es fan amb els camins amb corbes ...» La gràcia és que siguin els mateixos nens i nenes els qui corregeixin els errors. La màxima indignació apareixerà en situar el camí del llop separat del de la Caputxeta, sense cap punt comú, ja que com faran notar els nens i nenes si el llop i la nena no es troben no hi ha conte! Cal absolutament que els dos camins es trobin, que es tallin, que tinguin un punt on es troben ... Probablement és el primer cop que es presenta la noció topològica d'encreuament, o sigui, en llenguatge geomètric, d'intersecció. Si es vol es pot anomenar també cruïlla, punt de trobada de dos camins ... La tècnica de les dramatitzacions, o millor dit, de la seva preparació, es basa doncs en saber veure possibles errors i corregir-los. El més important és que en aquests moments de màxima atenció i interès es consoliden algunes nocions geomètriques bàsiques, molt interessants. M. Antònia Canals

Per la Dra. Montessori és molt important que l'infant pugui interpretar el seu entorn i explorar-lo i aprehendre'l sensorialment, i això està d'acord amb la descripció que fa M. A. Canals de la geometria. L'activitat de dramatització del conte de la Caputxeta Vermella (o un altre exercici similar) és interessant per a Casa de nens doncs permet posar a la pràctica els coneixements geomètrics dels nens, interpretar l'espai i les formes de l'entorn, i a més consolidar d'una manera molt vivencial els coneixements obtinguts. A més s'ha de tenir en compte que la dramatització està present també com a activitat montessoriana en l'àrea de llenguatge amb el propòsit de desenvolupar la lectura total, es tractaria doncs d'estendre aquest activitat a l'aprenentatge de la geometria.

Per finalitzar es presenta la quarta proposta de material, un dels jocs de càlcul mental ideats per M. Antònia Canals per a infantil: el joc del Garatge. En aquest cas es tracta d'una aportació més que d'un complement al material montessorian existent doncs com s'ha esmentat en el marc teòric, el càlcul mental no està massa present a la Casa de Nens exceptuant en els materials dedicats a les edats més grans, a partir dels 5.5 anys (amb l'ús de l'àbac, per exemple). En canvi el joc proposat es adequat des dels 4 anys.

3.4 Càlcul mental: una aportació en forma de joc

M. Antònia Canals estableix clarament que per l'aprenentatge de les matemàtiques dels infants de 3-6 anys cal exercitar molt la lògica i el **càlcul mental**. Per M. A. Canals el càlcul mental és imprescindible i part primordial en l'aprenentatge del càlcul. Es caracteritza pel fet de realitzar-se sense el suport d'un material, és a dir, el que els nens i nenes, encara que comptin els elements de un en un, tindran que fer mentalment. (Biniés Lanceta, P. 2008: 15) *“O sigui, pels nens i nenes el moment decisiu en el càlcul mental és aquell en què ja arriben a poder aplicar les operacions que coneixen a nombres que ells imaginin”*. (Canals i Tolosa, M.A. 2010a: 18)

Com trobava que en el mètode de Maria Montessori el càlcul mental no estava prou present, es va dedicar a buscar maneres de solucionar-ho, creant materials propis o introduint el d'altres mestres o matemàtics, i encara continua: *“Fent materials encara descobreixo coses. Un dels últims projectes ha estat un itinerari per a l'aprenentatge del càlcul de tres a vuit anys”*. (Bramona, J. i Cabacés, R. 2017:8). Entre els materials que ha creat hi ha el joc del garatge, que és el que es presenta com darrera proposta d'activitat en el nostre treball.

En relació a l'aprenentatge dels números i el paper del càlcul mental, M. Antònia Canals està d'acord amb el mètode Montessori de que a partir del coneixement dels primers nombres (del 0 al 9), el nen aprèn a expressar qualsevol quantitat d'elements (Canals i Tolosa, 1990a: 24-25) però afirma que això no és suficient per al desenvolupament del càlcul, sinó que cal sobretot desenvolupar el càlcul mental, que és el que més s'utilitza en la vida en el dia a dia.

Com a referència en com treballar el càlcul mental, parla de Constance Kamii, deixeble de Piaget: *“D'ella he après l'important que els alumnes no puguin veure ni tocar el material quan resolen operacions numèriques. Ho veuen abans, el toquen i el manipulen, però quan han de comptar, ja no. Ho trobo deliciós. Això afavoreix la representació mental.”* (Bramona, J. i Cabacés, R. 2017) Aquest principi de veure i tocar primer però no al moment de fer el càlcul, M. Antònia Canals l'aplica a molts dels seus materials, i entre ells, el Joc del Garatge, que és l'objecte d'aquest capítol.

En el joc del garatge es fa necessari utilitzar l'operació de la suma i de la resta, i en algunes de les seves versions per nens i nenes més grans, fins i tot la multiplicació i la divisió. M. Antònia Canals defensa que els nens i nenes poden començar, ja als 4 i 5 anys, a tenir una primera visió de la resta associada a l'acció de "treure" algunes unitats d'una quantitat d'elements materials que tenim, i a partir d'aquí seguir un procés de comprensió d'aquesta operació que inclogui resoldre “quants més

n'hi ha aquí que allà" que vagi prescindint dels elements materials, i encara que l'infant no els tingui a la mà, arribi a la convicció que si afegíssim el mateix nombre d'elements al total dels que teníem abans de restar, i al total dels que en traiem, el resultat no variaria. (Canals i Tolosa, M.A. 2012b: 54) Aquest procés és el que reforça el Joc del Garatge tal i com es veu més endavant.

S'ha escollit doncs el Joc del Garatge entre les variades activitats que proposa M.A. Canals per exercitar el càlcul mental amb els nens i nenes de 3-6, perquè pot complementar bé el material de l'àrea de matemàtiques de Casa dels Nens, un cop el nen ja ha treballat bé amb les barres numèriques, en el moment que se li presenta el concepte de suma i resta.

Aquest joc, a més de ser interessant per totes les característiques pròpies dels jocs en l'aprenentatge de les matemàtiques (veure apartat 1.4.5a), és molt complert doncs parteix d'un element de la realitat fàcilment comprensible pel nen (un garatge on caben 4 o 6 cotxes) i encoratja la descomposició mental de números doncs els nens només poden comptar mentalment, sense tocar les peces del joc, tal com aconsella de fer la Constance Kamii.

A continuació es fa una descripció del joc del garatge, relacionant-lo amb el que pot aportar a Casa de Nens.

3.4.1 Descripció³⁶

El joc del garatge és per a nens a partir de quatre anys. Consta d'una capsa de cartró força plana amb dues obertures, per poder-hi passar targetes, en cadascuna de les dues cares laterals petites. Aquestes esclotxes fan de portes per entrar els cotxes. Per dins, el fons de la caixa està dividit amb rectes, formant sis espais iguals, aproximadament de la mida de les targetes.

La capsa en sí representa un garatge de cotxes, i les parts són les places on s'aparquen els cotxes. S'acompanya amb dues col·leccions de 6 targetes que cadascuna representa un cotxe ben bonic. Juguen dos nens amb sis cotxes de cartró cadascun.

³⁶ Descripció extreta de la conversa i sessió de treball amb la Maria Antònia Canals i completada amb la informació de la pàgina de recursos de GAMAR: <http://www2.udg.edu/projectesbiblioteca/GAMAR/Materials>

De primer s'obre la capsa per a que els nens puguin veure bé l'interior i les places de garatge dibuixades. Així, abans de començar els jugadors saben perfectament que en el garatge hi caben 6 cotxes, ni un més, ni un menys.

A continuació es recorda la regla o consigna del joc: després que els dos jugadors hagin tingut el seu torn, el garatge ha de quedar ple.

Abans de començar el joc es reparteixen les fitxes dels cotxes, de manera que cada jugador té 6 cotxes a la mà. Aleshores es tanca la capsa, de manera que no es pugui veure l'interior.

El primer nen o nena introdueix tants cotxes com vulgui per l'obertura lateral de la capsa, comptant-los en veu alta mentre els introdueix o dient al final obertament quantes targetes ha introduït.

L'altre nen veu al seu company ficant les targetes, i sap quantes n'ha introduït però no pot veure'ls dins la capsa. Per tant ha de pensar quantes n'hi ficarà per complir la consigna, i per fer-ho, suposa recordar les que hi ha posat el company i recordar la imatge de l'interior de la capsa amb els espais d'aparcament. Aquest nen s'ha d'imaginar doncs les sis places, els cotxes que ha introduït el company i calcular quantes targetes de cotxes ficar, o no, per acabar d'omplir el garatge, el que implica utilitzar el càlcul mental.

Immediatament es destapa la capsa i es van situant els cotxes en els espais dibuixats per comprovar si s'ha complert la consigna, és a dir, si el segon jugador ha comptat bé.

En cas afirmatiu, el segon jugador guanya, i llavors comença ell. Si no ho ha encertat, recomença el primer.

Es continua alternant. Pot prefixar-se el nombre de tirades, i anar anotant les que encerta cada jugador.

És doncs un joc de càlcul mental i de càlcul a través del material, perquè el nen té el material, que li serveix per entendre la situació, el repte, però en el moment en què ha de decidir quants cotxes posa ha de pensar mentalment, n'ha de calcular la quantitat sense poder veure els cotxes ni els espais del garatge.

El propòsit principal del joc però és l'utilització del càlcul mental, ja que el moment important del joc, que és quan el segon jugador decideix quants cotxes posar dins la capsa, no és constatable pels sentits (la caixa està tapada i el nen no veu els cotxes a l'interior ni els espais, sinó que els ha

d'imaginar). Per la seva banda, el primer en jugar, també ha de pensar una estratègia perquè, a l'altre, li resulti més difícil encertar i guanyar.



Imatge de Joc del Garatge (material propi)

Hi ha altres modalitats del joc, amb garatges de menys o més places, i que segons l'edat dels nens i nenes que hi juguen, pot comportar més o menys dificultat. Es juga de la mateixa manera que s'ha descrit. Es detallen a continuació per ordre de complexitat:

- amb només 4 espais i dues col·leccions amb 4 targetes de cotxes. Aquesta versió seria la més aconsellable per a començar, amb nens i nenes a partir de 4 anys.
- amb 10 i amb 12 espais i col·leccions de 10 i 12 targetes respectivament per nens i nenes més grans o que ja tinguin pràctica amb la versió de 4 i 6 espais.
- amb subdivisions de la base més complicades, per mainada més gran, per exemple representant 2 espais grans, que serien per transports de 2 cotxes cadascun, i la resta d'individuals; les targetes seran més petites, però sempre amb dibuixos. En aquest darrer cas es podria utilitzar operacions de multiplicació i divisió.

3.4.2 El joc del garatge com a proposta per a Casa de Nens

En referència al que aquest material pot aportar a Casa de Nens, el principal aspecte és incentivar l'ús del càlcul mental, que com ja s'ha comentat, no està gaire present en els materials matemàtics de la Casa de Nens exceptuant en els materials dedicats a les edats més grans, a partir dels 5.5 anys (amb l'ús de l'àbac, per exemple).

És a més un material que compleix molts dels principis que Maria Montessori definia com importants per a l'aprenentatge matemàtic:

- desperta l'interès de l'infant: al presentar-se en forma de joc l'interès del nen és fàcil d'aconseguir, doncs generalment els nens i nenes d'aquestes edats els agraden els jocs i tot allò que suposi un repte que sentin que poden afrontar
- està relacionat amb la vida real: la majoria de nens i nenes d'aquí coneixen i comprenen que és un garatge
- segueix un ordre lògic de passos
- té un propòsit, definit i clar
- té control-error: el nen pot veure per sí mateix si ha resolt bé o no la consigna d'omplir totes les places del garatge sense necessitat de la correcció d'un adult
- és precís i exacte: hi ha tants cotxes com places de garatge disponibles
- permet la repetició, i amb ella el perfeccionament de la capacitat treballada.

Com ja s'ha dit més amunt, pot ser un material adequat a oferir un cop el nen ja ha treballat bé amb les barres numèriques a Casa de Nens i ja ha començat a explorar el concepte de suma i resta. El fet de practicar aquests conceptes amb materials diversos afavoreix l'aprofundiment i la comprensió de les operacions com a canvis que fem sobre les quantitats seguint una consigna donada.

Un altre aspecte rellevant és que en utilitzar les operacions a partir de les seves pròpies accions durant el joc, els nens i nenes poden captar el veritable significat d'aquestes des del primer moment i a més aplicades en el contexte de la vida quotidiana, sense necessitat del llenguatge escrit. Tot i així, si es considera adient, es pot utilitzar el llenguatge escrit, per exemple com a primera comprovació, sempre un cop que ja s'ha realitzat el càlcul mentalment.

Finalment, les estimacions (càlcul mental) que requereix fer aquest joc posen en joc diverses capacitats dels nens i nenes relacionades entre si i amb tots els altres aspectes de les matemàtiques, com són el coneixement dels nombres com a quantitats, la imaginació, la memòria i el pensament lògic entre altres.

Per tots aquests motius exposats a dalt, es considera que el joc del garatge és un material molt interessant per als nens de 4-6 anys de Casa de Nens.

Amb aquest apartat acaba la presentació dels resultats de la recerca en forma de proposta d'activitats i materials relacionats amb les branques de la geometria, de la lògica i del càlcul, incloent un joc de càlcul mental. Segueix a continuació el capítol amb les conclusions del treball.

IV. Conclusions finals de la recerca

Tots junts, i també cadascú, tenim davant nostre el repte d'anar-nos fent el nostre propi mètode, no d'ensenyar sinó de fer possible que els nens i les nenes aprenguin de veritat. Ens cal caminar per aquest camí, no pas molt de pressa, però sí amb iniciativa, amb la confiança que és el bon camí i amb la fermesa necessària per vèncer totes les dificultats, tots els entrebancs i totes les modes. Els nens i les nenes del nostre país, i tots els nens i les nenes del món necessiten que ho fem així³⁷.

Maria Antònia Canals

Des de l'inici aquest treball pretenia conjugar les aportacions de dos grans pedagogues com són Maria Montessori i Maria Antònia Canals, dues dones amb el mateix propòsit de donar a l'infant les eines per comprendre i actuar sobre el món en el que viu, la primera a través del seu mètode i la segona a través de la seva dedicació a la didàctica de les matemàtiques.

El punt de partida va ser l'aprenentatge de les matemàtiques dels nens i nenes de 3-6 anys, no només per ser aquest l'àmbit d'experiència de M. Antònia Canals sinó perquè és també un aspecte molt present en tot el mètode montessori, que no en va es va anomenar també "Mètode de la pedagogia científica". L'objectiu era aprofitar el coneixement de M. Antònia Canals sobre l'ensenyament matemàtic i sobre el mètode montessorian i extreure'n propostes per enriquir encara més aquest darrer, sempre amb el mateix propòsit final de donar una educació per la vida a l'infant.

Ja en l'etapa de recerca bibliogràfica es va fer palesa la necessitat de centrar-se en materials i activitats més que en teories, doncs tan Montessori com Canals son dones científiques que es basen en l'observació dels infants més que en escrits i postulats per extreure'n conclusions sobre el que els aquests necessiten pel seu desenvolupament.

De les primeres lectures va aparèixer clara la idea d'aprofundir sobre els reglets numèrics de M. Antònia Canals en relació al material montessorian dels granets, doncs ambdós materials són, per a les seves respectives creadores, un material essencial per l'ensenyament de les matemàtiques. En la conversa i sessió de treball amb M. Antònia Canals aquest idea inicial sobre els reglets es va

³⁷ CANALS, M. ANTÒNIA. (2005) frase d'inici al capítol « Aprendre a viure les matemàtiques a través de Maria Antònia Canals » a: *El compromís amb al renovació de l'escola*. Eumo Editorial, p. 63

desdibuixar com a idea central, perquè ella no considera que sigui un material adient per les edats 3-6 anys en les que ens enfoquem en el nostre treball.

La gran quantitat d'anècdotes i materials que Canals em va fer descobrir durant la sessió, completada després amb més recerca bibliogràfica, va portar a la idea de proposar un conjunt de materials més que un de sol com a complement i enriquiment de l'àrea matemàtica montessoriana de Casa de Nens. Es va doncs analitzar els diferents materials, es van contrastar amb les observacions fetes a l'ambient, i es va consultar a una formadora AMI amb gran experiència de l'àrea matemàtica a Casa de nens, la Gilda Bonnet, sobre la possibilitat d'introduir alguns d'aquests materials de Canals com extensions.

La resposta de Gilda Bonnet va fer donar un nou gir a la proposta inicial del treball: no era aconsellable ni desitjable introduir materials ni activitats noves al material de Casa de Nens ja existent perquè aquest conforma en sí mateix un mètode complert i conté tot el necessari per a que es doni l'aprenentatge matemàtic de l'infant (en paral·lel al desenvolupament d'altres capacitats), una mica com si es tractés d'un laboratori pedagògic en el que si es canvien les condicions es canvien els resultats obtinguts. Sobretot, calia no interrompre les tres hores de treball estipulades en el mètode Montessori i que és la durada que Montessori va establir a partir de les seves observacions com el temps necessari per afavorir la concentració en els nens i nenes. Fora d'aquestes hores de treball ininterromput, la mateixa Dra. Montessori concebia natural que els nens i nenes es dediquessin a altres tipus d'ocupacions o activitats necessàries també pel seu desenvolupament. Per això va semblar una molt bona opció el presentar la proposta d'activitats i materials de M. A. Canals escollits com a part d'un programa complementari a part del temps de treball Montessori.

