

Màster en Innovació en Didàctiques Específiques

TREBALL FINAL DE MÀSTER

**ANÀLISI DE COM APRÉN ESTRATÈGIES DE CàLCUL MENTAL L'ALUMNE  
DE 2n. D'EDUCACIÓ PRIMÀRIA, FORA DEL CONTEXT ESCOLAR**

Presentat per:

M<sup>a</sup> Carme Roche i Ceron

Tutoritzat per:

Isabel Sellas i Ayats

Universitat de Vic- Universitat Central de Catalunya

Setembre 2018

## **AGRAÏMENTS**

La realització del Treball de Fi de Màster, ha estat possible gràcies al suport i acompanyament que he rebut de les persones que han estat al meu costat des del seu inici.

En primer lloc, agraeixo sincerament i en especial l'ajuda i comprensió incondicional de la meva tutora en aquesta recerca, Isabel Sellas, per compartir amb mi tots els moments i en especial quan més l'he necessitat, per confiar amb mi i valorar les meves aportacions amb tanta estima. Em considero molt afortunada per haver-te tingut com a tutora, he après molt al teu costat. Moltes gràcies Isabel!.

En segon lloc, agraeixo a l'Oriol, alumne de 2n. d'Educació Primària, que ha fet possible portar a terme aquesta recerca educativa, per estar obert a les meves propostes a l'hora d'aprendre estratègies de càlcul mental. També agrair a la seva família, per acollir-me i fer-me sentir com una d'ells. Moltes gràcies a tots!.

En tercer lloc, agraeixo al meu marit Lluís i a la meva filla Ivette, per estar sempre al meu costat, per animar-me a continuar en els moments que se'm feia més difícil, per fer que tot hagi estat més planer i valorar l'esforç que m'ha suposat arribar fins al final. Moltes gràcies, per entendre'm, sense la vostra ajuda, no hauria estat possible.

I finalment, agrair a totes les persones que d'alguna manera o altra, m'han ajudat durant el procés d'elaboració d'aquest Treball de Fi de Màster.

Ha estat un plaer, compartir-ho amb tots vosaltres!

## RESUM

El treball de recerca que es presenta a continuació, té com a finalitat identificar i conèixer com aprenen estratègies de càlcul mental, l'alumne de 2n d'Educació Primària que segueix la seva escolarització des d'atenció domiciliària per motius de salut i només se li ha ensenyat a calcular amb l'algoritme tradicional a partir d'unes normes i pautes donades. Al mateix temps, quina és la seva actitud i com influeixen les intervencions de la mestra en el desenvolupament del seu aprenentatge.

La metodologia utilitzada és bàsicament qualitativa, les dades s'han obtingut a partir d'una entrevista i un qüestionari inicial i de les gravacions amb vídeo de cada sessió, on l'alumne resol els càlculs plantejats de manera oral i alhora amb material manipulable. A partir dels resultats aconseguits s'ha concretat que l'alumne ha utilitzat totes les estratègies de càlcul mental que se li han donat a conèixer, alhora ho fa amb interès i motivació, per finalment constatar que el nen és capaç de resoldre correctament sumes emportant sense viure-ho com un problema.

**Paraules clau:** estratègies de càlcul mental, algoritme tradicional, interès i motivació, intervencions de la mestra.

## ABSTRACT

The goal of this research paper is to identify and gain understanding about the learning of mental arithmetic strategies by a child in second year of primary education (7-8 years- old). This child is receiving home education only, due to health issues, and has only been taught arithmetic with the traditional algorithm based on some given instructions. This paper also analyzes the evolution of the child's attitude throughout the process and the impact of different teacher interventions in the child's learning development.

The research methodology is mainly qualitative; data have been gathered from an initial questionnaire, from a personal in-depth interview and from video recording of working sessions in which the student attempted to solve arithmetic problems, verbally introduced to her, with the support of manipulative materials. The research results show that the student has been able to use effectively each of the taught mental arithmetic strategies, with interest and motivation. As a final result, the child achieves performing stress-free carry-over additions.

**Key words:** Mental arithmetic strategies, traditional algorithm, interest and motivation, teacher interventions.

## Índex

1. Introducció .....	5
1.1. Justificació .....	6
1.2. Pregunta de recerca i objectius.....	7
1.3. Estructura del treball.....	8
2. Marc teòric .....	8
2.1. El càlcul mental i la seva importància .....	9
2.2. Estudis sobre càlcul mental a Educació Primària .....	12
2.3. Estratègies de càlcul mental.....	15
2.3.1. Estratègies de la suma.....	15
2.4. Motivació .....	<b>18</b>
2.4.1. Components de la motivació.....	18
2.4.2. La motivació en l'ensenyament de les matemàtiques i l'aprenentatge del càlcul mental .....	18
2.5. El càlcul mental i la competència d' aprendre a aprendre .....	<b>20</b>
2.6. L'aprenentatge del càlcul mental .....	<b>22</b>
3. Metodologia .....	24
3.1. Perspectiva metodològica de la recerca.....	<b>24</b>
3.1.1. Paradigma.....	25
3.1.2. Metodologia .....	25
3.1.3. Mètode.....	25
3.2. Descripció del context de la recerca i de la mostra .....	<b>26</b>
3.3. Instruments i recollida de dades .....	<b>27</b>
3.3.1. Elaboració de l'entrevista i recollida de dades.....	28
3.3.2. Elaboració del qüestionari i recollida de dades .....	29
3.3.3. Elaboració de les observacions i recollida de dades .....	31
3.4. Procés d'anàlisi de dades.....	<b>33</b>
4. Anàlisi de dades i resultats.....	37
4.1. Anàlisi de l'evolució dels aprenentatges de les estratègies de càlcul mental .....	<b>37</b>
4.1.1. Estratègia: Fent dobles.....	40
4.1.2. Estratègia: Descomponent un dels nombres segons el valor de posició.....	41
4.1.3. Estratègia: Descomponent els dos nombres segons el valor de posició .....	41
4.1.4. Estratègia: Compensant .....	42

4.1.5. Estratègia: Fent deus.....	42
4.1.6. Anàlisi general de les estratègies de càlcul mental.....	43
<b>4.2. Anàlisi de l'evolució de l'actitud cap a les matemàtiques .....</b>	<b>44</b>
4.2.1. Actitud a l'inici del procés d'aprenentatge .....	45
4.2.2. Actitud durant el procés d'aprenentatge.....	45
4.2.3. Actitud al final del procés d'aprenentatge.....	46
4.2.4. Anàlisi general de l'evolució de l'actitud cap a les matemàtiques .....	46
<b>4.3. Anàlisi de les intervencions de la mestra, en relació amb els aprenentatges de l'alumne .....</b>	<b>47</b>
4.3.1. Pregunta .....	51
4.3.2. Modela .....	52
4.3.3. Material.....	53
4.3.4. Estratègia.....	55
4.3.5. Nivell.....	56
4.3.6. Temps.....	57
4.3.7. Anàlisi general de les intervencions de la mestra en relació amb els aprenentatges de l'alumne.....	58
<b>5. Conclusions.....</b>	<b>60</b>
5.1. Conclusions relacionades amb l'objectiu específic 1 .....	61
5.2. Conclusions relacionades amb l'objectiu específic 2 .....	64
5.3. Conclusions relacionades amb l'objectiu específic 3. ....	66
<b>6. Limitacions de la recerca, implicacions educatives i futures recerques .....</b>	<b>70</b>
6.1. Limitacions de la recerca .....	70
6.2. Implicacions educatives i futures recerques.....	71
<b>7. Bibliografia i webgrafia.....</b>	<b>73</b>

## 1.Introducció

El treball que es presenta a continuació, és el Treball Final de Màster en Innovació en Didàctiques Específiques en Matemàtiques del curs 2017- 2018.

Tenint en compte, que quan els nens i les nenes aprenen matemàtiques es fa imprescindible l'aprenentatge del càlcul mental, en el treball que es presenta a continuació se li dóna una importància rellevant, ja que sense la comprensió del sentit numèric, difícilment s'aconseguirà que els alumnes siguin competents en matemàtiques, els cal prèviament comprendre els nombres, el valor de posició etc.

Per poder entendre, com aprenen i inventen estratègies de càlcul mental els nens i les nenes, he agafat de referència les aportacions de Kamii i Dominick (2010), ens diuen que entendre el valor posicional i tenir punts de referència, els permet tenir la flexibilitat d'escollir per ells mateixos el mètode més eficient per resoldre un problema, en una determinada situació. Per tant s'ha de donar l'oportunitat a tots els alumnes de desenvolupar el seu propi pensament i crear les seves pròpies estructures mentals.

He volgut fer una investigació per tal de comprendre com aprèn estratègies de càlcul mental l'alumne de 2n d'Educació Primària, que només se li ha ensenyat a calcular per mitjà de l'algoritme tradicional i en l'actualitat segueix la seva escolarització des d'atenció domiciliària. Em centraré en conèixer i valorar com aplica les estratègies de càlcul mental que està aprenent, quina és la seva actitud i com es relaciona amb les matemàtiques i quins aprenentatges desenvolupa el nen tenint en compte les intervencions de la mestra.

La investigació i realització de la part pràctica del treball, s'efectua a casa de l'alumne, ja que per motius de salut no pot assistir a l'escola on està matriculat, Andersen, escola pública d'Educació Infantil i Primària de Vic (Osona).

El meu treball d'investigació, es centra en la següent pregunta de recerca, "Com aprèn estratègies de càlcul mental l'alumne de 2n d'Educació Primària, fora del context escolar?", que em vaig plantejar en el moment d'escollir el tema del treball i que he volgut donar resposta a partir de la recerca portada a terme.

Per tant, es creu que la recerca serà de gran ajuda per tal d'analitzar i comprendre si la feina que s'està fent de càlcul està funcionant o no, què s'ha fet bé i que s'haurà de millorar.

### 1.1. Justificació

L'interès per seleccionar aquest tema, va sorgir de la necessitat presentada per part de l'alumne al qual li estic impartint classes, quan al plantejar-li resoldre sumes emportant es nega a fer-ho i no en vol parlar. La meua sorpresa és quan després de tants anys de quan jo estudiava, encara les matemàtiques continuen sent un problema important per molts nens i nenes, a l'hora de realitzar operacions matemàtiques, resoldre problemes etc. i què quan en senten a parlar els genera estrès, fet que els priva d'aprendre amb motivació i interès. Em sorprèn que els nens i nenes no tinguin habilitats per fer càlculs mentalment.

Per tant, la intenció de la meua investigació és fer una recerca, en relació al càlcul mental per poder donar resposta a la pregunta que fa tant temps no acabo d'entendre, "realment són els alumnes els que tenen dificultats per aprendre o és la metodologia que s'utilitza la que impedeix que els nens i nenes entenguin el que fan i per tant presentin dificultats a l'hora de calcular".

Tenint en compte, que personalment sóc de l'opinió d'utilitzar metodologies més obertes, a partir de les quals es permeti als alumnes desenvolupar al màxim el seu potencial i construir els seus coneixements. Així doncs, la meua investigació es centrarà en conèixer i comprendre si fent un canvi en la metodologia d'ensenyament i aprenentatge de les matemàtiques i més concretament en el bloc de continguts de numeració i càlcul, s'afavoreix i es potencia operar amb interès, motivació i autonomia a l'hora de realitzar càlculs mentals i s'aconsegueix que els sàpiga resoldre sense gaire dificultats i millora l'agilitat en el càlcul de sumes emportant. D'aquesta manera, la meua recerca ha de poder demostrar que treballant amb una metodologia oberta i diferent a la que coneix l'alumne, és a dir que pugui aprendre a calcular sense normes i pautes donades, també és possible aprendre i comprendre el que fa a partir de les seves descobertes.

Així doncs, la meua recerca es centrarà i es portarà a terme amb un alumne, que per motius de salut, segueix la seva escolarització des de casa i només coneix un algoritme basat en la memorització d'unes normes que cal seguir per resoldre càlculs. Se li donarà a conèixer estratègies de càlcul que li facilitaran operar mentalment, amb motivació i implicant-se en el seu procés d'aprenentatge. I així conèixer com l'alumne de 2n d'Educació Primària resol càlculs mentalment de la suma emportant i poder donar resposta a la pregunta inicial, i així, veure si la metodologia que s'utilitza funciona. I alhora, poder confirmar que les estratègies de càlcul apreses faciliten que el nen pugui resoldre sumes emportant amb agilitat i fluïdesa .

També pot contribuir en la seva actitud, fent que canviï el seu interès per les matemàtiques i com les intervencions de la mestra, influeixen en el seu aprenentatge. Per altra banda, pot aportar un coneixement personal fruit de l'experiència que es possible transmetre a altres docents, que no tenen coneixement sobre el tema i pugui ser del seu interès, per tal d'entendre que portant-lo a la pràctica es pot aconseguir una millora educativa. Alhora impulsar a altres docents a fer un canvi en la seva pràctica diària com a mestres i canviar la seva visió del que s'entén per càlcul mental i orientar la seva pràctica educativa cap a una millora en l'àmbit de les matemàtiques. I així contribuir a canviar el prestigi o consideració que hi ha a nivell social en relació a l'aprenentatge de les matemàtiques i de mica en mica s'aposti per una millora.

Per tant, el tema de recerca seleccionat "les estratègies de càlcul mental" pot ajudar a que els docents, reflexionin sobre la necessitat de fomentar que els facin descobertes d'estratègies de càlcul i de raonament matemàtic. I així facilitar que les nenes i els nens que presenten més dificultats o són més lents, aconseguixin trobar la seva metodologia per arribar a resoldre operacions simples i/o complexes. A partir de la intervenció del mestre que estimulin aprenentatges significatiu i útils per l'alumne i sense oblidar la importància que té la motivació, tenint en compte que és la base de tot aprenentatge.

### **1.2. Pregunta de recerca i objectius**

La pregunta de recerca proposada en aquest treball final de màster, que servirà per elaborar els objectius de recerca, és la següent:

"Com aprèn estratègies de càlcul mental l'alumne de 2n d'Educació Primària, fora del context escolar?".

Una vegada presentada la pregunta de recerca, s'expressa el següent objectiu general:

"Analitzar com l'alumne de segon de primària aprèn estratègies de càlcul mental per resoldre sumes i com influeixen les intervencions de la mestra en el seu aprenentatge".

Pel que fa als objectius específics, es presenten a continuació:

1. Descriure i analitzar, l'evolució dels coneixements de les estratègies de càlcul mental del nen.
2. Conèixer i analitzar, quina ha estat l'evolució de l'actitud cap a l'aprenentatge de les matemàtiques.



3. Identificar i interpretar, quines han estat les intervencions de la mestra i com es reflecteixen en l'aprenentatge del nen.

### **1.3. Estructura del treball**

Aquest treball consta de 7 parts, en primer lloc, hi podem veure el *marc teòric*; a partir del qual s'explica què és el càlcul mental i la importància que té, la motivació com a base de tot aprenentatge, la competència d'aprendre a aprendre i el rol de la mestra, tenint present el que ens aporten els autors més rellevants en aquests àmbits.

A continuació, es fa un recull de les activitats que ha realitzat l'alumne amb les diferents estratègies de càlcul mental i una explicació de quina és la seva actitud al llarg del procés d'aprenentatge, les intervencions de la mestra i els aprenentatges de l'alumne.

Una vegada descrits els conceptes teòrics, es continua amb la *metodologia*; on s'explica la perspectiva metodològica de la recerca, la descripció del context de la recerca i de la mostra, l'eina de recollida de dades, l'obtenció de dades i el procés d'anàlisi de les dades.

L'apartat següent inclou, *l'anàlisi dels resultats* obtinguts en la recerca, a partir del qual es mostren els resultats dels aprenentatges que fa l'alumne amb la seva descripció i valoració.

Per finalitzar, hi trobem, per una banda les *conclusions* del treball relacionades amb els objectius de recerca, i per altra banda, les *limitacions de la recerca* que s'han anat presentant al llarg de la investigació, les *implicacions educatives* que formen part de la recerca i les *possibilitats* de recerca per donar-li continuïtat en un futur. I com a últim apartat la bibliografia i *webgrafia*.

També s'hi troben en els *Annexos*, l'entrevista i el qüestionari inicial, els registres de les activitats fetes en les 57 sessions i la taula 4, a partir de la qual s'elabora la taula 4.1. amb les intervencions de la mestra i els aprenentatges de l'alumne.

## **2. Marc teòric**

En aquest apartat es presenten, els referents teòrics que seran la base de tota la recerca. Hi ha diferents autors que tracten el tema, però s'han analitzat els que poden ser d'interès, ja que tenen una estreta relació amb els objectius de la recerca, per tant es pot garantir una millor comprensió. A continuació queda reflectida la informació que s'ha extret i que s'argumenta tot seguit.

S'estructura en sis apartats; el significat del càlcul mental per diferents autors, s'explica la importància d'aquest, es mostren diferents estudis portats a terme a l'Educació Primària, es presenten diferents estratègies de càlcul mental de la suma, la motivació per millorar el procés d'aprenentatge, es parla de la competència d'aprendre a aprendre i finalment l'aprenentatge de les matemàtiques i el rol del mestre.

### **2.1. El càlcul mental i la seva importància**

Tot seguit, es mostren les aportacions dels diferents referents teòrics de la didàctica de la matemàtica, en relació al que entenen per càlcul mental. Les definicions que fan cada un dels autors i autores apareixen a continuació i així fer possible veure quins punts tenen en comú amb el treball que es presenta.

Podem trobar, Chamorro (2003) que entén el càlcul mental com un procediment mental individual, ja que cada individu busca l'estratègia que més l'interessa o que sap utilitzar millor quan ha de resoldre una operació mental. L'autora ens diu que el càlcul mental provoca que tothom pugui crear la seva pròpia estratègia, ja que no hi ha només un únic procediment.

Per altra banda, Canals (1992) afirma que el càlcul mental és un procés on el nen no veu i tampoc toca els elements, es a dir no s'ajuda amb material i tampoc amb dibuixos per representar la situació o els conjunts d'elements a partir dels quals haurà de calcular; però si que haurà de tenir presents en la ment les situacions i les quantitats inicials; haurà de recordar-les i imaginar-les. Alhora també ens diu, Canals (2009), que el càlcul mental és un procés que demana als alumnes una base d'experiència i després una pràctica en les capacitats per posar atenció a les dades que hi intervenen, imaginar-se una situació i fer els càlculs sense tenir el material a l'abast. Tot desenvolupant l'habilitat de compondre i descompondre nombres i connectant idees matemàtiques per poder relacionar la suma.

Ortíz (2012) ens diu que, "el cálculo mental debe ser un cálculo sin ninguna ayuda exterior, basado en la exploración y la reflexión, práctico, motivador, relajado, respetando el protagonismo y la autonomía de cada individuo, con flexibilidad de acción, dialogo y en donde no debe primar la velocidad de respuesta" (p.7).