Durant tot el procés d'el·laboració del treball van tenir-se en compte les descobertes que s'estaven fent per adaptar el treball final a aquestes i no a l'inrevés, Així, de la primera idea de defensar els reglets de Maria canals com una extensió interessant per a l'àrea de matemàtiques de Casa de Nens, s'ha passat a la proposta final explicada en el treball. D'aquesta manera aquest procés ha permès aprofundir i comprendre molt millor els factors i aspectes més rellevants en l'aprenentatge matemàtic dels infants de 3-6 anys, que es detallen en l'apartat següent.

Les conclusions d'aquest treball s'exposen per apartats:

4.1 L'aprenentatge de les matemàtiques a les primeres edats: factors a tenir en compte

Com es comparteix en la primera part d'aquest treball, la importància d'aprendre matemàtiques des de la primera infància està provada per nombrosos estudis, així com la relació positiva que hi ha entre una primera exposició a les matemàtiques lligada a l'experiència de l'infant, en un entorn que respecti tan el seu ritme propi com el seu interès. També és clar que tan el mètode Montessori com els materials i activitats creades per Maria Antònia Canals ofereixen aquestes condicions als infants de 3-6 anys.

Com s'ha dit més amunt, al llarg de la recerca s'ha pogut aprofundir i comprendre molt millor els **factores i principis més rellevants en l'aprenentatge matemàtic dels infants de 3-6 anys**. Aquests es recullen seguidament, i podrien considerar-se una primera conclusió del treball:

- El pensament o ment matemàtica és la capacitat de passar de lo concret a l'abstracte i de copsar els patrons i regles que regeixen el nostre món.
- La capacitat i l'interès per les matemàtiques en l'ésser humà, el que s'anomena ment matemàtica, està present i activa des del naixement i en les primeres edats es construeix sobretot a partir de l'observació (ment absorbent) i del moviment, d'aquí la importància dels materials manipulatius sobretot en l'etapa 3-6 anys.
- Cal acompanyar el desenvolupament del pensament matemàtic de la manera adequada: estimulant l'interès, proposant exercicis relacionats amb l'entorn quotidià, oferint un ambient tranquil i un ritme adaptat a cada nen, afavorint que el nen sigui l'actor del seu aprenentatge, aprofitant les situacions matemàtiques que es donen en el dia a dia... L'ambient adaptat de Casa de Nens ofereix totes aquestes condicions.
- S'ha d'aconseguir que l'infant se n'adoni i experimenti que les matemàtiques són una clau del món doncs estan tot arreu i, juntament amb el llenguatge, conformen la nostra societat, són necessàries per la vida quotidiana.

4.2 M. Montessori i M. Antònia Canals, dos enfocaments complementaris

“Reflexió i recerca del que fan la canalla petita per aprendre, perquè això és el que ha de ser, el que alimenta al mestre, el poder observar i poder anar creant cada vegada més a partir de l'acció dels nens i la formació dels mestres, que per a mi és essencial, perquè si els mestres no van consolidant aquesta idea de fer les matemàtiques a través de materials seguiran fent les matemàtiques a l'escola malament(...) Un bon material provoca el pensament abstracte. Aquest és el punt de la filosofia Montessori, que jo tant he seguit, fins que vaig voler seguir el meu propi camí.”³⁸”

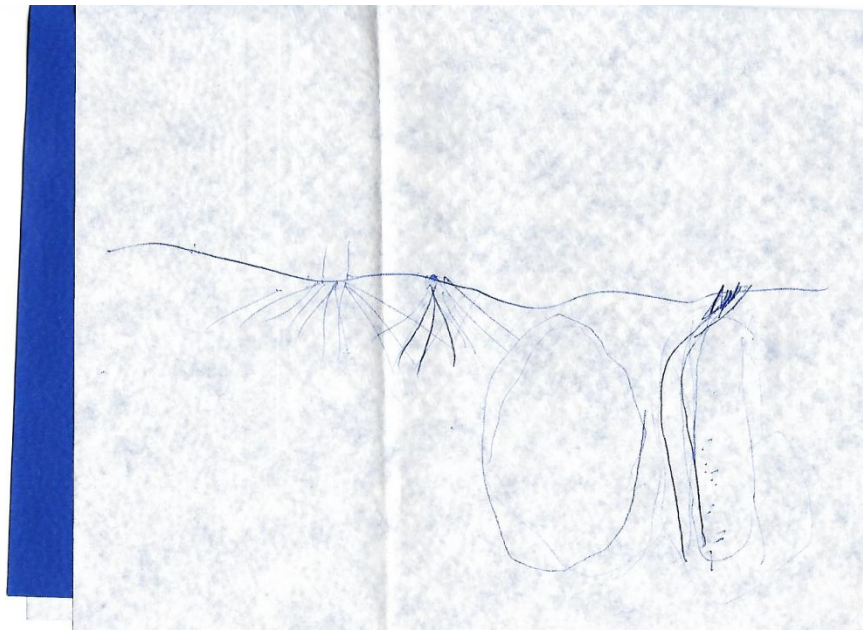
M. Antònia Canals

Tant Canals com Montessori tenen clar que amb les matemàtiques dones als nens una clau ben important del món i els ofereix així moltes possibilitats. *“Si estudiem les obres de tots els que han deixat les seves marques al món en forma d'invents útils per a la humanitat, veiem que el punt de partida era sempre quelcom d'ordre i exactitud en les seves ments, i que això era el que els permetia crear alguna cosa nova. Fins i tot en els mons imaginatius de la poesia i la música, hi ha un ordre bàsic tan exacte que és anomenat "mètrica" o mesura”.* (Montessori, M. 2012: 185) I tant la Dra. Montessori com la matemàtica i mestra catalana Maria Antònia Canals consideren determinants per a l'aprenentatge matemàtic en els infants de 3-6 anys el basar-se en situacions quotidianes i conegudes pels infants i iniciar l'ensenyament de les matemàtiques des de les primeres edats.

El nexa Montessori Canals és ben real i clar que existeix però es feia difícil imaginar quina forma podia prendre en relació a les matemàtiques, doncs el mètode Montessori, si bé té l'esperit d'oferir sempre al nen una educació per la vida adaptada a la seva cultura i moment, no és un mètode que permeti fàcilment de fer-ne variacions o incorporacions sense que se'n vegi afectat els resultats; , i per altra banda, la M. Antònia Canals en referència a l'ensenyament de les matemàtiques és mostra molt crítica amb l'enfocament de Montessori.

³⁸ Creamat 2009 min.7:30-8:00.

Al llarg del treball però, s'ha demostrat el que la M. Antònia em deia durant la nostra conversa: *“per canviar un mètode per un altre t'has de commoure tu primer”*. Va explicar un símil amb un dibuix de tres plantes, on cada planta representa un mètode o enfoc pedagògic diferents: *“tens una planta amb moltes arrels, si plantes una altra cal que sigui de manera prou separada per a que no es facin ombra...però les arrels es trobaran en el fons....cal aprofundir per trobar-se. Si no vas a fons no tens dret a criticar. Has d'anar al fons del que fa aprendre als nens”*.



Dibuix fet per la M. Antònia Canals sobre un tovalló de paper on es mostren les arrels de diferents plantes (representant diferents pedagogies) i el punt on es troben.

Així que de mètodes i maneres de fer n'hi ha moltes, però si de debò són profundes i ben pensades, en el fons totes elles es troben en un punt comú. I és el que aquest treball ha posat de relleu, si bé la “planta montessoriana” necessita espai per desenvolupar-se com cal, en el fons es troba i comparteix molt en comú amb la experiència de la gran mestra i matemàtica que és M. Antònia Canals.

Dit això, una segona conclusió del treball seria que **les matemàtiques en el mètode Montessori i la didàctica matemàtica de Maria Antònia Canals tenen més punts en comú que de divergència doncs comparteixen les mateixes bases**: partir de l'infant, de cada infant doncs cadascun és

diferent, i fer-ho des del respecte i amb la voluntat de que aquest sigui actor del coneixement a través de descobertes i no passiu recipient, entre d'altres aspectes esmentats al llarg del treball.

Així doncs, el fet de proposar els exercicis com a un programa complementari i no combinat amb el treball Montessori només és degut a la necessitat de respectar la metodologia montessoriana en el seu extens, com a mètode "científic" que és, i no pas perquè siguin visions antagòniques o impossibles de combinar.

4.3 Implicacions didàctiques

Aquesta proposta s'ha fet partint de diferents materials creats o proposats per Maria Antònia Canals en diferents àmbits de l'aprenentatge de les matemàtiques per als 3-6 anys que s'han seleccionat perquè poden aportar aspectes poc presents o absents en la Casa dels Nens i que al mateix temps s'ajusten bé als principis montessorians de base.

El que es pretén en definitiva és millorar l'aprenentatge dels nens i nenes de 3-6 anys, centrant-se en el que ja s'ofereix a Casa de Nens i aprofundint-ho i complementant-ho amb nous materials i activitats posteriors al mètode per reforçar i portar més enllà l'aconseguit per Montessori. Aquests materials i activitats complementàries es feia evident que devien provenir d'entre les moltes que ha creat M. Antònia Canals en tots els seus anys d'experiència en didàctica de les matemàtiques a infantil.

Un d'aquests materials són els blocs lògics, que no són invenció de M. Antònia Canals sinó de Dienes però que ella va introduir a Catalunya per treballar la lògica, i dels que ha fet variacions molt interessants que funcionen molt bé amb els més petits. Un altre material són els reglets numèrics de M. Antònia Canals, material que ella ha creat com a variació dels granets montessorians. Un tercer material està relacionat amb el càlcul mental i més concretament amb l'estimació, a partir d'un joc molt senzill d'un garatge i sis cotxes (de cartró). Finalment M. Antònia Canals dóna molta importància a l'ensenyament de la geometria a partir del moviment del cos, de manera que també s'han inclòs una sèrie d'exercicis i activitats que proposa per als petits experimentin amb l'espai i adquireixin la noció sensorial de línia, pla i volum.

D'aquests el joc del garatge i les activitats per aprendre geometria semblen ser els dos materials en què l'experiència de Maria Antònia Canals té més a aportar al mètode montessoriana. El joc del

garatge és un exercici únic i concret que pot ser molt interessant per a usar-se a Casa de Nens per estimular el càlcul mental. En el document de geometria, en canvi, les propostes d'exercicis són moltes i variades, és més el concepte de proposar activitats lligades al moviment global del cos en l'espai i el fet de parlar-lo i representar després el que és interessant pel fet de no estar contemplat a Casa de Nens.

Com a continuació d'aquest treball de recerca es poden pensar moltes coses:

1. la més evident és posar a prova les propostes fetes en un o varis ambients de Casa de Nens i observar-ne les reaccions i resultats que provoquen, a la manera que la Dra. Montessori feia per seleccionar els diferents materials del seu mètode: *“La manera com els infants utilitzaren aquests materials, les reaccions que els provocaren, la freqüència amb què feien servir aquests objectes, i sobretot els resultats de desenvolupament que proporcionaren, ens anaren oferint criteris dignes de confiança per a l'eliminació, la modificació i l'acceptació d'aquests mitjans com a material en les nostres escoles. Color, dimensions, forma i totes les qualitats foren establertes a partir de l'experiència.”* (Montessori, M. 1984, p. 115). I afegeix: *“l'experiència dirà que només és apte per a l'educació aquell material que efectivament “interessa” el nen petit i l'entreté amb un exercici espontani i escollit diverses vegades.”*(Montessori, M. 1984, p. 117).
2. Trobar la manera de donar rellevància, formalitzar en el mètode Montessorià l'importància del diàleg en el desenvolupament de les matemàtiques. M. Antònia Canals aconsella sempre després d'una activitat o experiència, parlar amb el nen sobre el que ha fet, crear diàleg, i finalment representar-lo. *“El diàleg posterior és fantàstic perquè si no se'ls fa explicar no acaben de fer-se'l seu. Això li falta a la Montessori, la Montessori fa experimentar molt però no demana grans explicacions”.* (Canals, M. a 2011a, minut 55-59: 43). Aquesta manca de diàleg que identifica M. A. Canals en Montessori es compensa en certa manera amb la barreja d'edats que Montessori va determinar que hi hagués a l'ambient de Casa de Nens, que és important precisament perquè constitueix una oportunitat per als nens d'explicar el que han après uns als altres, consolidant així el seu coneixement. Potser però caldria afegir aquesta vesant de diàleg amb l'adult un cop el nen ha aplicat una estratègia o manera de fer a un repte matemàtic, doncs seria un pas intermig abans de ser capaç d'explicar com fer-ho a un altre, seria el pas en què “pensa en veu alta”, pren consciència del que fa per treure'n

conclusions sobre el procés en sí encara que no hagi obtingut el resultat esperat. De quina manera es podria introduir aquest tipus de diàleg tan defensat per Canals en un ambient de Casa de Nens es fa difícil de concloure a partir d'aquest treball, seria doncs un aspecte interessant a dedicar-hi més temps i recerca.

3. En aquest treball no hi ha hagut l'oportunitat però en un futur pot ser interessant fer una comparació de l'ús dels reglets de Canals i el dels granets de Montessori en nens del final de l'etapa d'infantil o de Casa de Nens (5-6 anys) per comprendre millor les semblances i diferències, així com les avantatges d'utilitzar-ne un o un altre segons els resultats que es busquin.

Tota aquesta proposta surt de les ganes de buscar la manera d'ajuntar dues experiències, la de Montessori i la de M. Antònia Canals, dues persones amb personalitat forta que han marcat cadascuna a la seva manera la manera d'educar als més petits. Des que he començat la meva formació en el mètode Montessori com a guia 0-6 anys, la meva admiració per la manera en com la Dra. Montessori va crear-lo no ha parat d'augmentar, sobretot al veure a la pràctica com permet a nens i nenes de créixer feliços i plens de confiança i entusiasme per aprendre. I per altra banda, la descoberta del gran coneixement, entusiasme i dedicació de Maria Antònia Canals envers la didàctica de les matemàtiques en els més petits, i l'afecte i fermesa amb què defensa les bases de la pedagogia de Montessori, va fer que sentís la necessitat de posar ambdues visions una vora l'altra, re-interpretant el que una i l'altra diuen per cercar-hi els punts en comú i descobrir la manera de que els nens i nenes puguin aprofitar la saviesa de les dues. I això ha estat el que aquest treball ha provat de fer.

REFERÈNCIES

L'experiència matemàtica de Maria Antònia Canals i la metodologia Montessori (3-6 anys). Algunes aportacions.

Referències

ALSINA I PASTELLS, A. (2004) "Una aproximació bibliogràfica a l'obra de M. Antònia Canals" .A: *Biaix* 22 juliol 2004 p. 35-39.

ALSINA, A. I SOLER, J. (coord.) (2005) *El compromís amb la renovació de l'escola*. Capellades, Espanya: Editorial Eumo.

BÀRBARA JULBE, B. (2013). "Maria Antònia Canals, 83 años: Sigo para alentar a los maestros". *La Vanguardia* A: <http://www.lavanguardia.com/autores/barbara-julbe.html>

BESALÚ I COSTA, X. (2015) "Maria Antònia Canals i Tolosa (1930): del mètode Montessori a la renovació de la Didàctica de les Matemàtiques". A: *20 mestres i pedagogues catalanes del sg.XX*, Associació de Mestres Rosa Sensat, p.319-335

BINIÉS LANCETA, P. (2008) *Converses matemàtiques amb Maria Antònia Canals*. Barcelona: Editorial Graó.

BRAMONA, J. I CABACÉS, R. (2017) "Maria Antònia Canals. A l'escola i a la feina, tothom hauria de ser feliç." A: *Barcelonametropolis* Número 103, Abril 2017 p. 4-8.

CANALS, M. A. (1990). "Matemàtica al parvulari". *In-fàn-ci-a* núm. 53, pp. 23-26.

CANALS, M. A. (1991). "Estructuració del pensament del nen de 0 a 6 anys a través d'activitats lògico-matemàtiques". A: *Perspectiva Escolar* núm.152, pp.2-7.

CANALS, M. A. (1993). "Les matemàtiques a l'educació infantil; una llengua o alguna cosa més?." A: *In-fàn-ci-a* núm 130 juliol/agost 1993 pp. 2-4.

CANALS, M. A. (1998). "Problemes i jocs en fer matemàtiques". A: *In-fàn-ci-a* núm. 101 pp.24-27.

CANALS, M. A. (2001a). "L'ús del material manipulable en l'aprenentatge de les matemàtiques". A: *Perspectiva Escolar* núm. 254 pp. 48-55.

CANALS, M. A. (2001b). *Viure les matemàtiques de 3 a 6 anys*. Barcelona: Rosa Sensat (Temes d'Infància; 35).

CANALS, M. A. (2003). "Maria Montessori i el seu concepte d'educació". A: *Infàn-ci-a* núm 130 gen./feb. 2003 p. 5-10.

CANALS, M. A. (2009a). "Les Matemàtiques són el cor del món". A *Engega* núm. 12'. Girona: Universitat.

CANALS, M. A. (2009b). *Primers nombres i primeres operacions*. Barcelona: Dossiers Rosa Sensat núm. 101.

CANALS, M. A. (2009b). *Lògica a totes les edats*. Barcelona: Dossiers Rosa Sensat núm. 104.

CANALS, M. A. (2009c). *Superfícies, volums i línies*. Barcelona: Dossiers Rosa Sensat núm. 105.

CANALS, M. A. (2009d). *Transformacions geomètriques*. Barcelona: Dossiers Rosa Sensat núm. 106.

CANALS, M. A. (2009e). *Problemes i més problemes*. Barcelona: Dossiers Rosa Sensat núm. 107.

CANALS, M. A. (2009f). *Mesures i geometria*. Barcelona: Dossiers Rosa Sensat núm. 108.