Per tant, entenem que el càlcul mental consisteix en realitzar càlculs matemàtics utilitzant només el cervell, sense ajuda de la calculadora o del llapis i el paper. D'aquesta manera es permet que els alumnes pensin per ells mateixos, tot desenvolupant el seu propi pensament i

ajudant així a aprofundir en el coneixement dels nombres, del sistema de numeració, del significat de les operacions i la relació entre ells.

Parrish (2010), defensa l'ensenyament del càlcul mental a l'aula de manera constant, utilitzant estratègies de càlcul mental, ja que proporciona als alumnes més seguretat a l'hora de construir relacions numèriques que quan utilitzen l'algoritme tradicional (es un procediment que fa treballar a l'alumne de manera mecànica). Quan es permet als alumnes aprendre reflexionant sobre el càlcul que estan realitzant, se'ls porta a confiar en el que saben fer i els motiva a buscar recursos per acabar d'entendre la relació que hi ha entre nombres. També enforteix la comprensió del valor posicional dels nombres, a veure els nombres com a quantitats senceres, no en columnes i a adquirir el valor de cada nombre.

Per Parrish (2010), el càlcul mental és un contingut més de matemàtiques no una simple activitat d'aula i s'ha de treballar de tres a cinc vegades per setmana amb una durada de 5 a 15 minuts, i formant part de la rutina diària.

Realitzar càlcul mental cada dia comporta uns beneficis:

- **S'estableix una comunicació a l'aula.** Es important que es plantegin raonaments per part del mestre, del tipus: pots tornar-ho a explicar? perquè no ho he entès, em sembla una bona opció...
- **Porta a donar importància a totes les respostes a acceptar-les i respectar-les.** Davant de les respostes dels alumnes cal tractar-les amb interès i no fer comentaris que puguin ser negatius. Com a docent s'ha de ser neutral amb totes les respostes i valorar-les com a importants, i aprofitar les respostes incorrectes com una opció per aprendre dels errors i veure que s'ha fet malament.
- **Contribueix a desenvolupar el sentit numèric.** És important prendre consciència i comprensió numèrica.
- **Es desenvolupa fluïdesa amb nombres petits.** És important saber descompondre i compondre els nombres.
- **Fomenta poder comptar a cop d'ull.** Fa que es pugui reconèixer una col·lecció d'objectes com una unitat. ex: reconèixer el 3 quan surten tres punts en un dau.
- **Permet fer deus.** És important saber descompondre el 10, per entendre el valor de posició del nombres.
- **Ajuda a comprendre el valor de posició.** Conèixer les unitats, desenes i centenes, que hi ha en un nombre i saber-les descompondre.

- **Comprendre l'aplicació de les propietats.** Aplicar les propietats commutatives, associativa, distributiva i element neutre per la suma, resta, multiplicació i divisió.
- **Connectar idees matemàtiques.** Relacionar la suma i la resta, la multiplicació i la divisió etc.

Tenint en compte les aportacions Ortiz (2012), i seguint en la mateixa línia, argumenta que la pràctica diària de càlcul mental contribueix a desenvolupar les següents competències.

- *La competència matemàtica*, aprofundint en la comprensió dels nombres i de les estructures numèriques.
- *La competència social i ciutadana*, potencia relacionar-se amb els altres a través de la comunicació i la interacció, ja que es treballa en grup.
- *La competència d'aprendre a aprendre*, els alumnes han d'aprendre processos nous, a ser autònoms i tenir iniciativa.
- *La competència lingüística*, els alumnes interactuen entre ells quan expliquen els processos que fan.

Alhora, potencia diferents habilitats i capacitats: *l'atenció i la concentració*- ja que quan es calcula si es distreuen comporta començar de nou-, *l'organització*- en el procés de càlcul s'ha de pensar pas a pas el que es farà i s'haurà d'escollir el que es consideri més fàcil, ràpid i correcte-, *el rigor*- per tal de no saltar-se cap pas i així evitar equivocar-se-, *la lògica i el raonament*- implica reflexionar cada pas que es fa-, *la memòria a curt i llarg termini*- per tal de recordar resultats entre els processos, per recordar patrons, taules de multiplicar, fórmules, etc.-, *l'autonomia*- cada individu escull de manera individual l'estratègia més adient alhora de fer el càlcul mentalment-, *La imaginació i creativitat*- al escollir l'estratègia a utilitzar, fent treballar la imaginació i la creativitat- *saber prendre decisions*- es important saber seleccionar l'estratègia per resoldre el càlcul de les diferents opcions possibles.

Kamii i Dominick (2010), afirmen que tots els alumnes tenen capacitat per operar mentalment però no ho faran de la mateixa manera i tampoc amb la mateixa rapidesa. S'ha de donar l'oportunitat a tots els alumnes per pensar i poder crear les seves pròpies estructures mentals, per tal que no recorrin a imaginar-se el càlcul escrit en un full i col·locat correctament.

Destaquen la importància d'ensenyar als alumnes a utilitzar diferents estratègies de càlcul mental, que els serveixi per resoldre diferents tipologies d'operacions en lloc d'ensenyar l'algoritme tradicional, ja que promou que els alumnes renunciïn a desenvolupar el seu propi

pensament i no ensenya el valor posicional del dígit i això provoca que no desenvolupin significat numèric.

Quan els alumnes comencen a entendre la relació que hi ha entre els nombres i comencen a crear les seves estratègies de resolució, se'n adonen que els és més fàcil resoldre-ho i més ràpid, aquest fet confirma que és important desenvolupar l'habilitat de calcular mentalment.

## **2.2. Estudis sobre càlcul mental a Educació Primària**

Podem trobar diferents estudis relacionats amb el càlcul mental portats a terme a diferents escoles, per tal de conèixer els beneficis i/o inconvenients del fet de treballar el càlcul mental a partir de dues metodologies. Per una banda, una *metodologia tradicional*, es a dir ensenyant als alumnes a calcular a partir de l'algoritme tradicional i per altra banda una *metodologia més oberta*, en la qual els docents treballen la competència matemàtica tot manipulant, donant l'oportunitat als alumnes a aprendre mitjançant la manipulació de material i l'experimentació, per anar formant-se una base que els permetrà construir i estructurar el pensament lògic, que és bàsic en l'aprenentatge de les matemàtiques.

Ablewhite (1971), fa molts anys, ens parlava dels problemes que s'originen en l'aprenentatge de les operacions i especialment en els alumnes amb dificultats per poder seguir la metodologia que es planteja. Des d'aquest moment, s'han donat a conèixer les complicacions que se'n deriven de l'ús dels algoritmes poc adients pels alumnes. Kamii i Dominick, (2010) ens parlen dels errors i dificultats dels algoritmes tradicionals de càlcul i de les alternatives que ens poden permetre avançar en la millora i no generar més dificultats, fet que ens porta a ser més objectius a l'hora d'utilitzar una estratègia o altre.

Hi ha alguns estudis, que s'han portat a terme en diferents escoles i que tenen relació amb el càlcul mental, que ens donen a conèixer quina és la metodologia que afavoreix als alumnes a aprendre a calcular mentalment de manera natural, sense generar pors i que els proporciona seguretat a l'hora de fer càlculs i ha disminuir els errors.

Es presenta a Martínez (2011), que investiga si tot el que els teòrics ens diuen en relació a les dificultats del càlcul i una metodologia que enfoqui les matemàtiques des d'una perspectiva més oberta, funciona en els alumnes que des d'Educació Infantil han treballat amb aquesta metodologia.

Aquesta investigació es va portar a terme durant el curs 2009-2010, a alumnes de 2n d'Educació Primària, a quatre escoles de Cadis. Dues eren públiques; el CEIP Andalusia i Carlos

III. Treballaven les matemàtiques amb una metodologia més oberta i es tractava de 100 alumnes dels investigats que des del començament de la seva escolaritat treballaven des d'aquesta metodologia. Les altres dues escoles, eren privades-concertades de molt prestigi a la zona i van ser amb les que es va contrastar la investigació. També van aportar 100 alumnes.

Es va decidir per part de l'autor i director de la investigació, fer la recerca a alumnes de 2n ja que és l'últim curs del primer cicle d'Educació Primària i és un moment bo per avaluar la competència matemàtica i concretament el càlcul mental i la resolució de problemes, imprescindibles per a la vida quotidiana i que en el currículum apareix com a objectiu a assolir en finalitzar l'etapa.

Com a participants de la investigació podem trobar, l'autor de l'article com a director de la recerca, vuit docents i els grups d'alumnes en un total de 200 alumnes. La prova que es va realitzar individualment, es tractava de presentar diferents cartells amb operacions a realitzar; tres sumes, tres restes, dues multiplicacions i una divisió i havien de dir el resultat en veu alta, sense utilitzar cap material.

Un cop analitzades les dades, es va veure que menys una multiplicació, les diferències que es van presentar en relació als que no havien treballat amb l'algoritme tradicional eren més clares. En aquests alumnes el seu temps a respondre la pregunta plantejada i argumentar el resultat era de 15 a 25 segons, en canvi els alumnes que havien treballat amb l'algoritme tradicional el temps per resoldre-ho era molt més, si s'hagués limitat a l'hora de respondre no haurien pogut resoldre quasi cap dels càlculs. Els alumnes que havien après amb una metodologia més oberta van aconseguir nivells més alts que els altres alumnes, van ser capaços de resoldre més càlculs i argumentar el perquè ho feien. Tot i això, la informació que en poden extreure, es que els alumnes que treballaven a través de la metodologia tradicional també presentaven un nivell alt en matemàtiques però condicionat per la metodologia utilitzada, donava lloc a que hi haguessin càlculs que no es podien acabar de resoldre. Ja que no s'havia treballat a l'aula i no ho havien practicat i tampoc interioritzat de manera memorística, i amb els seus coneixements no eren capaços de trobar altres maneres de resoldre-ho.

Es pensava que les diferències no serien tan rellevants, ja que els alumnes que treballaven mitjançant l'algoritme tradicional tenien les taules de multiplicar interioritzades i el mecanisme de les operacions molt treballat, van presentar moltes dificultats a l'hora de resoldre càlculs, perquè havien de representar mentalment i col·locar les xifres en ordre com si ho fessin en un

full de paper, havien de retenir a la memòria tots els nombres i necessitaven molt més temps i per tant realitzaven errors. El altres alumnes, feien les operacions directament i utilitzant una gran quantitat d'estratègies, descomponien els nombres, feien dobles, nombres de referència etc. mostraven la seva habilitat com a conseqüència de la pràctica amb material manipulable.

Per tant es va poder comprovar que uns aprenentatges mecanitzats i repetitius no pot superar l'agilitat que es pot assolir quan els càlculs es realitzen amb sentit i de manera reflexiva.

Alhora d'analitzar els resultats, es varen basar en si havien resolt els càlculs *molt bé*, *bé*, *regular* o *malament*. Ens centrarem amb el percentatge d'alumnes que ho van resoldre molt bé i de forma incorrecta:

Tenint en compte, les tres sumes que es van plantejar  $428+351$ ;  $628+239$ ;  $586+352$ , el 59% dels alumnes que van utilitzar l'algoritme tradicional, van resoldre-les *molt bé* i el 20% dels alumnes *de forma incorrecta*. Per altra banda, els alumnes que van utilitzar una metodologia, més oberta d'aprenentatge de les matemàtiques van resoldre-les *molt bé* un 82% i un 5% *de forma incorrecta*.

Pel que fa a les tres restes plantejades,  $934-231$ ;  $448-229$ ;  $727-355$ , el 37% dels alumnes que van utilitzar l'algoritme tradicional van resoldre-les *molt bé* i el 35% dels alumnes *de forma incorrecta*. Per altra banda, els alumnes que van utilitzar una metodologia més oberta d'aprenentatge de les matemàtiques van resoldre-les *molt bé* un 75% i un 24% *de forma incorrecta*.

En quan a les dues multiplicacions plantejades,  $234 \times 2$ ;  $313 \times 3$ , el 83% dels alumnes que van utilitzar l'algoritme tradicional van resoldre-les *molt bé* i el 12% dels alumnes *de forma incorrecta*. En canvi, els alumnes que van utilitzar una metodologia més oberta d'aprenentatge de les matemàtiques van resoldre-les *molt bé* un 88% i un 5% *de forma incorrecta*.

Per tant es pot observar que el percentatge d'alumnes que resolen els càlculs *molt bé*, és molt més alt en els alumnes que a l'escola treballen les matemàtiques mitjançant el mètode obert, basat en la manipulació de material i aplicant estratègies de càlcul diverses, en canvi els alumnes que utilitzen la metodologia tradicional no. Alhora, els alumnes que van resoldre els càlculs mitjançant l'algoritme tradicional van realitzar molts més errors, ja que el percentatge d'alumnes que van resoldre'ls *de forma incorrecte* és molt més alt.

### 2.3. Estratègies de càlcul mental

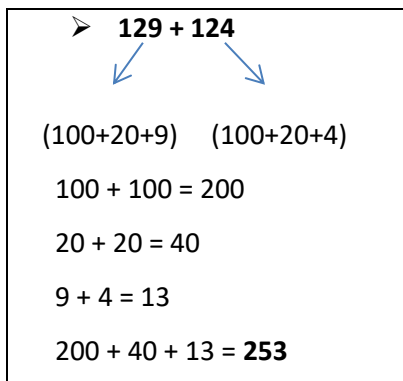
Encara en el moment actual, es pensa que per resoldre càlculs mentals s'ha de resoldre de la mateixa manera que abans per escrit, es a dir, imaginar el càlcul en un full (algoritme tradicional). A partir d'estudis que s'han portat a terme, s'ha pogut comprovar que no només hi ha una manera de resoldre càlculs mentalment, n'hi ha diverses i cada individu pot construir i personalitzar la seva ja que tothom és diferent i hi ha diferents maneres de pensar i com a conseqüència d'operar.

Com podem veure Ortiz (2011), Kamii i Baker (2000), parlen de les diferents estratègies per treballar els càlculs mentals, tot i que en aquest apartat es presenten les que proposa Parrish (2010) en el seu llibre *Number talks: helping build math and computation strategies*, ja que són les que s'han utilitzat en aquesta recerca.

#### 2.3.1. Estratègies de la suma

Les estratègies que s'anomenen a continuació, presenten una descripció que ajuda a entendre el seu funcionament. En un aprenentatge obert, els alumnes poden inventar-se'n de noves i canviar-li el nom segons la seva decisió.

- Descompondre els dos nombres segons el valor de posició



És una de les estratègies que fan servir més els nens i nenes, quan comencen a entendre el valor de posició. Cada sumand es descompon i es combinen entre elles les unitats amb les unitats, les desenes amb les desenes i les centenes amb les centenes.



- Descompondre un dels nombres segons el valor de posició o en nombres més petits

➤ **129 + 124**

↙      ↓

129 + (100+20+4)

129 + 100 = 229

229 + 20 = 249

249 + 4 = **253**

Es diferencia de l'anterior perquè, només es descompon un dels nombres, mantenint l'altre sumand igual.

- Fer nombres de referència

➤ **129 + 124**

+1

---

130 + 124 = 254

254 - 1 = **253**

Com a nombres de referència s'utilitzen nombres que són fàcils alhora de fer el càlcul mental (els múltiples de deu, cent, mil, etc). Poden modificar el sumand treient o afegint quantitats, per fer un nombre de referència o un nombre conegut. En l'exemple, el 129 es modifica afegint-li una unitat per convertir-lo en un nombre més senzill (130). Un cop realitzada l'operació, s'ha de restar el que s'ha afegit anteriorment (-1).

- Fer dobles

➤ **129 + 124**

+1    +6

---

130 + 130 = 260

260 - 7 = **253**

En aquesta estratègia, s'ajusta un o ambdós nombres per fer una combinació de dobles. En l'exemple, els nombres es podrien modificar de diferents maneres, però els nombres acabats en 0 solen ser més fàcils. Una vegada s'ha realitzat l'operació, s'ha de sumar o restar la quantitat que es treu o afegeix al principi.

- Fer deus

➤ **129 + 124**

↓

$(120+9) + (120 + 4)$

$120 + 120 + (9 + 1) + 3$

$240 + 10 + 3 +$

$250 + 3 = \mathbf{253}$

Es tracta d'utilitzar de manera més fàcil el deu, per millorar la suma. Es pot observar com s'ha descompost el 4 amb  $3 + 1$ , sumant-li l'1 al 9 del segon sumand per tal de fer un 10.

- Compensar

➤ **129 + 124**

A.  $129 + 124$

$+1 \quad -1$

---

$130 + 123 = \mathbf{253}$

B.  $129 + 124$

$-6 \quad +6$

---

$123 + 130 = \mathbf{253}$

En aquest cas, es converteixen els nombres amb altres més senzills. Quan es treu una quantitat a un sumand s'ha de donar la mateixa quantitat a l'altre sumand. *Compensar* és molt útil pels nens i nenes, ja que es pot afegir o treure qualsevol quantitat, sempre i quan aquestes siguin igual en els dos nombres.

A l'exemple *A*, s'ha afegit una unitat al 129 per tal de convertir-lo en un nombre més fàcil, i per tant, se li ha tret la mateixa quantitat al 124. A l'exemple *B*, hi ha una altra opció, s'ha sumat sis unitats al 124 convertint-lo en 130, i s'ha tret la mateixa quantitat a l'altre sumand per tal de compensar.

## **2.4. Motivació**

Tal com diu, Navarrete (2009), la motivació, és la força que ens mou a realitzar una activitat. Estem motivats quan tenim la voluntat de fer alguna cosa i som capaços de mantenir l'esforç que es requereix durant el temps necessari, per aconseguir l'objectiu que ens hem proposat.

Per García (2018), la motivació és un impuls que dirigeix l'acció cap a una finalitat, impulsa i guia aquesta acció. Sense motivació no hi ha acció.

També Bueno (2017) ens diu, si l'objectiu biològic de la motivació és afrontar les necessitats i els reptes, i el fet d'afrontar-los ens permet superar-los, aquesta superació es viu amb l'optimisme de saber que ens en podem sortir.

### **2.4.1. Components de la motivació**

García i Domènech (1997), determinen tres components de la motivació:

- El component *expectativa*, fa referència a les creences i expectatives que els alumnes tenen a l'hora de realitzar una determinada tasca. Es pot traduir amb la pregunta, sóc capaç de fer aquesta tasca?
- El component *valor*, en aquest componen, es té en compte les fites dels alumnes i les creences d'ells respecte la importància i l'interès de la tasca. Es pot traduir amb la següent pregunta: per què faig aquesta tasca?.
- El component *afectiu*, aquest component recull totes les reaccions emocionals que els alumnes experimenten davant d'una determinada tasca. Es podria traduir en la següent pregunta: com em sento quan faig aquesta tasca?.