CANALS, M. A. (2010). *Els Reglets*. Barcelona: Dossiers Rosa Sensat, núm. 110.

CANALS, M. A. (2011a) "Sessions per a mestres sobre l'ensenyament de la geometria [15-02-2011]" Document audiovisual, <http://hdl.handle.net/10256.1/2111>

CANALS, M. A. (2011b) "Sessions per a mestres sobre l'ensenyament de les diverses mesures [14-03-2011]" Document audiovisual, <http://hdl.handle.net/10256.1/2112>

CANALS, M. A. (2012a) "Conferència de Maria Antònia Canals Tolosa als alumnes d'Educació Infantil sobre la Pedagogia de Montessori". Servei d'Audiovisuals FCE-UAB a: <https://www.youtube.com/watch?v=trYkjYI7aBA>

CANALS, M. A. (2012b). "Els algorismes i les operacions escrites". A: *Perspectiva Escolar* núm. 363 maig/juny 2012 p. 52-56.

CANALS, M. A. (2015a). "La geometria en l'etapa infantil." A: *Perspectiva Escolar* núm. 380 març/abril 2015 p. 13-19.

CANALS, M. A. (2015b). "María Montessori: una nueva manera de comprender la relación entre la educadora y los niños y las niñas". Conferència en el VII congreso Ameigi, 3 maig de 2015. Document audiovisual, A: <https://www.youtube.com/watch?v=JchxKogA2ss>

CANALS, M. A. (2015c). "Carta a Marta Mata". A: *Perspectiva Escolar* núm. 379 gener 2015 p. 56-62.

CLEMENTS, D. H. & CONFERENCE WORKING GROUP (2004). "Part 1: Major themes and recommendations". A: D. H. Clements, J. Sarama, & A-M. DiBiase (Eds), (2004) *Engaging young children in Mathematics: Standards for early childhood mathematics education*, pp. 7-76. Mathwah, NJ : Lawrence Erlbaum.

CLEMENTS, D. H., & SARAMA, J. (2007). "Early childhood mathematics learning". A: F. K. Lester, Jr. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (Vol. 1, pp. 461-555). New York: Information Age Publishing.

CLEMENTS, D. H., & SARAMA, J.(2011) "Early Childhood Mathematics Intervention". A: *Science* 19 Aug 2011: Vol. 333, Issue 6045, pp. 968-970 DOI: 10.1126/science.1204537

CREAMAT- DEPARTAMENT D'ENSENYAMENT. (2009) "Experiències Matemàtiques." Document audiovisual a: http://www.edu3.cat/Edu3tv/Fitxa?p_id=40338

CROSS, C. T. , WOODS, T. A. , SCHWEINGRUBER, H. (2009). "National Research Council, Mathematics in Early Childhood: Learning Paths Toward Excellence and Equity". Eds. National Academy Press, Washington, DC.

DAY-HESS, C. & CLEMENTS, D.H (2017) "The DREME Network: Research and Interventions". A: *Early Childhood Mathematics, Chapter in Advances in child development and behavior* ·May2017 DOI:10.1016/bs.acdb.2017.03.00

DOHRMANN, K. R., NISHIDA, T. K., GARTNER, A., LIPSKY, D. K., & GRIMM, K. J. (2007). "High school outcomes for students in a public montessori program". *Journal of Research in Childhood Education*, 22(2), 205-217.

ELIOT, L. PH.D. (2000). *What's Going On In There?* New York, USA: Bantam Books.

GAMAR. Pàgina web de recursos a disposició lliure: <http://www2.udg.edu/projectesbiblioteca/GAMAR/Materials/>

LATSKY, E. V., VASILYEVA, M. & SCHIFFMAN, J. (2016) "Longitudinal Comparison of Place-Value and Arithmetic Knowledge in Montessori and Non-Montessori Students". *Journal of Montessori Research* 2016, Volume 2, Issue 1

LILLARD, A.S., & ELSE-QUEST, N. (2007). "Evaluating Montessori education". A: *Science*, 313, 1893–1894

LILLARD, A.S. (2011) "What Belongs in a Montessori Primary Classroom? Results from a Survey of AMI and AMS Teacher Trainers". A: University of Virginia, Faculty of Education [http://faculty.virginia.edu/ASLillard/PDFs/Lillard%20\(2011b\).pdf](http://faculty.virginia.edu/ASLillard/PDFs/Lillard%20(2011b).pdf)

LILLARD, A.S. (2012). "Preschool children's development in classic Montessori, supplemented Montessori, and conventional programs". *Journal of School Psychology*, 50(3), 379-401. doi: 10.1016/j.jsp.2012.01.001

LILLARD, A.S. (2016) "Removing Supplementary Materials from Montessori Classrooms Changed Child Outcomes." *Journal of Montessori Research*, 2016, Volume 2, Issue 1

MONTESSORI, M. (1934a) *Psicoaritmética*. Barcelona: Araluce.

MONTESSORI, M. (1934b) *Psicogeometria*. Barcelona: Araluce.

MONTESSORI, M.(1984) *La descoberta de l'infant*. Barcelona: Eumo Editorial / Diputació de Barcelona.

MONTESSORI, M. (2012). *The Absorbent Mind*. BN Publishing.

MORER I SERRA, E. (2007) "Sumant dedicació, multiplicant saviesa. Entrevista a Maria Antònia Canals". *Revista Escola Catalana* núm. 442, juliol-ag-set. 2007 pp.26-33.

SOLÀ I MONTSERRAT, R. (2003) *L'escola Ton i Guida: quan la pedagogia activa va anar al suburbi (Barcelona 1962-1994)*. Barcelona: Edicions 62.

SOTOS SERRANO, M. (2016) *Maria Antònia Canals i Tolosa. Renovación pedagógica y didáctica de las matemáticas*. Barcelona: Ediciones Octaedro.

PROGRAMA (S)AVIS (2014) "Maria Antònia Canals". 09/10/2014. Televisió de Catalunya, TV3. Material audiovisual A: <http://www.ccma.cat/tv3/alcarta/programa/Maria-Antonia-Canals/video/5269311/>

UNIVERSITAT DE GIRONA. SERVEI DE PUBLICACIONS. (2007) "Maria Antònia Canals. El GAMAR, l'experiència de tocar les matemàtiques". *Engega*. Revista de la UdG; Núm. 2

VAZ, N. (2013) "Montessori Special Education and Nature's PlayGround". A: *The NAMTA Journal*, Vol. 38, No. 1, Winter 2013.

WALL, S. LITJENS, I. TAGUMA, M.(2015) "Pedagogy in early childhood education and care (ECEC): an international comparative study of approaches and policies". Department for Education of England.

L'experiència matemàtica de Maria Antònia Canals i la metodologia Montessori (3-6 anys). Algunes aportacions.

ANNEXOS

L'experiència matemàtica de Maria Antònia Canals i la metodologia Montessori (3-6 anys). Algunes aportacions.

Annex 1

L'experiència matemàtica de Maria Antònia Canals i la metodologia Montessori (3-6 anys). Algunes aportacions.

Entrevista i conversa amb Maria Antònia Canals



La trobada

El dijous 28 desembre i el divendres 29 desembre vaig tenir la sort de poder passar una bona estona amb la companyia de la M Antònia Canals, amb qui vam conversar sobretot de matemàtiques i dels més petits: els nens i nens de 3-6 anys. El dijous vam quedar per dinar plegades a La Taverna, un restaurant que coneix bé de Girona i on la coneixen molt bé també. No vaig ser l'única d'anar allà a trobar-la, la Maria Antònia és ben coneguda per molts, i també som molts que no ens fa mandra l'anar a Girona per poder passar una estona amb ella. Aquell dia vaig tenir l'oportunitat de dinar i parlar amb ella unes bones tres hores, fins que, dinat acabat, van venir a buscar-la uns amics seus

d'Albacete que estaven visitant-la aquells dies³⁹. Vaig marxar amb recança però contenta de tot el que en tan poc temps havia après ja amb la Maria Antònia, i sobretot, feliç perquè havíem quedat per veure'ns de nou l'endemà, aquesta vegada al Gamar, el Gabinet de Materials i de Recerca per a la Matemàtica a l'Escola de l'Universitat de Girona, del que la mateixa Maria Antònia és creadora.

El divendres 29 de desembre, doncs, vam passar tot un matí sencer descobrint els materials del Gamar més adients per a ensenyar les matemàtiques a infantil. N'hi havia de tot tipus, i la M. A. me'ls ensenyava amb tanta passió, barrejant sempre anècdotes pròpies, que se'm va passar les més de 4 hores volant. Cap al final vam tenir més visitants, com no podia ser d'altra manera, doncs com ja he dit, la M. A. Canals és una persona molt sol·licitada. I fins i tot al final del matí s'hi va afegir el meu company, el Paul, al qual la M. Antònia no se'n va estar d'incloure en la demostració que en aquells moments ens estava fent dels seus estimats blocs lògics de Dienes. Material del que me'n va donar un exemplar que tenia de més, per a que l'explorés i el fes servir amb els nens i nenes. I així ho penso fer.

Notes de les trobades

Dijous, 28 desembre 2017, restaurant La Taverna, Girona

La Maria Antònia em va dir que si gravava la nostra conversa no parlaria de la mateixa manera, pel que vaig estar d'acord només de prendre notes. Però tantes notes prenia que em va dir que el que calia era que escoltés, que no apuntés tant, que si no li feia distreure's del que deia. I és que la Maria Antònia quan et parla et parla directament, atenta a si entens el que està dient, sempre escoltant el que tinguis a afegir. Suposo i entenc que és la part montessoriana, ja que ella defensa com a principi d'un bon mestre que sàpiga entendre el seu alumne. Així aquestes notes que segueixen són redactades a partir de breus anotacions que feia de tant en tant durant les nostres converses. No són per tant cites literals de la Maria Antònia excepte les porques que poso entre cometes, però sí que proven de copsar el sentit del que deia, i les he reescrit el més fidelment que puc recordar. També compto per recordar el que va dir amb unes notes que anava fent a sobre de les estovalles de

³⁹ Un d'aquests amics tan especials eren la Maria Sotos Serrano, la qual recentment ha escrit el llibre "Maria Antònia Canals: la renovació pedagògica y didàctica de les matemàtiques".

paper del restaurant (en va demanar un parell abans de començar), notes que guarda amb molta cura i de les quals adjunto fotos quan s'escau.

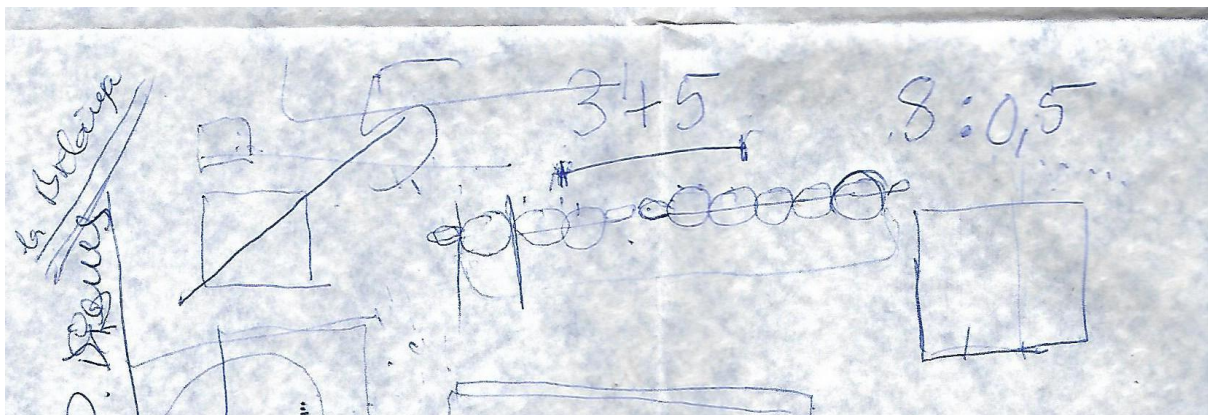
La seva història amb Montessori

La Maria Antònia va fer Montessori 3-4 anys a l'escola de la seva tia, després van fugir a Lloret degut a la guerra... *"però no puc dir que la tia m'ensenyés Montessori, va ser quan vaig començar a Talitha que preguntava molt a la tia i vaig llegir la Pedagogia Científica...i en el llibre vaig descobrir molts disbarats matemàtics"*. Però a Talitha va aplicar Montessori fidelment. *"Hi vaig ser 6 anys. El pare mort, 2 germans petits...havia de treballar però hem va agafar la idea de fer una escola assequible, una escola per tothom...en aquell moment, els 60, la gent més pobre eren els immigrants que venien d'Andalusia. Era com una inundació, deien que arribaven 1000 persones diàries a Barcelona en tren provinents d'Andalusia...la gent anava a l'estació de França a veure'ls arribar...Jo ja tenia 30 anys i volia dedicar-me als immigrants. Vaig decidir deixar Talitha. Coneixia un rector a Verdum (ara Roquetes) que aleshores era el pitjor"*. Aquest rector que coneixia s'havia queixat públicament de que no tenia lloc on fer missa. *"Però tenien un barracó de fusta que em va deixar on vaig posar el rètol d'Escola Parroquial"*. Alguns amics de Barcelona van convencer-la de fer una escola independent, no parroquial, i el rector hi va estar d'acord. I aquests amics van començar a recollir subscripcions...*"a mi m'asseguraven un sou bàsic i li vaig dir Ton i Guida. Quan vaig començar l'escola vivia a Muntane, prop del metro, però de seguida vaig buscar pel barri. Poc abans d'un any vaig aconseguir trobar pis a Verdum i el vaig comprar i hi vaig anar amb la mare que ja era jubilada i em va ajudar. Vaig pintar el barracó per dintre"*. A pintar el barracó la van ajudar un pare i un altre noi que passava per allí de casualitat, i una nena dita Milagritos que tenia paràlisi, *"anava coixeta"*, de quatre anys: *"quan ja duia una hora ajudant, pintant i preparant material deia: me voy y te dejo tranquila"* I en explicar-me això la Maria Antònia em deia que si me'n donava compte de com són els nens, de tot el que entenen, perquè ves tu com aquella nena de 4 anys li deia això, quin misteri. I anava cada dia sens falta a ajudar-la sempre una estona. *"La Montessori estava massa segura del que saben els nens, jo crec que és molt difícil, cada nen és diferent, de vegades no es pot saber el que saben o perquè fan el que fan"*.

Sobre el material Montessori: primeres crisis

De fet el material montessorianò no el va treure de bon principi a Ton i Guida. Primer de tot es va dedicar a jugar amb els nens i a utilitzar la línia. Del seu temps a Talitha havia après molts jocs ja que hi havia una mestra, la Maria Teresa Fort, que en sabia molts. El primer taller que va fer de Rosa Sensat no va ser de matemàtiques, va ser de jocs! Gràcies als jocs va introduir el gust per les normes, de manera que al cap de tres setmanes ja va atrevir-se a deixar jugar als nens fora del barracó (no hi havia tancat) i cap d'ells es va escapar, això sí, ella en va passar molta de por aquell dia amb el neguit de que algun ho fes. I poc després va anar introduint el material. Eren nens que escopien molt, així que la primera norma que els va posar va ser que no podien escopir al treball del seu company. Li va semblar que prohibir escupir del tot era massa. Pocs dies després va afegir la norma de no escupir a classe, i va ser respectada.

Sobre el material diu: *“a Verдум, al cap de 2-3 anys Vaig començar a treure el material de Montessori...vaig arribar a tenir tantes crisis que vaig canviar el concepte d'ensenyar i aprendre. Recordo molt bé la primera crisi... La primera va ser amb els granets. Jo provava d'ensenyar a sumar als nens ajuntant les cadenes del 3 i del 5, dient-lis “aneu a buscar una cadena que sigui igual de llarga a aquestes dues juntes”. Els nens em portaven invariablement la cadena del 9, perquè juntes, les dues cadenes feien la llargària del 9 ja que els dos filferros dels extrems de cada cadena ocupen l'espai d'un granet (aquí la M. Antònia fa un dibuix per explicar-ho millor). Això m'exasperava, i els nens al veure-ho se m'apropaven i m'acariciaven la galta suaument, així, i em deien: “senyu, maca, senyu, maca” com si em tinguessin pena. Un dia els vaig preguntar perquè ho feien això, perquè em tenien pena?. Els nens van respondre: “perquè nosaltres prou sabem que 3 més 5 és 8. I jo els vaig contestar: i com ho sabeu? I em van dir: així. I van comptar amb els dits: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, i 8”.*



Detall del dibuix fet per la M. Antònia Canals sobre un tovalló de paper per mostrar el problema que va trobar en fer sumes amb els granets de Montessori.

La Maria Antònia em va compartir altres crítiques sobre les matemàtiques montessorianes: *“tampoc dividir és repartir com diu Montessori, dividir és trobar el número que multiplicat per un altre doni un resultat”*. En canvi està totalment d'acord amb l'importància del moviment i de la coordinació del moviment. Per ella els grans encerts de la Montessori en matemàtiques són que dóna molta importància a les ordenacions i a les classificacions. I compara la teoria del Piaget, que diu que fins els 7 anys els nens no poden entendre els números, i em recomana de llegir el llibre *“La construction du numero chez l'enfant”*, *“mentres que la Montessori no s'ho creu això, fa fins al 10”*.

L'inici de l'escola Ton i Guida

“A Verdum només matriculava nens de 3 a 4 anys...al final van anar fins als 14 anys”. En parlar del primers anys de l'escola que ella va fundar al Verdum, explica que ella no barrejava les edats, i que a l'inici eren 42 per classe. A partir de gener del primer any ja la va acompanyar una altra mestra, per trobar-la va posar anuncis als diaris i tot: *“es busca mestra Montessori...”*.