### **2.4.2. La motivació en l'ensenyament de les matemàtiques i l'aprenentatge del càlcul mental**

Pel que fa a les matemàtiques, la motivació més adequada és la que fa referència a la pròpia tasca, perquè si es presenten activitats atractives als nens i nenes, s'implicaran a l'hora de portar-les a terme. Sinó és així, no tindran interès en realitzar-les i poden arribar a deixar-les de fer. En aquest cas, podem confirmar que és així, l'alumne presentat, ho viu d'aquesta manera, quan es troba davant d'una activitat que no el motiva, deixa d'interessar-se i d'implicar-se.

Tenint en compte les aportacions de Bueno (2017), la recerca de novetats, estimula el pensament creatiu i de retruc la motivació i l'optimisme. Per fomentar el pensament creatiu, cal deixar temps als nens i nenes per pensar i alhora que puguin trobar el seu espai de tranquil·litat, on es sentin còmodes amb el que fan.

Les tasques de matemàtiques per a la seva resolució, necessiten constància, assumir riscos, pensar, descobrir errors i rectificar. L'ambient on es portin a terme aquests tipus de tasques ha de ser de confiança, perquè el nen i nena tinguin la possibilitat d'expressar-se sense por a equivocar-se. Pel que fa al treball de recerca presentat, s'ha tingut en compte crear un ambient de diàleg i de comunicació, acompanyat d'un treball matemàtic a partir de la interacció alumne mestra.

Podem veure com Monereo i Pozo (1999) ens diuen, la motivació és el que porta a una persona a realitzar alguna acció. En relació a l'ensenyament, ens referim a l'estimulació de la voluntat d'aprendre. Es constata que si no existeix el desig, la motivació i l'interès per aprendre, no hi ha aprenentatge.

La motivació a l'aula no s'ha d'entendre com "una tècnica" o un "mètode d'ensenyament", sinó com "un factor" que sempre està present en tot el procés d'aprenentatge. El docent té un rol fonamental en la motivació de l'alumne.

Segons Rodríguez (2000), el comportament de les persones, poden servir d'indicador per mesurar la motivació. És un indicador bastant fiable que com a mestra es pot utilitzar, per fer una estimació de la motivació dels alumnes i poder-hi incidir.

- La **preferència** o **elecció**, d'una activitat davant a una altra, que tingui relació amb l'aprenentatge.
- El **temps**, que s'espera en donar una resposta des de que es presenta una estimulació. Quan més triguem a fer la tasca, menys motivació tindrem per fer-la.
- L'**esforç**, quants més recursos físics i cognitius invertim en el desenvolupament d'una tasca, més motivació tindrem.
- La **persistència en la tasca**, hi haurà més motivació quan més temps hi hagi entre l'inici de la tasca i la seva finalització. Quan hi dediquem poc temps, és que no ens motiva gaire.

- Els **indicadors expressius de les emocions**, les accions que fem normalment van acompanyades d'expressions emocionals, que indiquen el plaer o desplaer que ens provoca l'activitat.

En relació a les aportacions de Bueno (2017) ens diu, "sense motivació el nostre cervell i el dels nostres alumnes rendeixen molt per sota de les seves possibilitats i en generen estats de disgust i de desconfort. La importància de la motivació rau en que: energitza i vigoritza els processos mentals i ens fa proactius" (p. 133).

En les situacions d'aprenentatge són més importants els processos que els resultats, ja que els processos hi són sempre presents i serveixen de reforç o motivació per aprenentatges posteriors. Per tant, cal tenir present quan l'alumne està aprenent les estratègies de càlcul mental, donar valor al procés i les explicacions que ens va argumentant i com va interioritzant el que fa i no tant a si els resultats són correctes o no. S'han de tenir en compte els interessos dels alumnes i connectar-los amb els objectius de l'aprenentatge o amb la mateixa activitat. Els nens i les nenes es motiven més i millor, quan viuen experiències a l'aula de càlcul mental.

Interessa, crear un ambient que permeti als alumnes motivar-se per ells mateixos, facilitant-los situacions d'aprenentatge.

En relació a les estratègies de càlcul mental que se li presenten a l'alumne, es té en compte que siguin atractives i pugui anar descobrint diferents maneres de resoldre les sumes plantejades amb interès i motivació, alhora que ho faci amb autonomia, seguretat i confiança, tot gaudint-ne.

## **2.6. El càlcul mental i la competència d' aprendre a aprendre**

Aquesta competència és desprèn del Currículum de Primària i es troba en la capacitat de l'alumne a dirigir el propi aprenentatge en relació als objectius marcats. Decret 119/2015, de 23 de juny, d'ordenació dels ensenyaments de l'educació primària. *Diari Oficial de la Generalitat de Catalunya*, 26 de juny de 2015, núm. 69, p.1-136

Es basa en l'activitat mental que porta a terme l'alumne, és important que pregunti com pot aprendre i que prengui decisions sobre el seu procés d'aprenentatge, Torres i Agustí (2012). Els quals creuen que aprendre a aprendre és "la capacitat d'actuar de manera eficaç, en un context on és necessari realitzar aprenentatges i resoldre problemes diversos de manera adequada" (p. 15).

Quan parlem d'aprendre a aprendre, ens estem referint al conjunt de factors que afavoreixen que l'alumne agafi consciència de la manera que aprèn i faci un control en els processos d'aprenentatge. Es a dir, és important que siguin capaços d'analitzar i de comprendre la manera com aprenen, tenint en compte el procés intern que porten a terme.

Per desenvolupar la competència d'aprendre a aprendre, cal que l'alumne prengui consciència del que sap i el que no, de com aprèn i de com controla els aprenentatges. Alhora, cal que el nen i la nena es faci una imatge d'ell mateix, desenvolupant un autoconcepte objectiu i ajustat a la realitat, el qual tingui present les seves habilitats i limitacions, Teixidó (2011).

Els nens i nenes no sempre aprenen de la mateixa manera, sinó que actuen diferent en relació al context d'aprenentatge, Torres i Agustí (2012). Han de ser conscients de les capacitats que intervenen com, la comprensió, la memòria, l'atenció, la concentració i l'expressió lingüística, etc. Teixidó (2011), per tal de moure coneixements i controlar les emocions Torres i Agustí (2012).

L'aprenentatge per sí sol és individual, tenint en compte que qui aprèn és l'infant, per tant, està sotmès als aspectes emocionals que intervenen en el procés d'aprenentatge. Quan aquests són positius en relació al que està aprenent, se li afavoreix l'assoliment de l'aprenentatge, hem de tenir present que la motivació és un dels factors més importants per tant, si no hi ha interès tampoc hi haurà aprenentatge, Teixidó (2011).

Si volem que hi hagi aprenentatge, haurem de tenir en compte la presència de situacions complexes, que no es resolguin de manera mecànica i repetitiva, és important que les nenes i els nens hagin de pensar. I crear situacions al llarg del procés d'aprenentatge on es dubti, es portin a terme opcions alternatives, es prenguin decisions i que aprenguin a assumir-ne el control etc. Teixidó (2011).

És necessari que sàpiguen quins són els objectius d'aprenentatge, ja que si saben el què han d'aprendre podran prendre consciència del que van aprenen i adonar-se dels avenços i dificultats que van sorgint en el procés d'ensenyament i aprenentatge, ja que si no coneixen el que volen aprendre, no tindran consciència del seu progrés. Teixidó (2011).

Per tant, és important afavorir que els nens i nenes reflexionin sobre la seva actuació en relació al seu aprenentatge, ja que els porta a construir el coneixement, l'ensenyament de la competència d'aprendre a aprendre exigeix reflexionar sobre el coneixement abans, durant i en finalitzar-ne l'aplicació, Torres i Agustí (2012).

En aquest sentit quan es presenten les estratègies de càlcul mental als alumnes, s'hauria de tenir en compte que aprenguin i apliquin les operacions de manera autònoma, que reflexionin sobre la manera com estan aprenent i actuïn en conseqüència, autoregulant el seu procés d'aprenentatge. D'aquesta manera es pretén ajudar als alumnes a adquirir els instruments necessaris per anar aconseguint coneixements al llarg de la seva vida.

Aprendre el càlcul mental de manera reflexiva ajuda als alumnes a entendre el procés, a comprendre els procediments, a tenir autonomia per triar l'estratègia que utilitzaran i per tant, estan desenvolupant la competència d'aprendre a aprendre, fet que els farà actuar de manera eficaç, resoldre operacions de manera adequada, ser més competents i saber actuar eficaçment en diferents àmbits de la vida.

### **2.7. L'aprenentatge del càlcul mental**

En l'aprenentatge de les matemàtiques i relacionant-ho amb el càlcul mental, podem dir que l'alumne fa els seus raonaments matemàtics i aprèn a estructurar i organitzar el seu aprenentatge. Per tant, en l'aprenentatge de les matemàtiques hem de tenir present el càlcul mental, ja que és la base per aconseguir que els alumnes siguin competents matemàticament.

Quan parlem de procés d'ensenyament i aprenentatge de les matemàtiques cal fer relacions sempre que sigui possible, per tal d'afavorir que es construeixi coneixement des d'una perspectiva integrada. S'ha de connectar les matemàtiques amb la realitat i amb altres disciplines i amb aspectes rellevants de la vida quotidiana. Les matemàtiques han de ser viscudes, es a dir, s'ha de potenciar un rol participatiu i actiu per tal d'afavorir que els nens i nenes les gaudeixin i les comprenguin com a quelcom propi, Alsina et al., (1996). El mateix passa quan es donen a conèixer les estratègies de càlcul mental, es fa imprescindible un treball on es tinguin en compte les característiques descrites anteriorment a partir d'una metodologia oberta que ofereix oportunitats als alumnes.