En Pepe Luke

Hi havia un nen a Ton i Guida, que es deia Pepe Luke, i que va causar gran impressió a la Maria Antònia: *“va arribar als 8 anys...no volia aprendre res, i sabia coses com robar sense que te n'adonessis...Ell volia venir a l'escola perquè els companys li deien que s'ho passaven bé. La norma per a que hi pogués venir era que no podia robar.”* Aquest nen no aprenia res, no molestava a classe perquè s'ocupava, però es negava a aprendre. Com era baixet el van posar a 2n i va estar així fins a 4t, perquè a l'escola creien en no forçar als nens, com deia la Montessori. Quan havia de passar a 5è les mestres es van dir que no podia ser que no sabés encara llegir ni escriure ni res. La Maria Antònia va pensar en una manera: *Jo vaig veure que li agradava molt la muntanya, i que li agradava pujar als arbres. Així que en una sortida el vaig retar, li vaig dir que m'havia d'ensenyar alguna cosa. I ell sorprès em va contestar: ¿Yo? ¿Pero que voy a enseñarle?”* El que li va demanar la Maria Antònia va ser que li ensenyés a pujar dalt de l'arbre. Li va dir que s'havia fixat en que ell això ho sabia fer molt bé, i que per tant la guiaria mentre ella pujava a l'arbre, explicant-li el que calia fer amb molt de detall. I va començar a pujar a l'arbre, i el nen, molt nerviós i sentint-se molt responsable, li anava dient a quina branca agafar-se o on posar el peu. La Maria Antònia diu que va passar molta por, però

que va valer la pena perquè el nen va adonar-se de que sí que sabia coses i de l'importància de saber-se explicar.

En Zoltan P. Dienes i els blocs lògics

En aquest punt la Maria Antònia em comença a explicar que el que troba més positiu de la Montessori és *la llibertat que dóna al nen, el treball individual, el material d'ordenació i d'aparellar...En canvi el que troba més negatiu és la dependència al material i el fet que faci escriure números tan aviat als nens*. Aleshores em parla d'un gran matemàtic que va tenir l'ocasió de conèixer, i del seu material, els blocs lògics, però advertint-me que en caldrà tornar-ne a parlar al Gamar, amb el material al davant.

Sobre els blocs lògics la M Antònia explica que van ser una descoberta única per a ella. I que com a tal, i perquè de seguida es va adonar de que no eren montessorians, va anar a presentar-lis a la seva tieta Dolor que vivia en una residència, va portar-li un joc de blocs lògics de butxaca que tenien a Rosa Sensat. Davant la seva sorpresa, la tieta li va assegurar que la Dra. Montessori estaria encantada amb un material d'aquella mena: "què et penses, que la Dra. era molt tancada?" li va dir la seva tieta.

També m'explica sobre en Zoltan P. Dienes, creador dels blocs lògics: *"Era un pedagog matemàtic hongarès que es va exiliar després de la 2ª Guerra Mundial. Es va exiliar al Quebec, on coneixien el gran matemàtic que era i li van proposar una càtedra. Ell només va acceptar-ho a condició que fos una càtedra de Didàctica en les Matemàtiques. Encara no n'existia cap! Ell va ser el primer en crear una càtedra de la didàctica de les matemàtiques. En Dienes defensava treballar moltes qualitats a l'hora. Va fer una conferència a Rosa Sensat durant la dictadura. Va convidar-lo la Marta Matas. Rosa Sensat estava encara al carrer Còrsega (confluència amb Roselló, cantonada Balma, on els Jesuïtes). La sala estava plena de gom a gom. Em van demanar a mi de traduir perquè era matemàtica i sabia francès. Ell va entrar i va preguntar: "on són els nens?" Tots ens vam quedar sorpresos i li vam respondre que era una conferència per adults. Ell va contestar que ja ho sabia, però que no podia fer-ho sense nens. De seguida van sortir varis a buscar nebots i fills d'amics, fins tenir 6 o 7 nens de 7-8 anys. En Dienes va fer la classe de geometria a aquells nens davant nostre. Tots bocabadats. Com s'entien? Dienes només parlava hongarès i francès i els nens no entenien cap d'aquestes dues llengües! I malgrat tot els va fer una classe estupenda"*.

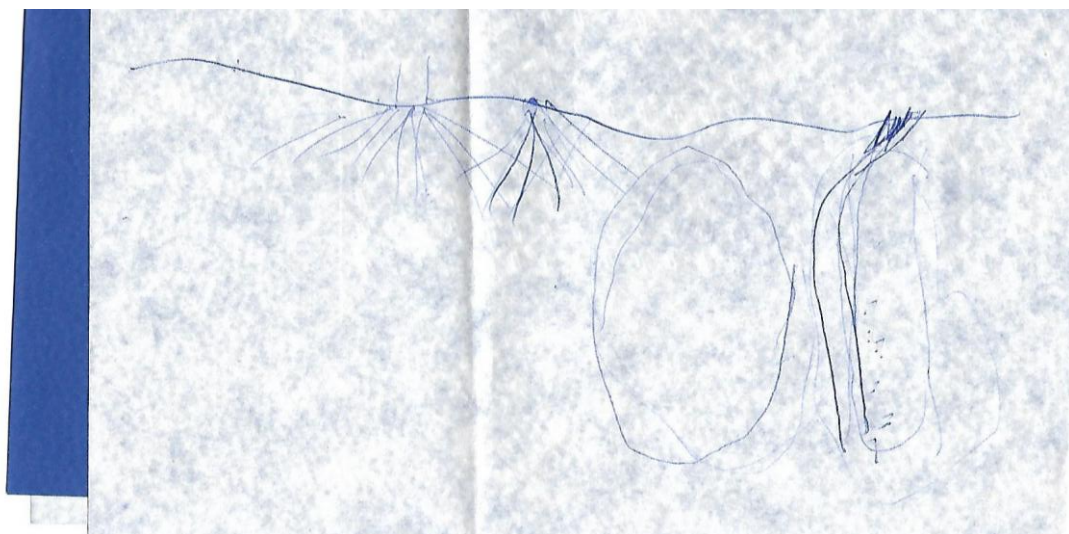
Em comenta per sobre les característiques que ha de tenir els blocs lògics, fins i tot m'apunta el nom de Dienes al full de paper i me'n comença a dibuixar els blocs. Jo prenc apunts: 48 combinacions, 4 de forma (triangle, rodona, quadrat i rectangle), 2 de mida (gran i petit), 2 de gruix (prim i gros) i 3 de colors, els bàsics (vermell, blau i groc).



Dibuix fet per la M. Antònia Canals sobre un tovalló de paper per escriure el nom de Zoltan Dienes i les 48 combinacions dels blocs lògics.

Sobre les diferents pedagogies

Em parla sobre el mètode Montessori i altres mètodes en general. Em diu que *“per canviar un mètode per un altre t’has de commoure tu primer”*. I m’explica un símil amb un dibuix de tres plantes, on cada planta representa un mètode pedagògic diferents: *“tens una planta amb moltes arrels, si plantes una altra cal que sigui de manera prou separada per a que no es facin ombra...però les arrels es trobaran en el fons....cal aprofundir per trobar-se. Si no vas a fons no tens dret a criticar. Has d’anar al fons del que fa aprendre als nens”*.



Dibuix fet per la M. Antònia Canals sobre un tovalló de paper on es mostren les arrels de diferents plantes (representant diferents pedagogies) i el punt on es troben.

El mossèn “txu-txu”

Parlant de el·lipsi montessori li ve el record de l'anècdota del mossèn Jordi, a Ton i Guida. Un matí, va entrar a la classe el mossèn Jordi, a veure el que feien. Uns nens estaven caminant per la línia (és un exercici de Montessori). Al mossèn li va fer gràcia i es va posar a seguir la línia corretejant i fent: “txu, txu!”. La Maria Antònia es va enfadar tant que el va agafar (era de talla petita) i el va portar fora de la classe. Els nens es van quedar de pedra. Aleshores la Maria Antònia explica que va reunir els nens i nenes i els va dir que no es preocupessin que aquell mateix migdia, durant el descans per dinar, aniria a veure al mossèn per parlar-hi i explicar-li que *“el que feu és seriós, és per a que el vostre cervell sigui més intel·ligent”* i disculpar-s'hi. I així ho va fer.

Visita d'Alexandre Galí a Ton i Guida

Amb gran emoció va explicar la visita que li havia fet a Ton i Guida Alexandre Galí, acompanyat de la Marta Mata. Es veu que com havia deixat d'assistir a les converses dels dilluns, en Galí havia preguntat a la Marta on era, i en explicar-li que havia creat una escola a Verdun, l'Alexandre Galí hi va voler anar a veure-la. Es van presentar doncs la Marta Mata i l'Alexandre Galí de sorpresa a Ton i Guida quan la Maria Antònia s'estava acomiadant dels nens i nenes. Ells van dir-li de no amoïnar-se i d'acabar el que feia. Mentre, l'Alexandre Galí mirava aquí i allà per la classe. Un cop els nens i nenes havien marxat, l'Alexandre Galí va felicitar-la. *“Però si no heu vist com feia classe”* va exclamar-se la Maria Antònia. L'Alexandre Galí li va dir que s'havia fixat en tres coses: *“no hi havia ni una gota d'aigua per terra al lavabo, no hi havia ni una sola bat amb la màniga per fora i ella havia saludat donant la ma a cada alumne i anomenant-lo pel seu nom”*.

Divendres, 29 desembre 2017, GAMAR, Girona

Ens vam citar a les 9:30 al Gamar. La Maria Antònia va arribar ben puntual i decidida. A l'universitat ja la coneixien. Mentre hi vam ser es va anar un parell de vegades el llum, fet que va posar una mica nerviosa a la Maria Antònia però no el suficient com per no continuar explicant i mostrant els tresors del Gamar. Cap al final del matí van arribar un parell de mestres que venien a veure-la i a dinar amb ella. Encara ens vam estar una bona estona més mirant i descobrint materials pels petits. Fins i tot s'hi va afegir el Paul, el meu marit, que venia a buscar-me i que engrescat per la Maria Antònia va ser un més a jugar als jocs de lògica que ens va ensenyar la Maria Antònia.

Va ser molt fascinant anar descobrint de mà de la Maria Antònia cadascun dels materials per ensenyar matemàtiques als petits de 3-6 anys. En vam veure molts i segur que encara n'hi havia més. No vaig poder apuntar gaire, doncs em calia tota l'atenció per copsar i entendre què hi havia darrera de cada exercici. Alguns materials els acompanyava d'anècdotes. L'ús dels materials no l'he reescrit en aquestes notes perquè com bé em recordava a cada moment la Maria Antònia, es troben explicats a la web del Gamar i en els dossiers publicats per Rosa Sensat. He reescrit però algunes de les anècdotes i històries que em va explicar.

Algunes nocions importants

Em va parlar de la noció de número i de quantitat, i de l'importància de les seriacions i de fer-les entendre als nens. Em va ensenyar el material que una mestra havia creat per fer-ho: grans quadrats vermells i blaus en cartró que cada nen aguantava i així es posicionaven en fila seguint un o un altre patró. Jo li vaig preguntar pels seus reglets. Em va contestar que què era el que m'interessava: si m'interessaven les matemàtiques pels petits, de 3-6 anys, o els reglets. *"Perquè els reglets només s'utilitzen a partir de primària"* em va dir amb contundència i claredat. Així que no vaig veure els famosos reglets de la Maria Antònia però sí molts altres materials i exercicis fascinants. També em va convidar a anar algun dels segons dilluns de mes de 18-20, quan es fa al Gamar una sessió lliure ala que tothom pot anar a condició de que no es telefoni abans de venir. *"La llàstima és que ja hem fet la part de geometria infantil"*, em va dir.

Em va ensenyar els diferents prestatges i com estaven organitzats i em va recalcar que *"cal diferenciar entre nombres i operacions"* i entre *"ordenacions, que necessiten com a mínim tres elements i sèries, i també és diferent la geometria, que es refereix a la posició"*. Entre d'altres em va ensenyar unes bosses esterognòstiques com les que s'usen a Montessori, i em va explicar que dins la

bossa hi havia els mateixos objectes que fora en una safata, el nen triava un objecte de fora (que veia però no tocava) i havia de trobar pel tacte el mateix objecte dins la bossa. Jo li vaig explicar que a nosaltres ens havien explicat maneres diferents de treballar amb les bosses esterognòstiques i em va escoltar amb interès. També em va parlar de les correlacions qualitatives (per exemple, classificar objectes segons pertanyin a l'aire, aigua o terra) i les quantitatives, que serien adients per final d'infantil.

També vam parlar del compteig, que per ella ha de ser un compteig lliure, no s'ensenya, *"els nens ja en saben de comptar"*.

Anècdota del Marc i la Núria i les rodones

Em va explicar l'anècdota del Marc i la Núria com exemple de l'important que és acompanyar amb el diàleg les descobertes i observacions dels nens. En una escola una mestra va explicar a la Maria Antònia de que una nena, la Núria, li havia dit assenyalant a una rodona retallada de cartró: "ja sé perquè se'n diu rodona". La mestra li va preguntar perquè i la nena va respondre: "es diu rodona perquè roda". En Marc, que passava per allí, no hi va estar d'acord: "I ara!" i va posar la rodona plana i va dir: "no roda sempre". La mestra li va ensenyar a la nena una pilota i li va demanar què era: "és també una rodona perquè roda" va dir la Núria, en Marc però va dir: *"és totalment diferent. Aquesta roda sempre, i a l'altra li falta tot això"* i va fer amb les mans la forma de l'esfera al voltant del cercle com indicant que li mancaven les dues parts arrodonides dels costats. La Núria va marxar, havia perdut l'interès, però la mestra va ensenyar-li encara una cosa més al Marc: un cèrcol. El Marc ho va tenir clar: *"aquest és encara més diferent perquè li falta tot el de dins"*.

La geometria ensenyada als petits

Per la Maria Antònia, al contrari que algun matemàtic d'ara, està clar que la geometria a Infantil cal que es preocupi només del concepte de línia, superfície i cos. I que ho faci a partir d'experimentar en l'espai i amb el propi cos. Els noms de les figures o cossos no són gens necessaris, el que sí que ho és és la noció de dimensió. I a més, els nens els encanta de dibuixar i seguir línies (miren les línies dels avions al cel, segueixen les línies del terra, els encanta seguir amb al vista les giravoltes d'una cinta lligada a un pal o de les bengales...)...així que un molt bon exercici és fer-lis dibuixar o resseguir línies. Per exemple moure davant seu una cinta llarga de color lligada a un pal i demanar que dibuixin els moviments, o fer-lis fer una línia amb pedres...fer-lis seguir recorreguts que giren, que

són ara rectes ara corbs...o fer-lis explicar recorreguts a ells . Després es pot passar al concepte de superfície fent-lis pintar per dins una figura, o retallant-la...per finalment passar al concepte de cos, de volum, que és el més complexe. També és recomanable fer entrar els nens dins de grans capses per a que puguin explorar per dins i per fora un cos, hi ha també la prova de fer-lis fer un dau amb fang, se'ls fa pintar de seguida sense esperar que s'assequi amb pintura, i després es talla per la meitat davant del nen...si queden sorpresos de que per dins no estigui pintat, es que encara no han copsat bé el concepte de volum i cos.

Quan li pregunto què seria la geometria per infants de 3-6 anys, m'explica que *“les nocions bàsiques de geometria són una dimensió, dues dimensions o tres dimensions, jo li en dic línia, superfície i volum. La geometria estudia la posició en primer, després lo que és línia superfície i volum i llavors estudia configuracions, formes, que es poden donar tan en la línia, com en la superfície com en el volum. Això seria el programa d'infantil.”*

En una escola que anava a visitar sovint, a Manresa, una vegada les mestres se li van excusar perquè no havien tingut temps de treballar res matemàtic els darrers dies perquè estaven massa enfeinats preparant el Festival de les Llums. I aleshores li van ensenyar una foto del que havien fet: representava una nena fent una línia de còdols al terra. La Maria Antònia me l'ensenyava i em pregunta què hi veig, li responc que *“una línia, i les pedres són com els punts”*. *“I tant, i deien que no havien treballat les matemàtiques! s' exclama.* Té la foto perquè els hi va demanar com a material per al Gamar, com a prova de que en tot moment i situació es poden treballar les matemàtiques.



Imatge: nena col·locant pedres per fer una línia- Gamar

El conte de la caputxeta

La Maria Antònia m'explica com utilitzar la preparació de la representació del conte de la caputxeta per aprendre geometria. *“Per preparar poso una taula amb una tela a sobre per fer de casa de la caputxeta vermella, i la casa de l'àvia just al costat de la de la caputxeta. Tots els nens s'exclamen: “nooo!” i jo pregunto: Per què no?” “Ha d'estar més lluny!” “Ha d'estar lluny? On la posarem?” “què hi havia entre aquí i aquí?” “Hi havia el bosc” I aleshores començo a posar arbres en línia recta, i aleshores els nens es tronon a queixar, sobretot els de poble: “no és així”, és clar no han vist mai un bosc en línia recta, així es parla de la línia recta...el més divertit és fer el camí, que jo el feia amb paper d'embalar....primer el feia recte i em deien: “no senyu, no pot ser recte el camí de la caputxeta, que ha de passar entre els arbres...” després el feia amb corbes i el posàvem entre les dues cases. El camí del llop el feia anar del bosc fins a casa de l'àvia, paral·lel al de la caputxeta i em deien: “noo. És impossible això!” És clar, , si la caputxeta i el llop no es troben no hi ha conte! Així podia parlar d'intersecció i de les primeres nocions de la topologia: que es toquin o separat, recte o corb, prop o lluny...”*.

Una mica més sobre Piaget

Quan acaba em recomana el llibre *“El niño reinventa la aritmética”* de la Constance Kanii, deixeble de Piaget. Tot i que m'avisava de que és un llibre més relacionat als continguts de primària. També m'explica l'importància del “conflicte cognitiu”, en paraules de Piaget, per provocar l'aprenentatge.

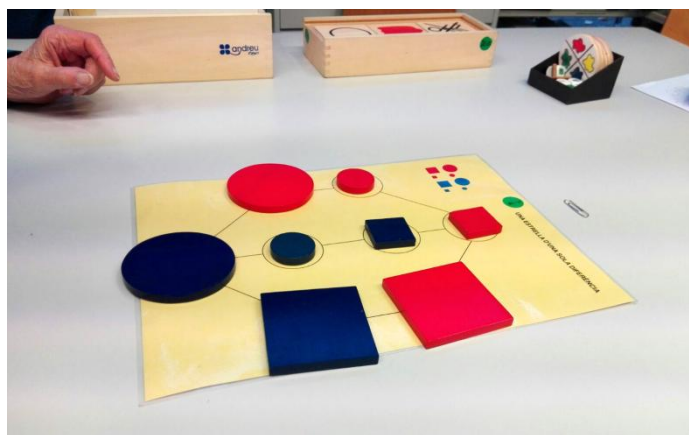
La Mari

Tot seguit em parla llarga estona de la Mari, una de les nenes del Verdum, de quan estava a l'escola Ton i Guida. Els nens i tothom del barri se n'enreien de la Mari, perquè era el que llavors en deien mongòlica (no es coneixia la paraula síndrome de Down allà) i perquè sempre li queia un filet de baba. També perquè no caminava recte, trontollava i feia moltes bajanades. Ella veia que això feia riure als altres i encara s'hi posava més, a fer-ne de bestieses. Fins que un dia la Maria Antònia va anar a a parlar amb els pares i també amb ells i un metge. Van quedar d'acord. El dia següent va parlar als nens i nenes: “vull que la Mari vingui a l'escola”. La van mirar esglaiats i li van dir: *“la Maria...es que senyu tu no la conoces a la Mari”*. *“Sí que la conec”, va dir, “els que no al coneixeu sou vosaltres. I qui mana aquí?”* Estava clar que qui manava era la mestra, doncs la Maria Antònia, així que va continuar: *“a partir de demà la Mari vindrà a l'escola i vosaltres us en ocupareu. Perquè vosaltres sou molts i jo tinc molta feina a estar amb vosaltres i no vull deixar-vos desatesos, per això farem un grup de nens que es cuidaran d'ensenyar a la Mari. Jo diré al grup cada setmana què cal que li ensenyin”*. Els nens es van quedar ben sorpresos, davant tanta responsabilitat. Així es va fer. Demanava al grup de nens encarregats de la Mari que li ensenyessin a cordar-se la bata, servir el berenar, etc. Un dels nens va dir-li una vegada a la Maria Antònia: *“usted no se da cuenta, pero Mari no sabe de letras, solo sabe la “c”*. Perquè de feia dies que la Mari estava encandilada amb el so de la “c” (a Montessori les lletres s'aprenen fonèticament). La M. Antònia va respondre-li: *“si que ho veig sí, ho veig tot, de la mateixa manera que he vist que tu no has treballat gaire aquesta setmana que has mirat tant a la Mari. La Mari no sap de lletres i el metge ja ha dit que mai no en sabrà, però pot aprendre moltes altres coses”*. Al cap d'alguns dies la Mari ja era capaç de pujar els tres esglaons de l'entrada sense renquejar. Però no va ser això el més sorprenent. A l'hora de l'esbarjo els nens també se'n cuidaven de la Mari, jugaven amb ella. La Maria Antònia els havia demanat d'ensenyar-li a saltar a la corda fent “sopeta una, sopeta dues...” (joc estil la barca). I un dia durant l'esbarjo la M. Antònia va sentir crits molt forts. Va anar-hi i les nenes estaven molt excitades: *“mire, mire”*. Havien aconseguit ensenyar a la Mari a saltar a la corda entrant! La M. Antònia els va felicitar i un cop a

classe els va dir que estava tant orgullosa de lo bé que havien fet que farien una festa (a més s'apropava fi de curs). I aquell fi de curs, cada nen i nena va sortir davant dels pares a ensenyar alguna cosa que sabia fer...la darrera a sortir va ser la Mari, i tots els nens i nenes es van posar molt solemnes. Ben neta i polida per a l'ocasió, sense cap filet de saliva caient-li per la boca, la Mari va entrar decidida mentre dos nens feien anar la corda i la Mari va mostrar davant de tots com entrava a la corda. L'aplaudiment va ser general.

Jugant amb els blocs lògics al Gamar

La resta de temps la vam passar "jugant" amb els blocs de Dienes. Abans havíem jugat al joc del garatge, en les seves dues opcions, i vist alguns materials més. Ja havien arribat dues visites més, i una mica més tard una tercera, i entre tots vam poder gaudir una estona del "joc de la i", el "joc de la o", la casa, la màquina de canviar qualitats...Entremig anava ensenyant algun altre material, com els pots amb diferents caramels de paper a dintre per "ensenyar la quantitat com a qualitat", l'estenedor...Estàvem tan ocupats amb els blocs lògics que no vaig poder prendre ni notes. De totes maneres els exercicis que vam fer, tal com m'havia tranquil·litzat la Maria Antònia, es troben molt ben descrits als dossiers i a la pàgina web del Gamar. I va donar-me la gran sorpresa d'oferir-me un dels materials per treballar els blocs lògics, una caps de canviar qualitats, que no els calia al Gamar perquè ja en tenien una altra. Amb això va concloure la visita i la conversa. Espero que continuï ben aviat.



Imatge presa al Gamar: joc amb els blocs lògics

Annex 2

L'experiència matemàtica de Maria Antònia Canals i la metodologia Montessori (3-6 anys). Algunes aportacions.

Taula de resultats

A partir de les observacions es va realitzar aquesta taula de resultats on es classifiquen les 67 observacions d'ús de materials matemàtics o de situacions que s'hi relacionaven.

Nom	Edat nen/a	Data	Temps (min)	Material situació	Àmbit mat.	àrea Casa de Nens	Edat d'inici
Sarah	3.5	15gen	11	binomi	geometria	mat sensorial	3.5+
Albert	4.3	15gen		barres numèriques	compteig	mat matem	3.5+
Ferran	5.9	15gen		granets-multiplicació	operacions	mat matem	4.5+
grup		15gen		calendari	compteig	situació	
Miquel	3.1	16 gen		gabinet botànic	geometria	mat sensorial	4+
Lluís	3.3	16 gen		2 cilindres	geometria	mat sensorial	3+
Silvia	4.8	16 Gen		cosir cartró figures geom.	geometria	Vida Pràctica	3+
Sarah	3.5	16gen		preparar berenar	compteig	situació	
Albert	4.3	18 gen		barres vermelles (laberint)	geometria	mat sensorial	3+
Sarah	3.5	18gen		infusió	compteig	situació	
Alba	4.8	18gen		seqüències	lògica	mat llenguatge	3+
Sílvia	4.8	18gen		seqüències	lògica	mat llenguatge	3+
Clara	5	18gen		parar taula	compteig	situació	
Laura	5.4	18gen		32 trinomi	geometria	mat sensorial	4+
Ferran	5.9	18gen		parar taula	compteig	situació	
Mateu	3.9	19 gen	25	barres vermelles (laberint)	geometria	mat sensorial	3+

L'experiència matemàtica de Maria Antònia Canals i la metodologia Montessori (3-6 anys). Algunes aportacions.

grup	19 gen	23 el·lipse	geometria	Vida Pràctica	3+
Lluís	3.3 19gen	binomi	geometria	mat sensorial	3.5+
Silvia	4.8 19gen	seqüències	lògica	mat llenguatge	3+
Laura	5.4 19gen	27 trinomi	geometria	mat sensorial	4+
Mateu	3.9 22 gen	4 cilindres	geometria	mat sensorial	3+
Lluc	3.3 22gen	seqüències	lògica	mat llenguatge	3+
Mateu	3.9 22gen	4 cilindres	compteig	mat sensorial	3+
Albert	4.3 22gen	binomi	geometria	mat sensorial	3.5+
Clara	5 22gen	5 binomi	geometria	mat sensorial	3.5+
Enric	5 22gen	5 trinomi	geometria	mat sensorial	4+
Enric	5 22gen	16 tira de num.	compteig	mat matem	4+
Marc	5.3 22gen	classificació	lògica	mat llenguatge	3+
Ferran	5.9 22gen	32 tira de num.	compteig	mat matem	4+
Lluís	3.3 23gen	5 binomi	geometria	mat sensorial	3.5+
Albert	4.3 23gen	binomi	geometria	mat sensorial	3.5+
Clara	5 23gen	12 trinomi	geometria	mat sensorial	4+
Laura	5.4 23gen	10 trinomi	geometria	mat sensorial	4+
grup	23gen	nens presents	compteig	situació	
Joan	3 26gen	7 fusos	compteig	mat matem	4+
Lluís	3.3 26gen	54 binomi	geometria	mat sensorial	3.5+

L'experiència matemàtica de Maria Antònia Canals i la metodologia Montessori (3-6 anys). Algunes aportacions.

Laura	5.4	26gen	7	trinomi	geometria	mat sensorial	4+
Sarah	3.5	30gen	11	binomi	geometria	mat sensorial	3.5+
Mateu	3.9	30gen		preparar berenar	compteig	situació	
Laura	5.4	30gen	15	trinomi	geometria	mat sensorial	4+
Lluc	3	1 Feb		torre rosa i escala marró	geometria	mat sensorial	3+
Joan	3.3	1 Feb		torre rosa i escala marró	geometria	mat sensorial	3+
Miquel	3.3	1Feb		encaixos	compteig	situació	
Sarah	3.5	1Feb	8	traspassament	compteig	situació	3+
Sarah	3.5	1Feb	19	binomi	geometria	mat sensorial	3.5+
Mateu	3.9	1 Feb		barres vermelles (laberint)	geometria	mat sensorial	3+
Mateu	3.9	1Feb		seqüències	lògica	mat llenguatge	3+
Albert	4.3	1 Feb		barres vermelles (laberint)	geometria	mat sensorial	3+
Clara	5	1 Feb		barres vermelles (laberint)	geometria	mat sensorial	3+
Laura	5.4	1Feb	30	trinomi	geometria	mat sensorial	4+
Ferran	5.9	1 Feb		barres vermelles (laberint)	geometria	mat sensorial	3+
grup		1 Feb	20	el·lipse	geometria	Vida Pràctica	3+
Lluc	3.3	2Feb	11	barres numèriques	compteig	mat matem	3.5+
Albert	4.3	2 Feb	10	barres vermelles (laberint)	geometria	mat sensorial	3+
Alba	4.8	2 Feb	10	barres vermelles (laberint)	geometria	mat sensorial	3+
Joan	3	5 Feb	25	cosir cartró figures geom.	geometria	Vida Pràctica	3+

L'experiència matemàtica de Maria Antònia Canals i la metodologia Montessori (3-6 anys). Algunes aportacions.

Lluís	3.3	5 Feb		barres vermelles	geometria	mat sensorial	3+
Mariona	3.3	5Feb	30	torre rosa i escala marró	geometria	mat sensorial	3+
Clara	5	5Feb	15	trinomi	geometria	mat sensorial	4+
Sarah	3.5	6Feb		el·lipse	geometria	Vida Pràctica	3+
Mateu	3.9	6Feb	11	triangles	geometria	mat sensorial	4.5+
Albert	4.3	6Feb	36	trinomi	geometria	mat sensorial	4+
Laura	5.4	6Feb	46	trinomi	geometria	mat sensorial	4+
Albert	4.3	9Feb	30	torre rosa i escala marró	geometria	mat sensorial	3+
Alba	4.8	9Feb	30	torre rosa i escala marró	geometria	mat sensorial	3+
Marc	5.3	9Feb	67	granets-suma	operacions	mat matem	4+
Ferran	5.9	9Feb	67	granets-suma	operacions	mat matem	4+

Annex 3

L'experiència matemàtica de Maria Antònia Canals i la metodologia Montessori (3-6 anys). Algunes aportacions.

Recull de materials proposats per M. A. Canals per a l'aprenentatge de les matemàtiques a infantil (3-6 anys).

A continuació es descriuen diversos materials recopilats al llarg dels anys per la M. A. Canals i posats a disposició del públic a través de la pàgina web del GAMAR⁴⁰ i dels seus dossiers publicats a Rosa Sensat (veure la bibliografia). Només s'inclouen aquelles activitats descrites per a l'etapa de parvulari o infantil, i de vegades algunes descrites per a primària però que l'autora creu que podrien ser adients per a nens i nenes de Casa de Nens (3-6 anys) del darrer any que mostressin un interès i un desenvolupament suficient en l'àrea de les matemàtiques, essent de fet alguns d'aquests materials material Montessori ells mateixos. Així es tracta d'una recopilació no exhaustiva doncs s'han escollit aquelles activitats i exercicis més propers a la metodologia Montessori en relació al tipus de material i tipus d'ús, i no s'han inclòs aquells exercicis o activitats que no eren creació pròpia de Maria Antònia Canals o dels grups de mestres afins.

Càlcul. Coneixement dels nombres i operacions

Materials per a l'aprenentatge del càlcul en nens i nenes 3-6 anys.

Diversos materials comptables i mostra d'imatges



Referència:CL-NO-02

Descripció: Petites anelles de colors, col·lecció de boles i cubs de colors . Altres materials que podem trobar al mercat.

⁴⁰ El Gamar va ser creat per la mateixa Maria Antònia Canals el 2001 a l'Universitat de Girona. Són les sigles de Gabinet de Materials i de Recerca per a la Matemàtica a l'Escola (Gamar), i és un espai de reflexió, experimentació i divulgació entorn a l'ensenyament de les matemàtiques a l'escola, en les etapes infantil, primària i primer cicle de secundària. Disposa una web on posa a disposició recursos per a la didàctica de les matemàtiques. <http://www2.udg.edu/projectesbiblioteca/GAMAR>

Utilitat: Fer els primers passos en el comptatge. Primer, desordenat; després ja organitzat i analític, (fent correspondre la paraula adequada a cada element) i finalment comptatge "inclusiu, comprenent que cada paraula correspon a un grup o categoria de nombre, que inclou l'anterior.

Nivell: Parvulari i primer curs de primària.

Procedència: ABACUS

Activitats: Primerament, els nens i nens comencen a tocar els objectes desordenadament, i a dir paraules que, de forma sorprenent, sempre són numèriques. Ben aviat aprenen a tocar un sol objecte per cada paraula pronunciada, Podem ajudar-los en el domini dels seus moviments. Alguns resolen ja l'etapa anterior, però no separen l'objecte que anomenen i, el tornen a comptar una o més vegades. es tracta encara d'un comptatge desordenat. Cap els 4 anys, sovint fan el gest de separar un objecte per cada paraula de número, encara que no sigui l'adequada, perquè encara no les han memoritzat bé.. És un comptatge analític, encara no ordenat numèricament. Podem ajudar-los en la memòria dels nombres, però ells han de resoldre la seva habilitat de coordinació de les dues accions, és a dir han de progressar en una capacitat bàsica. Ara ja sembla que saben comptar, però cal que després els preguntem: "així doncs, quants n'hi ha?". Sovint responen amb el darrer número pronunciat, perquè veuen cada número com el "nom" d'un element i no d'un total, i tornen a començar: " en tenim un, dos.." Es tracta d'un comptatge ordenat i analític, però no complet, perquè no tenen la suficient noció de quantitat. Cal treballar totes les altres activitat lògiques i numèriques, respectant el procés de maduració que cadascun ha de fer.Finalment, cap als 5 anys, responen a l'anterior pregunta dient el total d'elements comptats amb el darrer nombre pronunciat. Comprenen que en comptar, cada paraula de número no designa una cosa sinó un grup de coses, que precisament inclou el grup anterior. Per això aquest l'anomenen comptatge inclusiu i, com a capacitat dels nens i nens, significa ja un primer pas en la noció de quantitat.

Correspondències quantitatives

Referència: CL-NO-05

Descripció:Tres capses iguals i boles de vidre de color groc. Algunes activitats ofertes com a exemples.

Utilitat: És un material pensat per poder fer correspondències quantitatives, és a dir, associar o aparellar elements d'una col·lecció (boles) amb els d'una altra



col·lecció (capses) a partir d'un criteri quantitatiu preestablert (per exemple, 3 boles a cada capsa, tal com es veu a la imatge). En les correspondències és especialment important el diàleg que es fa després, ja que condueix naturalment a la comparació entre els dos conjunts de partida, segons la seva quantitat d'elements.