Per tant, serà molt important que els nens i nenes llegeixin, escriguin, parlin i escoltin matemàtiques. Les competències que fan referència a aquesta dimensió són: expressar idees i processos matemàtics de manera comprensible, tot utilitzant el llenguatge verbal (oral i escrit); utilitzar les diverses representacions dels conceptes i relacions per expressar matemàticament una situació, Burgués i Sarramona (2013).

Alhora, els continguts que es presenten als alumnes, és important que s'adeqüin a la seva zona de desenvolupament i així poder assegurar l'aprenentatge, Alsina, Burgués, Fortuny, Giménez i

Torra (1996). Les activitats que s'ofereixen han de tenir significat i han de ser comprensibles pels nens i nenes, per tant com a mestra s'ha d'oferir situacions on els alumnes puguin manipular i a partir d'aquesta, creïn experiències, per tal d'afavorir la construcció de conceptes i així evitar a que es vegin obligats a memoritzar fórmules que només sabran aplicar correctament durant un temps limitat, Chamorro i Belmonte (1998).

També, és important que els alumnes facin estimacions abans de començar a fer càlculs i que els comprovin quan els hagin portat a terme. Hi han raons per les quals és important fer estimacions i són les següents, Van de Walle et al., (2010):

- Porta l'alumne a centrar-se en l'atribut a operar i en el procés de càlcul mental.
- Afavoreix que l'alumne es senti motivat a fer càlcul.
- Al fer càlculs amb unitats estàndards, fa que l'estimació potenciï familiaritzar-se amb la unitat.

A partir de la interacció entre l'alumne i la mestra es pot arribar a nivells més elevats de comprensió, Alsina, C. (2007). Es pretén, crear situacions que facin que l'alumne construeixi models i estratègies i les comparteixi.

És important que l'alumne compregui els processos i les relacions que es donen a partir de la manipulació de materials, Corbalán (2008). Per això, s'ha de tenir present la necessitat que tenen els nens i nenes de manipular objectes i materials didàctics tot aplicant el raonament matemàtic i que puguin portar a terme les seves pròpies representacions, Bermejo (2004), a partir de la construcció i estructuració del pensament lògic, s'afavoreix la comprensió i el sentit a allò que es realitza.

Així doncs, les tasques més adequades per els nens i nenes, són les que fan les matemàtiques problemàtiques, generen aprenentatges importants, els permet establir connexions amb els coneixements previs i afavoreixen la reflexió amb les idees més importants de les matemàtiques, Hiebert et al., (1997).

Com a docents, es tendeix a basar el procés d'ensenyament aprenentatge a partir de l'explicació, basat en una educació transmissora i tradicional, però si el que es vol aconseguir és que l'alumne construeixi relacions i compregui els continguts que se li presenten, caldrà com a mestres facilitar, qüestionar, escoltar i aprendre, Parrish (2011), destaca que s'ha de facilitar les converses per garantir una discussió matemàtica fluida i natural i guiar-los a reflexionar i discutir i escoltar el procés que segueix l'alumne, plantejant preguntes obertes.



Es pot entendre, que el rol del mestre va orientat a potenciar la comunicació, la qual serà el nexa de les tasques que es plantegin. Tal com diu, Alsina et al. (1996) "Comprender que la tarea es el elemento que permite construir el nexo comunicativo ente los docentes y los estudiantes" (p.127). Una didàctica que afavoreixi el desenvolupament de la competència matemàtica, ha de tenir en compte la comunicació com un eix de la seva organització, Alsina et al., (1996).

Les bones preguntes, fan que l'alumne s'adoni dels coneixements que sap i dels que són incomplets i alhora, el mestre pot adonar-se del que l'alumne ha comprés i el que no, i així saber que cal incorporar en el procés d'ensenyament aprenentatge i alhora una eina d'avaluació.

Per tant podem dir, que no es pot considerar l'aprenentatge del càlcul mental fora de les matemàtiques, es fa imprescindible tractar-ho conjuntament per tal que l'alumne pugui construir relacions numèriques, entendre la relació que hi ha entre els nombres, el valor posicional dels nombres etc. No es poden entendre les matemàtiques, sense saber descompondre i compondre els nombres i connectar idees matemàtiques, el mateix passa amb el càlcul mental, no es poden aprendre estratègies de càlcul mental si prèviament no hi ha interioritzats determinats processos matemàtics per tal d'aconseguir que les nenes i els nens puguin operar mentalment i crear les seves pròpies estructures mentals.

Parrish (2010) ens diu que el càlcul mental, és un contingut més de matemàtiques no una simple activitat d'aula i que ha de formar part de la rutina diària dels alumnes.

### **3. Metodologia**

En aquest apartat, es presenta la metodologia que s'ha utilitzat al llarg de la investigació. En primer lloc es fa referència a la perspectiva metodològica de la recerca, a continuació es fa una descripció del context i de la mostra per saber on es realitzarà la investigació i qui hi participarà. Alhora, es dóna a conèixer l'eina d'obtenció de dades, com s'han recollit aquestes i el procés d'anàlisi de les dades.

#### **3.1. Perspectiva metodològica de la recerca**

Tot seguit es justifica la perspectiva metodològica de la investigació, s'ha considerat el paradigma, la metodologia, el mètode i les eines de recerca.

### 3.1.1. Paradigma

Des de l'àmbit de la investigació, un paradigma és un esquema teòric o una via de percepció i comprensió del món, que un grup de científics ha adoptat. Decidir un tipus de paradigma o un altre dins la recerca educativa, posiciona l'investigador en un determinat coneixement que afecta des del marc teòric fins al metodològic. La present investigació s'emmarca dins d'un **paradigma interpretatiu** ja que centra el seu interès en interpretar, comprendre i analitzar les diferents estratègies de càlcul mental que el nen de 2n d'Educació Primària des d'atenció domiciliària utilitza, com aprèn les estratègies i si sap explicar el procés per resoldre el càlcul que realitza, alhora quina és la seva actitud cap a les matemàtiques i com influeixen en el seu aprenentatge les intervencions que fa la mestra.

### 3.1.2. Metodologia

Es tracta d'una metodologia bàsicament qualitativa, on s'analitzen les explicacions que expressa l'alumne de 2n d'Educació Primària, sobre el procés que realitza per resoldre els càlculs que se li proposen, de manera individualitzada. Per tant, s'han obtingut dades a partir de paraules, flexibles i obertes que s'han analitzat per extreure'n la informació que interessa. Totes les dades s'han categoritzat, organitzat i relacionat amb el que ens diuen els teòrics, per tal d'obtenir resultats coherents i amb fonament.

Amb aquest estudi es vol aprofundir en el coneixement del tema de recerca, a partir del treball pràctic que s'ha realitzat des d'atenció domiciliària, per tant, l'investigador està involucrat en tota la recerca. Tal i com argumenta Salgado (2007), serà un coneixement que sorgirà de la interacció entre els dos agents (investigador i l'alumne).

Seguint les argumentacions de Latorre, Del Rincón i Arnal (2005), és una **investigació interpretativa** ja que una de les finalitats de la recerca, és interpretar tot el que l'alumne explica com a resposta del que se li demana. Per tant, l'investigador i l'alumne tenen un rol actiu que porta a obtenir unes dades qualitatives, que serveixen per poder estudiar una realitat i per poder comprendre millor el que els autors citats en el marc teòric afirmen. Tal i com argumenten Latorre, Del Rincón (2005) "Los investigadores de orientación interpretativa se centran en la descripción y comprensión de lo que es único y particular del sujeto más que en lo generalizable" (p.42), al mateix temps es pot parlar d'una investigació participativa.

### 3.1.3. Mètode

El mètode d'investigació que s'ha utilitzat és un **estudi de cas**, el qual és propi de la investigació qualitativa, basat en una descripció i anàlisi d'una entitat, un fenomen o unitat

social de manera particular i descriptiu. L'objectiu de la present recerca és realitzar un estudi, fixant-se en les argumentacions que fa l'alumne de 2n d'Educació Primària a l'hora de resoldre i aplicar les estratègies de càlcul mental, quina és la seva actitud cap a les matemàtiques i com influeixen les intervencions de la mestra en el seu procés d'aprenentatge.

### **3.2. Descripció del context de la recerca i de la mostra**

La recerca s'ha portat a terme des d'atenció domiciliària a Vic, el lloc on viu l'alumne està situat a la zona sud de Vic una mica a les afores, per motius de salut i des del curs passat, està seguint l'escolarització en el seu domicili, amb ingressos hospitalaris de manera reiterativa. Està matriculat en un centre educatiu concertat d'Educació Infantil i Primària de Vic, la planificació del seu procés d'ensenyament-aprenentatge està basada en una dedicació de 2 hores cada dia de dilluns a divendres, el qual ha estat iniciat de manera conjunta a partir del mes d'octubre, es treballen bàsicament les matemàtiques i altres matèries com llengua catalana etc. a partir dels llibres de text que l'escola té com a material didàctic de referència per treballar l'alumne, fins el moment actual ha après les matemàtiques a partir d'una metodologia d'aprenentatge més tradicional, seguint procediments molt pautats i sense potenciar la comprensió.

La metodologia que es planteja aplicar per part de la mestra, és trobar maneres de crear situacions on l'alumne pugui aprendre les matemàtiques amb motivació, que li siguin significatives i útils, tenint en compte que l'alumne es nega a resoldre sumes emportant.