Nivell:Parvulari i primer curs de primària

Procedència:Creació i confecció de M. A. Canals i el GAMAR

Activitats: Primer, fer correspondències amb els propis nens i nenes i amb objectes de la classe. Per exemple: repartir 12 llapis entre tres pots, de manera que un no en tingui cap, un altre en tingui pocs, i un altre molts. Des del principi és important treball verbalment el vocabulari abans esmentat. A finals del parvulari i també a primer curs de primària, es poden proposar activitats com aquestes, o més difícils, en fitxes amb llapis i paper. Exemple: posa (dibuixa) totes aquestes pilotes davant d'aquests nens, de tal manera que un en tingui tres més que l'altre. O bé : ara farem que cada un d'aquests tres nens agafin les pilotes, amb la condició que els dos que porten la camisa del mateix color, agafin el mateix nombre de pilotes, l'altre no n'agafi cap, i sobrin dues pilotes. (Evidentment, sovint hi ha diverses solucions vàlides) Repetir els exercicis anteriors amb fletxes: En el primer cas, les fletxes van en el sentit de les pilotes als nens. En el segon cas, van dels nens a les pilotes. Els alumnes hauran de pensar molt bé cada vegada en quin sentit han de dibuixar les fletxes. Finalment, farem activitats en forma inversa, donant la correspondència realitzada i demanant als alumnes que endevinin quina era la consigna. Nota: En tots els casos, la paraula clau de les correspondències és "cada." En les correspondències quantitatives té una importància capital el diàleg que s'estableix amb tots els alumnes en acabar l'activitat. Podem començar per notar cada vegada si han sobrat o si han faltat elements i per què. Gairebé insensiblement aquest diàleg ens va conduint a la comparació dels dos conjunts per la seva quantitat d'elements. Per això aquestes correspondències són un veritable pont que comença comparant elements i acaba comparant conjunts.

Mostra de jocs amb quantitats sense grafies

Referència: CL-NO-08

Descripció: Col·lecció de fitxes de treball amb imatges abundants, extretes del llibre de Z. P.



Dienes (1970). "Le passage au nombre naturel, fiches de travail", Paris: O.C.D.L.; avui exhaurit.

Utilitat: Fan treballar d'una manera molt directa la noció de quantitat, per comparació de grups d'objectes i correspondència entre els seus elements. Les comparacions es basen no pas en les grafies dels números, que no apareixen, sinó en motivacions de lògica . Així faciliten que els nens i nenes entrin en el món dels nombres per el seu vertader significat, i no per l'únic camí del reconeixement de números escrits.

Nivell: Final del parvulari i primer curs de primària.

Procedència: Creació i confecció de M. A. Canals i el GAMAR

Targetes de classificar per quantitat

Referència: CL-NO-13

Descripció: Targetes plastificades de mida gran, amb diferents quantitats de flors de colors a cada tarja (des de cap flor fins a rams de sis flors).

Utilitat: Serveixen per a realitzar a la classe diverses activitats de comparació, classificació i ordenació a partir de criteris quantitius, les quals

són la base indispensable per caminar cap a l'adquisició de la noció de quantitat.

Nivell: Parvulari i primer curs de primària

Procedència: Material de construcció pròpia de mestres del grup PERÍMETRE

Activitats: Es tracta simplement de proposar agrupacions i comparacions de grups d'objectes o d'imatges, posant l'atenció en el nombre d'elements (flors) que tenen, dient als nens i nenes "on n'hi ha més?", "on n'hi ha menys?". invitant a trobar-ne una " que en tingui tants com...." etc...

A més a més el material també permet classificar els conjunts de flors per diversos criteris; el que ara ens interessa és el del nombre de flors que tenim a la mà, ja que el fet de prendre consciència d'aquesta característica ajuda a anar construint la noció de quantitat Per això cal que les flors tinguin colors, mides i posició diferents, amb l'objectiu d'aconseguir que els nens i nenes, vegin la quantitat més enllà de les aparences perceptives.



Joc de l'estenedor

Referència: CL-NO-15

Descripció: Un “estenedor de roba”, construït amb dues tiges de fusta i quatre filferros que van de l’una a l’altra i que es poden treure i posar fàcilment. Una col·lecció de petites jaquetes, retallades en cartolines de colors i plastificades, i les agulles d’estendre necessàries per poder-les penjar en els filferros. Les jaquetes s’han fet amb les característiques següents: 4 colors diferents; mànega curta o llarga; dos botons, o quatre o vuit (que els nens solen dir “molts”). Semblantment recomanem la construcció d’un “estenedor” semblant però més senzill: només amb camises de dos colors i amb dues quantitats diferents, que podrien ser 2 botons i 5 botons.



Utilitat: Fomenta que els nens i nenes s’encarin amb la necessitat de classificar les jaquetes per quantitat, a partir de l’exigència del mateix joc, ja que ells han de descobrir el criteri de classificació, en funció del nombre de fils que els posem. Quan els donem tres fils només poden classificar per la quantitat de botons. Aquesta activitat prepara la noció de quantitat, a partir de la manipulació i l’observació de quantitats reals.

Nivell: Parvulari i primer curs de primària.

Procedència: Creació i confecció de M. A. Canals i el GAMAR

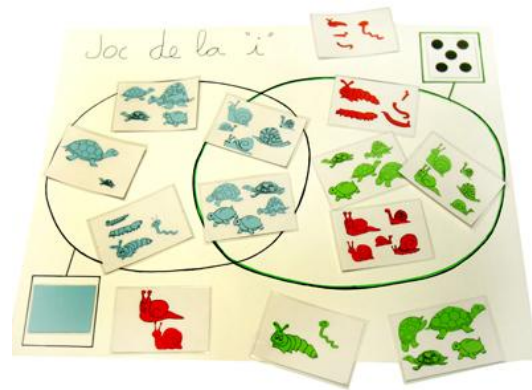
Activitats: L’estenedor té quatre fils de penjar, que podem treure i posar fàcilment. Sempre es demana als nens i nenes que pengin les camises, de forma que totes les d’un mateix fil tinguin una propietat comú, que després ens hauran de dir. Primer es dona als nens i nenes l’estenedor amb quatre fils i naturalment, llavors les posen classificades pel color de les camises. La segona vegada es presenta l’estenedor només amb dos fils i llavors han de classificar les camises segons que les mànigues siguin curtes o llargues. Finalment es presenta l’estenedor amb 3 fils i es demana que pensin molt per trobar una manera que ara vagi bé per fer tres “famílies” de camises. Quan els alumnes descobreixen aquesta tercera manera, que no és altra que el nombre de botons (dos, quatre i vuit o “molts”), comencen a tenir una real noció de la quantitat, ja que espontàniament “la veuen” en un grup de coses. Per 4 anys, amb l’estenedor més senzill, molt probablement caldrà que nosaltres els diguem que separin les camises mirant si tenen molts o pocs botons.

Targes lògiques amb quantitats

Referència: CL-NO-17

Descripció: Es tracta d'un joc lògic estructurat definit per tres característiques: animal (cargol, cuc, tortuga); color (verd, vermell, blau); quantitat (2, 4, 5). El joc té, doncs, 27 targes i 18 etiquetes (9 d'afirmatives i 9 de negatives). Un altre joc igual però més senzill, definit per les variables següents: dos tipus d'animals, dos colors, i dues quantitats (2 i 5)

Utilitat: Serveix per treballar a l'aula diferents tipus d'activitats d'identificar (reconeixement d'atributs i agrupacions), de relacionar (classificacions i correspondències) i d'operar. Evidentment, totes



elles poden fer-se a partir de les qualitats sensorials però aquí plantegem fer-les a partir de les quantitats. La característica més important d'aquest material és el fet de facilitar la classificació per un criteri de quantitat, descobert pels mateixos alumnes. Precisament l'atenció i raonament que han de posar en pràctica per descobrir-lo són de gran eficàcia per a la construcció personal de la noció de quantitat. El sol fet que els nens i nenes siguin capaços de intentar i gairebé resoldre les activitats que proposem a continuació, ja vol dir que han adquirit una primera noció de quantitat, de moment amb nombres molt petits, però recolzada en la seva base lògica, i per tant fàcilment ampliable a nombres més grans.

Nivell: Parvulari i cicle inicial de primària.

Procedència: Creació i confecció de M. A. Canals i el GAMAR

Activitats: Si els mestres ho creuen convenient, poden començar amb nens i nenes de 4 anys, i amb el segon dels jocs descrits més amunt, tot i que no és necessari insistir en la noció de quantitat a aquesta edat. Per tant, l'anomenem només com a activitat a complementària. Per als 5, 6 i 7 anys, passa a ser una activitat fonamental, tal com s'explica a continuació: Classificar grups d'objectes segons el criteri del seu nombre d'elements: Els nens i nenes són invitats a classificar les targes dient-los: "fes tres piles". Ells solen començar per fer-les segons el color (el criteri més fàcil). Quan ho han fet se'ls invita a expressar quins són els grups, és a dir com ho han fet, i si ho expressen bé, podem posar al costat de cada grup l'etiqueta corresponent. Es barregen les targes i se'ls invita a classificar una altra vegada, per un criteri diferent del d'abans (normalment no serà encara el de

quantitat, però si ho fos, millor). Quan ho han fet, posem a cada grup l'etiqueta corresponent. Novament es barregen les targes i s'invita els alumnes a fer una nova classificació amb un criteri diferent dels anteriors. Aquesta vegada el criteri per força ha de ser la quantitat de coses que poden veure a cada tarja. Aquesta activitat pot realitzar-se directament o amb algun suport gràfic, (com per exemple tres camins que surten del mateix lloc i es separen) És una activitat característica de 5 anys i de primer curs de primària. Reconeixement de les grafies dels nombres: Quan ja resolen bé la darrera classificació, posarem a cada grup la seva etiqueta que no és altra que la grafia del número corresponent. Llavors tots els jocs o exercicis que es facin emprant les grafies numèriques com a etiquetes, són de reconeixement de les grafies. Una de les activitats característiques per treballar les grafies és amb el suport de "les tires o bandes amb números". (CL-NO-20) Altres jocs de lògica amb quantitats: ("Jocs de la i" , "Jocs de la o", " Jocs del tot i de la part") : Es realitzen amb les targes de quantitat, però exactament de la mateixa manera i amb els mateixos suports gràfics que els corresponents jocs de lògica, però tenint en compte que ara cal que alguna de les etiquetes emprades sigui referent a la quantitat, o sigui, una grafia numèrica, que utilitzarem tant en forma afirmativa com negativa. Per exemple, podem demanar que es reconeixin "les targes que d'animals de color vermell i al mateix temps no tenen 5 animals". Tal com ja hem dit, cal haver practicat abans els jocs de lògica amb qualitats. Totes aquestes activitats són molt adequades pel Cicle Inicial. En el cas de realitzar-se amb el suport gràfic de taules, i en el cas de dues etiquetes negatives, són força més difícils, i poden ser treballades també al Cicle Mitjà.

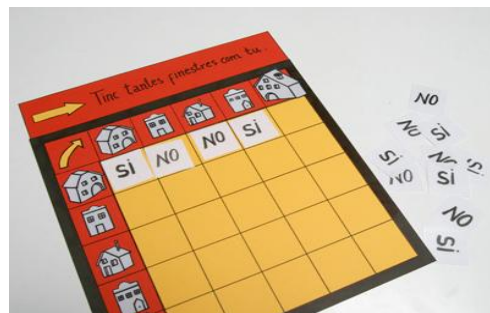
Relacions entre quantitats amb fletxes i taules

Referència: CL-NO-18

Descripció: Panells plastificats, preparats per a representar diverses relacions entre elements o

conjunts d'elements, tant amb fletxes com amb una taula de doble entrada. En aquest segon cas, s'acompanya amb una col·lecció de cartronets de SI o NO, per expressar les respostes. Els panells presenten les relacions tant en forma directa com en forma inversa.

Utilitat: Serveixen de suport per a realitzar a la classe diversos jocs i activitats de relacions, que poden ser per qualitats o per quantitat. Per això, aquests suports són comuns als jocs de lògica i a un



tipus de jocs numèrics que consisteix en relacionar conjunts pel la seva quantitat d'elements. Ajuden a consolidar el coneixement dels nombres.

Nivell: Parvulari i cicle inicial de primària.

Procedència: Creació i confecció de M. A. Canals i el GAMAR. A partir d'activitats de Z. P. Dienes.

Activitats: Amb fletxes: Un exemple amb cinc casetes que tenen un nombre de finestres divers: dues en tenen 2, unes altres dues en tenen 3 i una altra en te 4. - Treball en forma directa: Es col·loquen o dibuixen escampades en un paper, encapçalat per la frase que definirà la nostra relació, segons els nens, "el missatge". En aquest cas la fletxa diu: " Jo tinc tantes finestres com tu" . Els nens i enes han de fer, anant d'una caseta a l'altra, totes les fletxes possibles, que compleixin el missatge. Les que relacionen cada casa amb ella mateixa, si ells no les veuen espontàniament, podem deixar-les. Després encetarem un diàleg que els faci explicar perquè ho han fet així i que els faci fixar més l'atenció en la quantitat de finestres. Exemples: - Quants grups de casetes ens han sortit? - Donem una còpia d'una caseta, i els diem: "Dibuixa-li més finestres fins que no pugui anar amb cap dels grups que tenim...Treball en forma inversa: - Donem el missatge (que pot ser un altre, però sempre referent a la quantitat) i les fletxes fetes, i demanem que ells posin les casetes al lloc que els pertoca. - Donem les casetes situades i les fletxes fetes i els alumnes han de descobrir el missatge. Amb quadres de doble entrada:(Seguim amb l'exemple anterior) Treball en forma directa: Ara les casetes estan ocupant les caselles que emmarquen el quadre per la banda superiors i, repetides en el mateix ordre, en la columna de l'esquerra.El missatge, el tenim present a dalt. La fletxa petita de l'angle esquerra superior indica amb quin ordre hem de fer les comparacions. Es tracta de comparar cada caseta de la columna de l'esquerra amb cada una de les de dalt, i posar SI o NO al requadre corresponent, segons que es compleixi o no el missatge. Treball en forma inversa: - Es tracta de donar als alumnes el quadre dibuixat i ple amb tots els SI i NO, i demanar-los que descobreixin quin seria el lloc de cada caseta. - Donar un quadre amb els elements (les casetes) situats i tots els SI i NO també, i dos o tres missatges diferents. Els alumnes han de pensar i decidir quin dels missatges és el que correspon al quadre que els hem donat ja fet. Fer algunes descobertes: Finalment és molt interessant, ja des del cicle mitjà, començar a descobrir que diferents llenguatges gràfics poden correspondre a una mateixa relació. Per això, quan els alumnes, han fet una relació amb fletxes els proposarem d'expressar-la amb una taula (o a l'inrevés), farem comparar les dues formes i advertir que a cada fletxa del diagrama sagital li correspon un SI de la taula. Més tard, ells arriben a passar d'una forma a l'altra amb facilitat.

Reglets numèrics M. A. Canals: coneixement dels nombres

Referència: CL-NO-19

Descripció: Són uns llistonets de fusta de colors que representen els 10 primers nombres naturals, els seus quadrats i els seus cubs. Les seves magnituds són una expressió realista de les quantitats, amb la característica que no estan marcades les unitats que les formen.- Els nombres naturals es representen per reglets de 1cm² de secció, la seva longitud equival en centímetres al nombre que representa i són dels colors següents: l'1 (un dau d'1 cm d'aresta) és de color de fusta natural; als 2, 4 i 8 (família del 2) els correspon la gamma rosa, vermell i granat; als 3 i 9, els correspon el color blau clar i blau fosc; el 6 (família del 2 i del 3) és de color lila (barreja del rosa i el blau clar); el 5 és verd; el 7 és groc i el 10 és de color marró, (barreja de rosa i verd , 2 X 5) - Els quadrats es representen per plaques quadrades, de 1 cm de gruix, cadascuna, del mateix color i longitud del costat, que el seu número corresponent.



- Els cubs són cubs que la seva aresta en cm. i el seu color també corresponen als números corresponents, de l'1 al 10. Es presenten en tres capses de fusta, respectivament.

Nivell: De forma aproximada: Al cicle inicial, li correspon la primera; al mitjà, primera i segona, i al superior i ESO, totes tres.

Utilitat: Utilitat dels reglets en general: L'objectiu principal dels reglets no és només iniciar-se en la noció de quantitat fins al número 10, sinó anar més enllà. Els reglets potencien la major part de les habilitats característiques del saber matemàtic, tant pel que fa al coneixement dels nombres com a les operacions. Respecte del coneixement dels nombres, els seus objectius principals són els següents: Veure les quantitats, per després poder-les imaginar. Ajudar els nois i noies a familiaritzar-se amb els nombres naturals i a estimar-los. Afavorir el coneixement dels nombres i l'estimació realista de les quantitats. Treballar la base decimal de numeració, tot potenciant la seva comprensió. Experimentar i descobrir relacions entre els nombres, els seus quadrats i els cubs. Investigar i descobrir qüestions numèriques, que són com els "misteris " dels nombres. Fonamentar el raonament, l'observació i l'expressió verbal, a partir de la manipulació. Facilitar el pas al llenguatge matemàtic escrit, aprenent el significat real dels signes, i més tard el pas al llenguatge algebraic. Els

reglets poden cobrir una gran part del programa de coneixement dels nombres. Utilitat dels reglets en el "coneixement dels nombres": Conèixer els primers nombres naturals, i facilitar la seva imaginació - Familiaritzar-se amb els nombres i arribar a estimar-los. Aprendre de distingir els nombres parells dels senars.

Procedència: El fabricant és ARDIDAC. Sant Vicenç de Torelló (Osona) 938595081. Actualment els podeu trobar a Juguines MILIS, c/ Segrià, 21.- Girona- , a ABACUS, i a altres proveïdors.

Activitats: Els reglets poden cobrir una gran part del programa de coneixement dels nombres.

Reglets numèrics. La base de numeració decimal

Referència: CL-NO-26

Descripció: Us remetem a la descripció feta a CL-NO-19

Utilitat: En aquest cas, cal destacar la utilitat dels reglets pel que fa al coneixement de la base de numeració decimal. Els reglets permeten treballar especialment les equivalències entre una unitat d'un ordre i deu unitats de l'ordre anterior, i les conversions que se'n deriven. Aquest aspecte serà bàsic a l'hora de plantejar alguns algorismes d'operacions escrites.

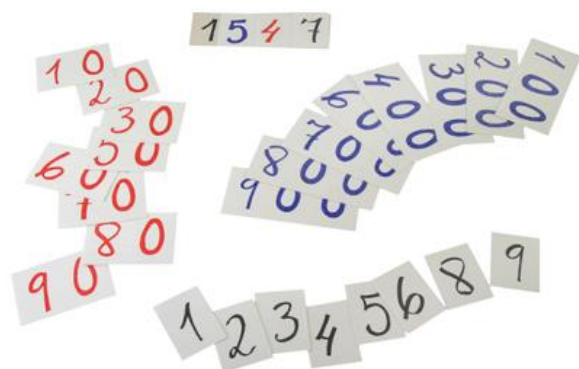
Nivell: Cicles inicial i mitjà de Primària i quan calgui

Procedència:El fabricant és ARDIDAC. Sant Vicenç de Torelló (Osona) 938595081. Actualment els podeu trobar a Juguines MILIS, c/ Segrià, 21.- Girona- , a ABACUS, i a altres proveïdors.

Activitats: Com a coneixement dels nombres en base deu, destaquem: Presentació dels diferents ordres d'unitats: unitats, desenes, centenes i milers. Configuració i posterior escriptura de diverses quantitats. Pràctica d'intercanvis de material per passar d'una unitat a l'altra. Equivalències.



Cartrons "Montessori" per la base deu



Referència: CL-NO-30

Descripció: Tres sèries de tires de cartolina blanca (de 6, 12 i 18 cm. respectivament); cada sèrie consta de nou targetes: La primera (unitats) té els números: 1, 2,...9 de color negre; la segona (desenes) els números 10, 20 ... 90 de color vermell; la tercera (centenes) té els 100, 200,900 de color blau. També hi ha una tira més llarga amb el núm. 1000, de color negre (unitat de milers).

Utilitat: Confegir els números de dues, de tres i de quatre xifres, amb els seus milers, centenes, desenes i unitats, a partir d'escoltar el seu nom i posar atenció en els diferents ordres d'unitats que els formen. Comprendre el valor posicional de les xifres, i preparar la lectura i escriptura de números en base deu.

Nivell: Cicle inicial de primària , i quan calgui repassar

Procedència: Material del mètode Montessori, del qual en disposem d'un exemplar de construcció pròpia al GAMAR. Activitats M. A. Canals.

Activitats: Confegir números amb els cartrons: Números de dues o tres xifres que el/ la mestra dicta a poc a poc. Només cal agafar cada vegada el cartró corresponent al nombre dictat i superposar els cartrons ajustant-ne la posició per la dreta. Llegir correctament en veu alta: quantitats que el mestre haurà confegit prèviament amb els cartrons. (per exemple 1 378). Quan hi ha una unitat en la que apareix el 0 (per exemple, les desenes en el 705) en els cartrons ja queda bé. Cal que nosaltres plantegem algun dubte o interrogant per d'ajudar la mainada a fixar l'atenció. Respondre preguntes: com per exemple Quina és la xifra que ens diu tres-cents? On és que diu mil? Eventualment escriure les quantitats emprant paraules (mil tres-cents setanta vuit) Passar quantitats de l'àbac als cartrons i al revés.

Cadena i cub de mil, de M. Montessori.

Referència:CL-NO-33

Descripció: Una cadena formada per 100 col·leccions de 10 boletes o granets cadascuna, amb una major separació entre cada deu grups de 10, és a dir, entre cada centena.Un cub format per 10 plaques



quadrades de 100 boletes cadascuna. Són dues configuracions, que cadascuna representa la quantitat 1 000.

Utilitat: Visualitzar el 1 000 construït de dues maneres diferents: a partir d'una cadena que manté molta similitud amb la sèrie numèrica convencional, representant el miler en forma lineal, i també a partir d'un cub, on el 1 000 es pot expressar ja de forma cúbica, és a dir amb volum. En ambdós casos, es pot treballar a classe el significat de la desena, la centena i el miler.

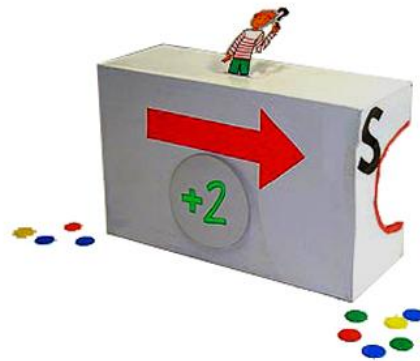
Nivell: Finals de cicle inicial, cicles mitjà i superior.

Procedència: De l'antiga escola municipal Montessori de Barcelona "Casa dels Nens"

La màquina de canviar quantitats

Referència: CL-OP-04

Descripció: Es com la màquina de canviar qualitats, que presentem entre els jocs de lògica, i fins i tot pot servir-nos la mateixa capsa. L'única diferència és que aquí es tracta de fer canvis de quantitats, per començar afegint o traient a una quantitat



d'elements tantes unitats com indica el senyal que posem a la màquina. Per això necessitem una col·lecció d'aquests senyals fets d'un número i el signe + o el -. Pot afegir-s'hi una sèrie de senyals amb nombres senzills i el signe de X.

Utilitat: Iniciar les primeres operacions de suma i resta de forma manipulativa, la qual permet captar des de l'inici el significat real d'aquestes operacions. Més tard pot utilitzar-se també en els inicis de la multiplicació.

Nivell: Darrer curs del parvulari i 1r cicle primària

Procedència: Aquesta màquina és original de Z.P. Dienes, i ha esdevingut un material fàcil de fer pels mateixos mestres.

Activitats: Començarem per sumes i restes molt senzilles. Un nen està darrera la màquina, encarregat de fer les operacions que es vagin indicant (de moment afegir, o treure) a mesura que els altres, amb la mestra, van posant el signe i número davant de la màquina, tot dient-lo en veu alta i fent entrar una petita safata amb la quantitat de pedretes que ells decideixen. Exemple: Hem posat "la màquina" +3, i els nens fan entrar 5 pedretes per la porta entrada. El "maquinista" n'hi afegeix 5

des del darrera, o sigui en una situació en què els altres no ho veuen, i les fa sortir per la porta sortida. Les primeres vegades, ens limitarem a comptar quantes pedretes surten, però aviat, quan els nens i nenes ja hagin captat que l'acció d'afegir-n'hi s'expressa amb el signe +, i la de treure'n amb el signe -, agafarem el costum d'avançar la pregunta "a veure qui sap endevinar quantes en sortiran?" que prepara el càlcul mental. En un segon temps fem el plantejament invers. El senyal de la màquina està posat. El "maquinista" ens dirà quantes vol que en surtin, i nosaltres intentarem endevinar quantes n'hem de fer entrar per aconseguir-ho. Quan les hi donem, ell farà l'operació, i quan surtin comptarem per comprovar si ho havíem pensat bé. Finalment, cal practicar l'altra manera de fer l'operació inversa: Al davant no hi ha cap senyal o "màquina". Fem entrar una quantitat, i el mestre proposa " ara, pensant, sumem-n'hi" o bé "ara restem-n'hi ..." sense que el maquinista ho senti, ja que quan posem a la sortida la quantitat de pedretes que hem pensat, ell és invitat a endevinar quina és la màquina de l'operació que nosaltres havíem pensat, agafar el seu senyal, d'entre tots els que hi ha sobre la taula, i posar-lo al seu lloc davant de la capsa. També podria fer-se de manera que es faci entrar una quantitat, el mestre en faci sortir una altra, i tots els alumnes pensin quina és la màquina, és a dir quina ha estat l'operació, i guanya el primer que ho endevina. La darrera forma, que ja és força difícil, és molt convenient practicar-la a primer curs de primària. Començarem per fer-ho només amb màquines que siguin totes de sumar o totes de restar, i després ja barrejades.

Capses de sumar

Referència: CL-OP-10

Descripció: "La capsa de sumar" és una capsa amb tres compartiments: dos d'ells dividits per una separació fixa (és on es col·loquen les boles, o les pedretes, o qualsevol altre material que pugui ser comptat un a un quan la capsa està en disposició horitzontal), i



una altra separació mòbil per permetre la caiguda de les boles quan es col·loca la capsa en posició vertical. També hi ha "La capsa d'afegir i treure" és una capsa de cartró amb diferents forats: dos

forats en una cara superior amb el signe de sumar, per indicar que serveixen per afegir; un altre forat en una cara lateral amb el signe de restar, per indicar que aquest forat serveix per treure, i un altre forat en una altra caps lateral amb el signe igual, per indicar que aquest forat serveix per comprovar el resultat de l'operació. Material comptable un a un (boles de vidre, pedretes, etc.).

Utilitat: Adquirir una primera comprensió de la suma com a acció de reunir dues quantitats, o d'afegir-ne una a una altra que ja teníem. Treballar aquesta operació sense tenir pròpiament el material al davant en el moment de fer-la, sinó havent-lo d'imaginar, i així afavorir la seva comprensió i la seva representació mental. Pensem que aquest és un tipus d'activitat molt necessària per anar cap al vertader càlcul, que és mental. En la segona caps, iniciar la distinció entre la suma i la resta, i veure per primera vegada els seus signes corresponents

Nivell: Darrer curs del parvulari i 1r cicle de primària

Procedència: La caps de sumar és original de Núria i Montse Oller L'altre material és de construcció pròpia del GAMAR

Activitats: Amb la caps de sumar: Obrir-la pel costat dels dos departaments: Posar un nombre de pedretes, ben comptades, a cada departament. Tancar la caps (ara ja no veiem les pedretes). Sacsejar-la perquè les pedretes es barregin. Abans d'obrir, pensar i intentar endevinar quantes n'hi hauran, ara que ja s'han ajuntat totes. Obrir la caps per l'altre costat i comptar totes les pedres, com a comprovació.

Capses de restar

Referència: CL-OP-11

Descripció: La "capsa de restar", té dos departaments entre els quals, fent lliscar el cartró, es deixa passar el nombre de boles que es desitja, i després cal deduir quantes n'han quedat en l'espai inicial, les quals no són visibles.

La "capsa de restar", té dos departaments entre els quals, fent lliscar el cartró, es deixa passar el nombre de boles que es desitja, i després cal deduir quantes n'han quedat en l'espai inicial (les quals no són visibles)



Utilitat: Com en la capsa de sumar, consolidar el concepte de l'operació, és a dir, de la resta, i preparar el càlcul mental.

Nivell: Darrer curs del parvulari i 1r cicle de primària

Procedència: De construcció pròpia del GAMAR.

Activitats: Obrir el tap de la part superior del pot (part no transparent). Omplir-la part amb un nombre conegut de boletes (10,12 ...) Fer córrer el pestell central, de manera que el forat permeti caure boles, d'una a una, i anar-les comptant. Quan hagin caigut les que es desitgen, tancar el pestell. Si no s'està segur de quantes n'han caigut, es miren les que hi ha a la part inferior, ja que aquesta és transparent. Abans d'obrir, pensar i intentar endevinar quantes n'hi queden ara a la part de dalt. Obrir el tap de dalt i comptar les boles que hi queden, per comprovació.

Joc del garatge. Diversos nivells

Referència: CL-OP-12

Descripció: Una capsa força plana amb una escletxa, per poder-hi passar targetes, en cadascuna de les dues cares laterals petites. Per dins, el fons de la caixa està dividit amb rectes, formant sis espais iguals, aproximadament de la mida de les targetes. La capsa en sí representa un garatge de cotxes, i les parts són les places on s'aparquen els cotxes. S'acompanya amb dues



col·leccions de 6 targetes que cadascuna representa un cotxe ben bonic. Hi ha altres modalitats: amb només 4 espais i les col·leccions amb 4 targetes-cotxes, per mainada de 4 anys / amb 10 i amb 12 espais i col·leccions de 10 i 12 targetes respectivament / amb subdivisions de la base més complicades, per mainada més gran, per exemple representant 2 espais grans, que serien per transports de 10 cotxes cadascun, i 10 d'individuals; les targetes seran més petites, però sempre amb dibuixos. Es presenta en forma de joc per jugar dos nens.

Utilitat: Fer càlcul mental amb quantitats conegudes, a partir de la motivació que sempre aporta un joc en el que es pot guanyar o perdre.

Nivell: Últim curs d'infantil i cicle inicial de primària.

Procedència: M. Antònia. De construcció del GAMAR

Activitats: Amb el garatge de 6 places: Abans de començar els jugadors saben perfectament que en el garatge hi caben 6 cotxes, ni un més, ni un menys. Cada jugador te 6 cotxes a la mà. Consigna: Després de cada jugada el garatge ha de quedar ple. La capsa està tancada. No es pot veure el fons. Un nen va ficant a dins les targetes que vol i diu obertament quantes. L'altre ha de pensar quantes n'hi ficarà per complir la consigna, i fer-ho, la qual cosa suposa recordar les que hi ha posat el company i recordar la imatge de l'interior. Immediatament es destapa la capsa i es van situant els cotxes per comprovar si s'ha complert la consigna, és a dir, si el segon jugador ha comptat bé. En cas afirmatiu, guanya, i llavors comença ell. Si no ho ha encertat, recomença el primer. Es continua alternant. Pot prefixar-se el nombre de tirades, i anar anotant les que encerta cada jugador. Amb els garatges de menys o més places es juga de la mateixa manera.

Materials per inventar activitats lúdiques de càlcul



Referència: CL-OP-13

Descripció: Una sèrie de jaquetes de cartolina, boniques i suggerents, cadascuna d'un color diferent, i amb una renglera d'un nombre diferent de botons (reals i ben cosits). Col·leccions de petits objectes de qualsevol tipus. Cada col·lecció va acompanyada d'una bossa de plàstic semi-transparent i d'una capsa fàcil d'obrir i tancar, per guardar-ho tot.

Utilitat: Les capsas d'objectes preparen el càlcul mental a partir de la manipulació, passant de veure el material a no veure'l i haver-lo d'imaginar. Les jaquetes, no són pròpiament per càlcul mental (tot i que poden ser-ho si es saben amagar en el moment oportú) sinó per qualsevol càlcul senzill que sigui suggerit pels mestres o pels mateixos alumnes.

Nivell: Últim curs d'infantil i cicle inicial de primària.

Procedència: Creació i confecció de Gemma Brugués i M. A. Canals i el GAMAR

Lògica

Coordinació tàctil-visual

Referència: :LO-JC-04

Descripció: Dues col·leccions d'objectes idèntics pel que fa a les qualitats que es poden reconèixer pel tacte (la forma, la textura, etc.). Pot ser qualsevol objecte que sigui fàcilment identificable pel tacte.

Utilitat: Fer aparellaments d'objectes (correspondències qualitatives) a partir del tacte de coordinar la percepció tàctil i la visual. Es deixa una

col·lecció d'objectes dins d'una bossa i l'altra col·lecció fora de la bossa. Els nens i nenes seleccionen un objecte de fora de la bossa i han de trobar l'objecte idèntic de dins de la bossa, reconeixent-lo únicament pel tacte.



Nivell: Infantil

Procedència: Material de construcció pròpia del GAMAR

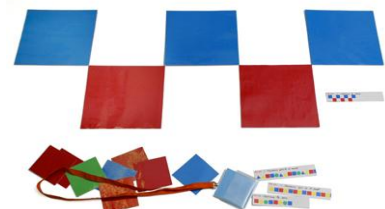
Materials sensorials Montessori per aparellar

Referència: LO-JC-06

Descripció: N'hi ha de molts tipus diferents. A tall d'exemple, comentem els que es poden observar a la imatge: - La col·lecció "Els cilindres del so" està formada per dues col·leccions de 6 cilindres (vermella i blava) que tenen diferent contingut en el seu interior, de manera que poden ser ordenats pel soroll que fan. Una altra activitat possible és aparellar dos cilindres (un de cada col·lecció) que fan el mateix soroll. - Les "Plaques de colors": serveixen per fer aparellaments segons el color. En total hi ha 11 colors, i 22 plaques. Utilitat: Fer correspondències qualitatives (a partir d'elements de dos conjunts) o aparellaments (elements d'un sol conjunt)



Màster en Pedagogia Montessori- UVIC 2017-18



segons criteris qualitius diversos: el color, el so, el pes, etc.

Nivell: Parvulari

Procedència: Material de construcció pròpia del GAMAR.

Sèries per qualitats

Referència: LO-JC-07

Materials sensorials per classificar

Referència: LO-JC-10 **Descripció:** Diferent tipus de material classificable per un criteri qualitatiu. Es pot utilitzar qualsevol material inespecífic, és a dir, que inicialment no té una finalitat didàctica: taps, botons, xapes, palets, etc.



Utilitat: Fer classificacions diverses segons el criteri qualitatiu que s'estableixi: per la forma, pel color, per la textura, pel tipus de material, etc. També es pot no precisar prèviament el criteri, i proposar als alumnes que en descobreixin alguns que els vagi bé per classificar.

Nivell: Infantil i cicle inicial

Procedència: Material de construcció pròpia del GAMAR

Col·leccions de materials ordenables

Referència: LO-JC-12

Descripció: Diferent tipus de material ordenable segons una qualitat creixent o decreixent.

Utilitat: Fer ordenacions és una excel·lent preparació remota per a la pràctica i comprensió de la quantitat i de la mesura.



Nivell: Parvulari i cicle inicial
Procedència: Material de construcció pròpia del GAMAR
Activitats: Podeu consultar el dossier 104 de Rosa Sensat, bloc I

Ordenacions tàctil-visuals segons el volum

Referència: LO-JC-14

Descripció: Dues col·leccions de 4 esferes idèntiques, excepte pel que fa a la mida (varien segons en el volum: de gros a petit).