Les sessions de càlcul mental es comencen a l'abril amb una durada de 50 minuts aproximadament a cada sessió, se li planteja a l'alumne una operació per resoldre, es fa de manera oral i alhora se li ofereix material com a suport. Prèviament a l'aplicació de l'estratègia de càlcul mental i a través del joc, es reforcen conceptes matemàtics que contribuiran a iniciar l'activitat amb més motivació i interès i a entendre millor el procés.

Es va augmentant gradualment el nivell de dificultat, es comença per operacions bàsiques, amb xifres d'un nombre i sense emportar i després emportant i es continua amb xifres de dos i tres nombres. La primera estratègia que se li dona a conèixer es fent dobles i es continua compensant un dels sumands, fent deus, descomponent els dos nombres segons el valor de posició, descomponent un dels nombres o en nombres més petits.

La mestra observa quins raonaments matemàtics fa l'alumne i intervé amb aportacions que el porten més enllà, s'aprofiten els errors per fer-lo reflexionar a partir de les preguntes que se li

fan i així pot fer millores. També modela i acompanya quan l'alumne no sap explicar el procés, verbalitzant el que fa, amb l'objectiu que l'alumne tingui un referent.

En les últimes sessions, les sumes també es plantegen per escrit i es presenten de manera horitzontal, per ajudar-lo a comprendre el valor de posició, el sentit numèric i la relació entre els nombres.

Tenint en compte les característiques de la investigació, podem adonar-nos que es tracta d'una mostra centrada en un alumne i que es parteix d'una situació, en la que es presenten unes característiques específiques, condicionades per un entorn no habitual i uns problemes de salut que s'hauran de tenir presents en tot moment.

### 3.3. Instruments i recollida de dades

Per portar a terme la investigació a la qual es fa referència, tenint en compte que es tracta d'una investigació qualitativa, s'han considerat com a tècniques més adients per recollir la informació, l'entrevista, l'observació i el qüestionari, ja que són les que han anat més bé, per poder recollir la informació que es volia obtenir. Tot i que alhora, hem de tenir present que són les més utilitzades per aquests tipus d'investigació (Cardona, 2002).

S'han utilitzat tres instruments per recollir les dades, tal com s'ha comentat anteriorment, l'entrevista i l'observació i el qüestionari. Els quals s'han fet servir per donar resposta als objectius de la recerca, s'organitzen de la següent manera:

Relació dels objectius de recerca amb els instruments de recollida de dades.

<b>Objectius</b>	<b>Instruments</b>
Descriure i analitzar, l'evolució dels coneixements de les estratègies de càlcul mental del nen.	Registre de les observacions Qüestionari coneixements matemàtics
Conèixer i analitzar, quina ha estat l'actitud cap a l'aprenentatge de les matemàtiques.	Registre de les observacions Entrevista relació amb les matemàtiques
Identificar i interpretar quines han estat les intervencions de la mestra i com es reflecteixen en l'aprenentatge del nen.	Registre de les observacions

Els instruments s'han elaborat tenint en compte les característiques del context on es situa la investigació, a continuació s'explica la realització dels instruments i com s'han recollit les dades, ja que s'han anat modificant a mesura que es va avançant amb la recerca.

En primer lloc s'explica com s'ha elaborat l'entrevista i com s'han recollit les dades a partir d'aquesta, per continuar amb el qüestionari i finalment les observacions.

### **3.3.1. Elaboració de l'entrevista i recollida de dades**

Hi ha diferents tipologies d'entrevistes, la seva elecció vindrà condicionada pels seus objectius, el tipus de recerca i de les dades que es volen obtenir. A continuació es farà referència a l'entrevista qualitativa i més concretament, la semiestructurada ja que es caracteritza per ser oberta i flexible, la qual permet més precisió en les respostes dels entrevistats i és una de les més adequades per fer recerca amb nenes i nens (Bryman, 2004). Per aquest motiu, tenint en compte que l'entrevista de la recerca a la qual fem referència està adreçada a un alumne de 2n d'Educació Primària es considera la més indicada.

En primer lloc, es fa una **entrevista inicial** a l'alumne, amb la qual es pretén saber com es relaciona amb les matemàtiques, ja que no té interès per les sumes emportant i no en vol parlar.

1. Què t'agrada més de les matemàtiques?
2. T'ho passes bé fent matemàtiques? Amb què et penses que ets bo?
3. Com t'agradaria aprendre les matemàtiques?
4. És important aprendre matemàtiques?, perquè?

El primer dia que es comença el treball de recerca, prèviament a l'inici de la sessió de càlcul mental, se li presenta de manera oral la primera pregunta, el nen pensa, no sap gaire que contestar i quan ha respòs passem a la següent pregunta. Les preguntes es plantegen totes en la mateixa sessió i el temps que destina l'alumne a respondre-les totes, és aproximadament de 20 minuts. Es pot observar, que no està acostumat a fer-se preguntes i reflexionar sobre el que se li demana, perquè se li fa difícil saber que respondre.

A partir de les respostes obtingudes, es pot veure com l'alumne respon que el que més li agrada de les matemàtiques és fer sumes i restes, tot i que quan s'inicien les sessions de càlcul mental i en el qüestionari inicial, mostra dificultats per resoldre les sumes emportant i no té recursos per resoldre-les.

Un cop realitzades les preguntes, s'espera poder obtenir informació que ajudi a entendre la seva actitud i trobar una metodologia d'ensenyament-aprenentatge que li sigui més interessant i l'ajudi a viure les matemàtiques de manera més positiva i motivant. I alhora conèixer el que li és més fàcil fer, per poder-ho potenciar i reforçar quan se li plantegin operacions més complexes i poder fer connexions amb el que se li demani.

### 3.3.2. Elaboració del qüestionari i recollida de dades

El qüestionari només és un instrument, una eina per recollir dades amb la finalitat d'utilitzar-les en una investigació. Primer hem de tenir clar quin tipus d'investigació volem dur a terme, per llavors, poder determinar si ens pot resultar útil aplicar-lo (Martínez, 2002). Els qüestionaris amb preguntes obertes, solen utilitzar-se quan l'investigador no té un coneixement detallat del tema que està investigant.

Tenint en compte que en la nostra recerca, es vol obtenir informació per saber quins coneixements matemàtics té l'alumne, es continua amb un qüestionari inicial, a partir del qual sabrem d'on partim i què sap fer l'alumne a nivell de sumes escrites i mentalment, ja què és una informació que ens serà imprescindible saber, abans de començar a donar-li a conèixer les estratègies de càlcul mental. El qüestionari fa referència a les següents operacions, les respostes de les quals es podran consultar a l'annex 1. Es presenten a l'alumne les operacions per escrit amb un espai en blanc per les respostes, abans de respondre es llegeix en veu alta l'enunciat de cada operació, per assegurar-nos que s'ha entès el que es demana. El qüestionari consta de 24 operacions de les quals hi ha una suma que haurà de resoldre mentalment i després per escrit per poder veure el procés que segueix per resoldre-la. Les operacions estan organitzades perquè l'alumne les pugui realitzar amb dues sessions i en dies diferents però consecutius, la durada de cada sessió és de 50 minuts aproximadament.

<b>QUESTIONARI INICIAL</b>
<b>1. Pots llegir i escriure aquests nombres:</b> 12, 18, 9, 53, 46, 70, 120
<b>2. Comptem pujant:</b> de 2 en 2, de 3 en 3, de 4 en 4, de 5 en 5, de 10 en 10, de 20 en 20, de 9 en 9, de 30 en 30, de 40 en 40, de 50 e 50, de 25 en 25.
<b>3. Comptem dient els nombres deixant un nombre al mig:</b> 1,3,5,....10,12,14,....21,23,24....
<b>4. Comptem baixant a partir del 20:</b> De 2 en 2, de 5 en 5, de 10 en 10, de 50 en 50, fins a 1000 i fins a 250

<p><b>5. Comptem a partir d'aquest patró:</b> Primer sumar-li 10 al resultat, restar-li 5, al que quedi sumar-li 20 i restar-li 12</p>
<p><b>6. Digues una xifra més petita que i més gran que:</b> 8, 15, 79, 100</p>
<p><b>7. Digues la xifra següent a:</b> 9, 49, 99, 110</p>
<p><b>8. Digues la xifra anterior a:</b> 11, 59, 81, 120</p>
<p><b>9. Busca el nombre més petit o més gran, entre dos nombres:</b> 27, 72, 35, 5, 150, 120</p>
<p><b>10. Busca nombres que es trobin entre aquests dos nombres:</b> 35 i 85, 12 i 30, 21 i 28</p>
<p><b>11. Digues en què s'assemblen aquestes quantitats:</b> 50, 60, 70, 13, 10, 18</p>
<p><b>12. Ordena de més petit a més gran aquests nombres:</b> 56, 34, 82, 18</p>
<p><b>13. Quin serà el nombre següent de la sèrie:</b> 12, 14, 16, 18....fins a 50 de 2 en 2</p>
<p><b>14. Descomponem els nombres:</b> 5, 10, 15, 20</p>
<p><b>15. Descomponem aquests nombres en unitats i desenes</b> 16, 24, 45, 60, 91</p>
<p><b>16. Descomponem els nombres d'aquesta manera:</b> 21= 20+1, 39=...,47=..., 89=....</p>
<p><b>17. Escriu els nombres que surten com a resultat:</b> 20+15=..., 45+10=....</p>
<p><b>18. Escriu els nombres que surten com a resultat:</b> 60+10+5=..., 35+5+30=....</p>
<p><b>19. Quan fan en total 5 desenes i 15 unitats:</b></p>
<p><b>20. Quins nombre seran:</b> 4D i 6U, 7D i 8U</p>
<p><b>21. Amb quins dos nombres pots sumar 10:</b></p>
<p><b>22. Com pots descompondre el nombre 10 en dos nombres:</b></p>
<p><b>23. Com pots sumar:</b> 2+2, 3+3, 5+5, 12+13, 14+15, 16+14</p>

**24. Se li planteja la següent operació:  $29+12$** 

- Quin resultat et dóna, quan fas la suma?
- Com ho has fet per resoldre-ho?
- Ho saps fer d'una altra manera?