Utilitat: Fer ordenacions d'objectes a partir

del tacte: es deixa una col·lecció d'esferes dins d'una bossa i l'altra col·lecció fora de la bossa, ja ordenada. Els nens i nenes han d'anar seleccionant esferes de dins la bossa i fer l'ordenació pel tacte: treure les esferes de la més grossa a la més petita, per exemple. Aquesta activitat, comla descrita a JC-04, també treballa la coordinació tàctil i visual

Nivell: Parvulari

Procedència: Material de construcció pròpia del GAMAR

Activitats: Podeu consultar el dossier 104 de Rosa Sensat, bloc I



Escalat de colors

Montessori

Referència: LO-JC-16

Descripció: Caixa amb nou sèries de "sedes" (fustes recobertes amb fil de seda de colors). Cada sèrie conté una gama set colors graduats segons la seva intensitat.



Utilitat: Permet ordenar uns elements segons una qualitat creixent o decreixent (la intensitat del color). És una ordenació força difícil. Com totes les altres, cal treballar-la de més a menys i de menys a més. Prepara els alumnes per a l'adquisició de les nocions de quantitat i mesura.

Nivell: Finals del parvulari i cicle inicial

Procedència: Fons del material Montessori antic, de la Udg. Poden trobar-se materials semblants en botigues especialitzades amb material Montessori.

Activitats: Podeu consultar el dossier 104 de Rosa Sensat, bloc I

Blocs lògics de Z.P. Dienes i etiquetes

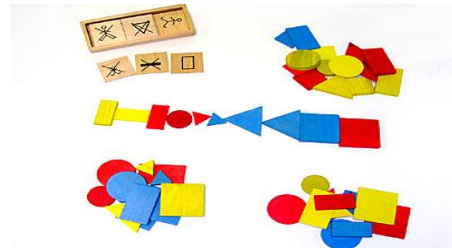
Referència: LO-JC-20

Descripció: Es tracta d'un joc estructurat lògicament format per 48 peces diferents (cap de repetida) que, com a mínim, compleixen una diferència entre elles. Estan

caracteritzades per quatre qualitats, mida, gruix, color i forma, que es combinen entre elles de totes les maneres possibles. Conté una capsa d'etiquetes afirmatives i negatives i etiquetes amb daus.

Utilitat: Com que és un material lògic es poden fer gairebé totes les activitats que es relacionen amb la lògica, excepte les ordenacions: Classificacions de les peces, cercar semblances i diferències, relacions per qualitats, jocs de reconeixement d'atributs, agrupacions, canvis de qualitats, correspondències, seriacions, expressió verbal i posar les fitxes en disposició de dominó en funció d'una, dues o tres diferències.

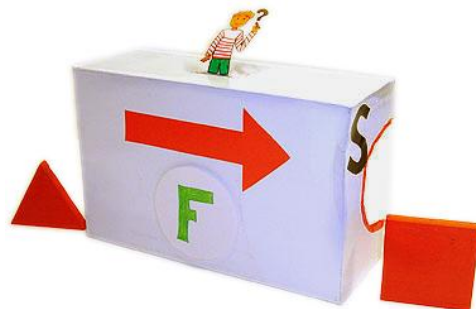
Nivell: Infantil i tota la Primària



La màquina de canviar qualitats

Referència: LO-JC-36

Descripció: Capsa de cartró fàcilment manipulable sense fons i amb dues obertures, una per banda, que representen les portes d'entrada i sortida. A la cara de davant ha de tenir un dispositiu que li permeti fixar



una targeta amb el senyal de la qualitat canviant. S'adjunta una mostra d'activitats a realitzar.

Utilitat: Preparar les capacitats lògiques dels nens i nenes per la comprensió de qualsevol tipus d'operació, tant numèrica com geomètrica. És una bona base per al càlcul.

Nivell: Finals de parvulari i cicle inicial

Procedència: Material de construcció pròpia del GAMAR

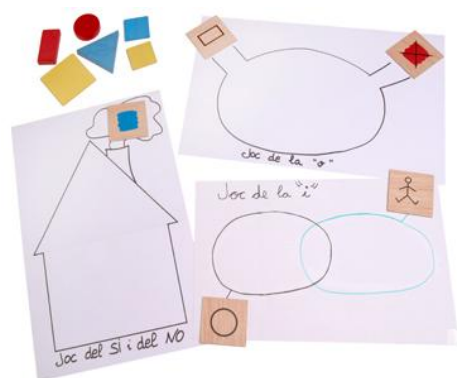
Activitats: Trobar l'element resultant ("sortida") a partir d'un element donat i del canvi d'una qualitat, prèviament anunciat. Trobar el canvi necessari ("màquina") per passar d'un element a un altre (que té una sola qualitat diferent) a partir del fet que ens donen l'element inicial i el final. Trobar l'element inicial ("entrada") coneixent l'element final i el canvi efectuat per la màquina.

"Jocs del SÍ i del NO", amb suports gràfics

Referència: LO-JC-40

Descripció: Es tracta de diferents tipus de gràfics (sobretot diagrames de Venn) presentats en cartolines plastificades.

Utilitat: Consisteix en reunir dins d'una mateixa agrupació totes les peces que tenen l'atribut que expressa l'etiqueta. En totes les activitats d'agrupacions d'elements cal deixar sempre molt clar quin és el conjunt referencial, es a dir, quins són els elements a partir dels quals es parteix. Alhora cal fer observar que, partint d'un mateix conjunt referencial, l'agrupació varia en funció del criteri que fem servir per agrupar els elements. Les agrupacions d'elements



es poden definir per comprensió, indicant quina és la característica comú de totes les peces que hi ha dins el diagrama de Venn (per exemple, en el primer cas la definició per comprensió seria "els blaus"), o bé per extensió, indicant totes les peces que hi ha dins el diagrama de Venn. En tots els casos, és fonamental col·locar a fora la resta de peces del conjunt referencial que no formen part de l'agrupació.

Nivell: Final del Parvulari, Primària i primer cicle d'ESO

Procedència: Material de construcció pròpia del GAMAR

Mesures i longitud

Materials ordenables per pes

Referència: ME-PE-01

Descripció: Es un recull molt senzill d'objectes d'ús corrent, de manera que hi hagi entre tots ells una diferència de pes adequats per a ser apreciada directament amb el tacte.

Utilitat: Comparar els objectes per parelles, apreciand el seu pes, i expressar quin és el més pesant i quin el més lleuger. Ordenar-los tots, segons el que pesen. Després poden fer-se comprovacions amb les balances i controlar els possibles errors.

Nivell: Darrer curs d'infantil i cicle inicial de primària

Procedència: Material recollit en el GAMAR.

Mostra de diversos rellotges

Referència: ME-TP-01

Descripció: Rellotge de sorra o d'aigua i rellotge d'espelmes de confecció casolana. Un rellotge digital i un de busques.

Utilitat: Els primers permeten fer una mesura directa del temps amb una unitat familiar, i una fàcil lectura de l'interval transcorregut. El d'espelmes també té una interpretació senzilla que agrada als petits, i permet fer fàcilment la comparació de dos intervals per un mètode de mesura indirecta, recolzant-se en la l'alçada que retrocedeix cada espelma durant el temps que volem amidar; Els altres dos, que són els d'ús corrent, permeten practicar la lectura correcta del temps transcorregut i aprendre les diferents unitats i llurs equivalències.

Nivell: Finals del parvulari primària.

Procedència: Material confeccionat o recollit en el GAMAR.

Geometria: estudi de l'espai

Ordre lineal de punts

Màster en Pedagogia Montessori- UVIC 2017-18



Referència: GE-PO-04

Descripció: Una pissarra, cercles de cartró, de diferents colors i una corda per posar a terra.

Gomets i cartolines amb línies dibuixades, per fer el treball en la modalitat de taller.

Utilitat: Repetir, en una corda posada a terra, una sèrie de 5 o de 6 cercles de diferents colors alineats, donada com a model. Es presenten diferents casos, augmentant les dificultats segons edats.

Es tracta de mantenir l'ordre dels elements del model, més enllà dels canvis de distàncies i de la forma o direcció de la línia. Després podem passar-ho a paper.

Nivell: Infantil, cicle inicial i fins a tercer curs de Primària.

Procedència: De construcció pròpia.

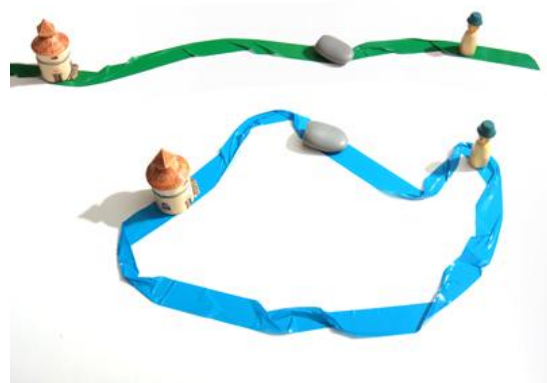
Noció de separació. Fronteres i segments en les línies

Referència: GE-PO-06 **Descripció:** Dues cintes en forma d'una línia tancada i una d'oberta, una sèrie de tres objectes petits per col·locar-hi a sobre i una col·lecció de targes amb propostes i instruccions.

Utilitat: Una de les primeres relacions de posició entre objectes, figures i punts, captades pels nens i nenes, és la de separació o no separació, és a dir el reconeixement de si dues coses o dos punts no es toquen (cap punt comú) o sí que es toquen. Després d'haver-ho treballat amb els mateixos nens i nens tot caminant, podem passar a les propostes d'activitats i al llapis i paper.

Nivell: Infantil i cicle inicial de Primària

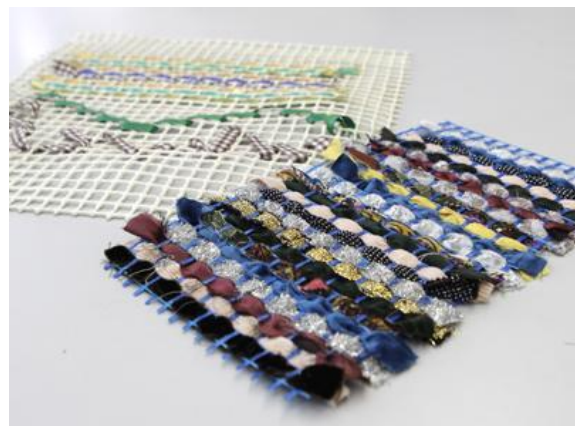
Procedència: De construcció pròpia.



El teixit i la posició a l'espai

Referència: GE-PO-09

Descripció: Un teixit de base amb forats prou grossos per poder passar-hi les cintes, i cintes de diferent color.



Utilitat: En fer teixit, cada fil passa “per sobre” o “per sota” d’un altra, per tant obliga a establir una relació de posició en l’espai, molt fàcil de captar pels més petits.

Nivell: Infantil i primer curs de Primària.

Laberints

Referència: GE-PO-14

Descripció: Tot tipus de laberint dibuixat sobre una superfície. Per tant es tracta d’una configuració geomètrica bidimensional.

Utilitat: Els laberints es basen en el la distinció entre línia oberta i tancada i ja s’han constituït com un joc clàssic que sol agradar als nens.

Nivell: Infantil

Procedència: De construcció pròpia.



i

primària

Materials per representar línies

Referència: GE-LF-03

Descripció: Llanes, cordills, prims i gruixuts, filferros flexibles, cercles i collarets... cintes voladores per “dibuixar” línies a l’espai; estris per fregar el terra, o farina per ser escampada deixant un rastre; guix i llapis per dibuixar-les en la pissarra o en el paper.

Utilitat: Els nens i nenes, després de descobrir les línies caminant, convé que les construeixin amb materials sobre el pla i també a l’espai

Nivell: Infantil i cicle inicial

Procedència: De construcció pròpia.

Figures planes i línia del seu contorn

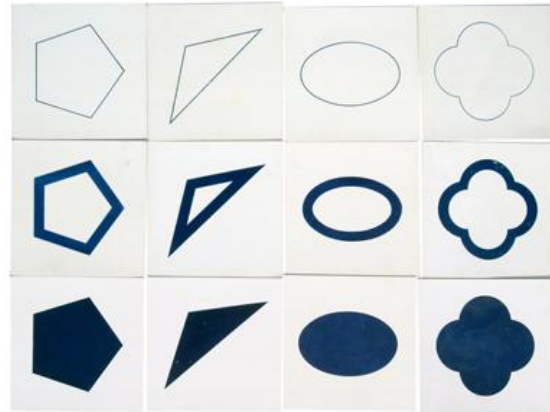
Referència: GE-LF-09

Descripció: Alguns materials de tipus “montessori”, que mostren figures planes i els seus respectius contorns, presentats de dues maneres. **Utilitat:** Afavoreixen en el nens i nenes la

capacitat de discernir aquests dos elements: una figura i el seu contorn.

Nivell: Infantil

Procedència: Material d'origen "montessori"



Coneixement sensorial de cossos amb volum

Referència: GE-CO-02

Descripció: Dues col·leccions d'objectes idèntics pel que fa a les qualitats que es poden reconèixer pel tacte (la forma, la textura, etc.). Poden ser objectes qualsevol, amb tal que siguin fàcilment identificables pel tacte.

Utilitat: Aparellar objectes a partir de coordinar la percepció tàctil i la visual. Es deixa una col·lecció d'objectes dins d'una bossa i l'altra col·lecció fora de la bossa. Mostrem als nens un objecte de fora de la bossa i han de trobar l'objecte idèntic de dins la bossa, sense veure'l, només tocant-lo.



Nivell: Infantil

Procedència: De confecció pròpia

Jocs i problemes



Seqüències per inventar situacions

Referència: PX-VI-02

Descripció: Diverses sèries de targetes amb fotografies comparables. Per cada sèrie els nens i nenes han de trobar una història plausible i coherent. La solució per tant és lliure i múltiple, sempre que tingui una lògica en relació amb les imatges.

Utilitat: Veure i formular la relació lògica que hi ha o pot haver-hi entre tres situacions o fets que s'encadenen dins d'un mateix fet global.

Nivell: Parvulari i primer cicle de primària.

Procedència: Material reunit per el GAMAR.

Seqüències lògiques. Forma directa

Referència: PX-VI-04

Descripció: Les seqüències lògiques estan formades per tres imatges, que s'encadenen segons un ordre lògic. Aquí van precedides per una seqüència més senzilla, de les que solem anomenar temporals, que caldrà assegurar primer, ja que la seva comprensió és prèvia a tot aquest treball.

En totes les seqüències lògiques hi ha tres moments: La situació inicial (imatge de l'esquerra), el canvi o fet determinant (imatge central) i la situació final (imatge de la dreta). Les de forma directa són aquelles en les que es donen la situació inicial i el canvi i es demana als nens que pensin quina pot ser la situació final. Normalment hi ha diverses solucions vàlides.

Utilitat: Descobrir i expressar verbalment la relació lògica de causa i efecte que hi ha o pot haver-hi entre tres fases o etapes d'un mateix fet real complex. Per això poden considerar-se com una preparació remota per a la comprensió de tot tipus de problemes i també de les operacions. Dels tres moments que es relacionen, dos estan representats per imatges i l'altre s'ha d'imaginar.



Nivell: Parvulari primer curs de primària.

Procedència: Material reunit per el GAMAR.

Seqüències lògiques. Forma inversa

Referència: PX-VI-06

Descripció: Són seqüències lògiques com les descrites en l'apartat 04, però plantejades en forma inversa, és a dir: es donen les situacions inicial i final, i es demana el canvi ("què ha passat?") o bé es dona el canvi i la



situació final i es demana què passava al començament. Aquest segon cas es més difícil.

Utilitat: Tal com en les seqüències en forma directa, es treballa la relació lògica de causa i efecte i, a més a més també es treballa la reversibilitat del pensament.

Nivell: Parvulari (casos fàcils), primer cicle de primària

Procedència: Material reunit pel GAMAR,

Presentació. D'imaginar solucions a partir de la pròpia experiència

Referència: PX-OB-06

Descripció: Són problemes com els anteriors, amb la particularitat que les situacions plantejades hagin estat prèviament viscudes pels alumnes, i això els dona més facilitat i més possibilitats de solucions. En aquests problemes els mestres podem ser més exigents.

Utilitat: Fomenten totes les capacitats pròpies dels problemes oberts, i també la relació entre

el treball de matemàtiques i la vida quotidiana.

Nivell: Infantil i tota la primària



Procedència: Material procedent de diverses fonts, reunit i adaptat pel GAMAR.

Activitats: Moltes solucions per comprar joguines. Un nen i una nena que són germans han reunit punts i els volen canviar per baldufes. Cada un porta 15 punts. A la botiga de joguines hi troben diferents tipus de baldufes: la més grossa val 10 punts, després n'hi ha dues que valem 8 punts cada una, una altra baldufa val 5 punts; també n'hi ha dues de 4 punts cada una i dues més de 3 punts. Finalment, hi ha uns cavallets que giren amb un enginy mecànic i que valen 24 punts. En veure-ho, tots dos germans s'enamoren dels cavallets. Què poden fer? Pensa tres solucions diferents i escriu-les. Pots proposar una solució per a cada un, o bé una per a tots dos junts.

Problemes de càlcul amb material

Referència: : PX-MA-02 **Descripció:**

Mostra d'alguns problemes clàssics de càlcul, als quals s'afegeix el material al qual es refereix el text del problema, per tal que els alumnes puguin realitzar literalment l'acció de la qual es parla.

Utilitat: Assegurar la comprensió d'allò que planteja el problema, la qual sense el material probablement hauria estat massa difícil. Possibilitat la comprovació del camí seguit i del resultat numèric obtingut.

Nivell: Parvulari i tota la primària.

Procedència: Material reunit per el GAMAR.