Amb el següent qüestionari, es pretén saber si l'alumne presenta dificultats significatives que puguin afectar al seu procés d'aprenentatge, o bé on es troben buits en el cas que hi siguin, per tal de resoldre'ls abans de donar-li a conèixer les estratègies de càlcul mental, ja que l'alumne ha de dominar prèviament els següents coneixements: comprendre els nombres (llegir-ne i escriure'n, descompondre'n i compondre'n, comparar-ne etc.), el valor de la posició (unitat, desena i centena) i les propietats de la suma. És molt important que prèviament a les estratègies de càlcul mental, prengui consciència de la quantitat que representen els nombres, per tal que li sigui més fàcil resoldre operacions com la suma emportant.

**3.3.3. Elaboració de les observacions i recollida de dades**

L'observació es pot entendre des de diferents vessants, en relació al tipus de recerca a la qual es fa referència. Quintanal i Garcia (2012), consideren l'observació com "una tècnica de recollida de dades, que nos permite registrar, de una forma metódica y sistemática, el comportamiento de un individuo o grupo de individuos." (p. 34).

Pel que fa a la implicació de la investigadora, cal distingir entre l'observació participant, la qual es dóna quan l'observador forma part de la vida quotidiana del context que s'estudia (Fàbregues i Paré, 2010). L'observadora participant actua sobre el medi i posseeix un accés més directe a les tasques a observar, d'aquesta manera ho expressa Woods (1987) "supone el acceso a todas las actividades en grupo, de manera que es posible la observación desde la menor distancia posible" (p.49). La investigadora es converteix en membre i pot operar i analitzar les seves actuacions i interessos. Per tant en la recerca que es presenta, es pot dir que es porta a terme una observació participant.

En primer lloc, es demana el consentiment a la família i l'aprovació de l'alumne, per realitzar les gravacions de les diferents sessions, de les quals s'han transcrit els aspectes que es consideren més rellevants per la recerca.

Es decideix per poder aconseguir els objectius de la recerca, com a eina d'obtenció de dades utilitzar les observacions a través de les gravacions amb vídeo, que es realitzen a l'alumne en cada sessió durant el procés d'ensenyament i aprenentatge, per tal de comprendre com



l'alumne va argumentant els processos que realitza per resoldre càlculs mentalment i si els sap explicar.

S'ha optat per motius de temps, realitzar 57 sessions de càlcul mental dins les sessions de matemàtiques, de 50 minuts de durada aproximadament cada una, a partir de les quals se li plantegen a l'alumne de manera progressiva diferents estratègies de càlcul mental, descrites al marc teòric. En totes elles es tracta de resoldre una suma, cada càlcul plantejat porta a ser resolt de manera natural i/o espontània i de totes les maneres possibles que es presenten, quan s'introdueix per primera vegada l'estratègia es plantegen sumes sense emportar i a mida que va avançant l'alumne són emportant i amb un nivell de dificultat més alt.

Per poder registrar les dades, primer s'elaboren 57 taules, una per cada sessió; cada taula conté 7 files, on hi consta – la data de quan es realitza la sessió, el nombre de sessió, la descripció de l'activitat, què explica l'alumne, què fa la mestra, el recurs material que s'utilitza, l'estratègia i les observacions a destacar. La taula utilitzada, fa referència a la taula 1, on hi ha un exemple de dades transcrites (vegeu dades transcrites de cada una de les sessions a l'annex 2).

**Taula 1.** Registre activitat

<b>ALUMNE/ MESTRA- Estratègies càlcul mental</b>
SESSIÓ: 12 (3.f.) Maig- 11.05.2018
<b>Activitat:</b> Representar en el Ten frames, la descomposició numèrica fent dobles de la suma <b>10+9</b>
<p><b>Com ho resol, que explica:</b>  Representa els sumands correctament, pensa una mica i diu 19  Respon 8 i 8; 16 + 2; 18 i + 1; 19</p> <p>*Si, 4 i 4; 8, diu no aquesta no, 10 + 8; 18 + 1; 19</p>
<b>S'equivoca?</b> NO
<p><b>Què fa la mestra:</b></p> <p><b>Pregunta:</b>  Com ho has fet?  *Hi ha alguna altra manera de resoldre-ho?</p> <p><b>Modela:</b>  No li presento l'opció de fer dobles amb el 9, espero que ho descobreixi sol.</p>

**OBSERVACIONS:**

Fa dobles amb nombres més petits, amb el 4, però s'adona que té una altra manera més fàcil, que és partir de 10 i descompon el 8 fent  $8+1$ ;  $9$  i  $10+9$ ;  $19$ .

Alhora que fa dobles, comença descomponent un sumand, quan encara no s'ha introduït l'estratègia de descompondre, crea la seva pròpia estratègia.

Crec que és el moment d'introduir l'estratègia de descomponent segons el valor de posició.

Quan li plantejo si hi ha alguna altra manera de resoldre-ho, en gairebé totes les sessions avança una mica més.

**3.4. Procés d'anàlisi de dades**

Tot seguit, es mostra el procés d'anàlisi que s'ha portat a terme, a partir de les dades obtingudes en l'entrevista, el qüestionari i les observacions, durant tota la investigació. A continuació es reflecteix com s'ha desenvolupat el procés, les categories i subcategories que s'han utilitzat, en un primer moment, han estat elaborades de manera inductiva, es a dir, es van crear i incorporant a mesura que s'avança amb les dades obtingudes, per poder posteriorment contrastar la informació.

En l'anàlisi de les dades es disposa de la taula 1, en la qual hi consta l'evolució que presenta l'alumne en el seu procés d'aprenentatge a partir de les estratègies de càlcul mental i els recursos materials que s'ofereixen. El procés d'anàlisi de dades no es realitza en el mateix moment, ja que interessa que en el moment de l'obtenció de dades es pugui estar atent al que diu i fa l'alumne i d'aquesta manera s'aconsegueixi fer de les sessions un aprenentatge compartit, amb la implicació per part de l'alumne i la mestra (veure annex 2).

A continuació s'elabora una altra taula 2, per poder analitzar les dades obtingudes, a partir de la qual es té en compte, l'evolució que fa l'alumne en el seu procés d'aprenentatge, a l'inici, durant i al final, en relació a les següents estratègies de càlcul mental; fent dobles, descomponent un dels nombres segons el valor de posició, descomponent els dos nombres segons el valor de posició, compensant i fent deus.

Un cop la informació està ordenada, s'explica el que s'ha observat a partir dels resultats obtinguts i es té en compte a l'inici del procés les dades que s'han obtingut en el qüestionari i alhora quins són els aprenentatges que ha fet l'alumne en cada estratègia i el que s'observa quan es comparen.

**Taula 2.** Evolució aprenentatges estratègies de càlcul mental (exemple).

Estratègia de càlcul mental	Procés aprenentatge INICI	Procés aprenentatge DURANT	Procés aprenentatge FINAL
<b><u>Fent dobles</u></b>	<p>No fa dobles, compta amb els dits d'1 en 1, comença pel primer sumand i continua amb l'altre sumand, i després amb el numero 2, ho fa amb nombres petits. El primer sumand el transforma amb tres nombres més petits i després hi suma l'altre sumand, els representa un sumand a la part de baix a l'esquerre i l'altre a la part de dalt també a l'esquerre del Rekenrek</p> <p><i>Exemples:</i>  <b>6+2</b> fa; 3 en una línia i a l'altre 3 i 2 i compta 1,2,3,4,5,6,7,8.  <b>8+4</b>; fa, en un sumand 5 i 3, i a l'altre sumand 2+2, 4 i diu 3 i 4, 7+1, 8 i 2+2,4, dóna 11.  <b>7+8</b>; representa al Rekenrek a baix i a l'esquerre el 7 i el 8 a dalt i també l'esquerre, compta de 2 en 2 i diu 15.</p> <p><b>Recurs material:</b> Rekenrek</p>	<p>Comença a fer dobles a partir dels sumands que se li plantegen, però en alguna ocasió també ho fa amb un sumand, encara n'ho té prou clar. Va avançant i fa dobles amb el nombre 5 i el nombre 6.</p> <p><i>Exemples:</i>  <b>9+7</b>; en una línia representa el 9, que els separa amb 5, 2, 2, i a baix 5, 2 i diu 16.  <b>6+7</b>; representa 7 en el Rekenrek i després 6 i fa, 5 i 5, 10+2, 12+1, 13.  <b>8+6</b>; representa al Ten frames, un sumand i després l'altre i diu 6 i 6, 12+2, 14.</p> <p><b>Recurs material:</b> Ten Frames</p>	<p>Tots els dobles que fa són amb els dos sumands, i progressivament va introduint nombres més gran, el 7,8,15. Té molt clar el procés. Comença a fer descomposició amb un sumand i amb l'altre manté fer dobles.</p> <p><i>Exemples:</i>  <b>10+9</b>; representa al Ten Frames els dos sumands i diu 8 i 8, 16+2, 18 i +1, 19.  <b>12+17</b>; representa al cuc de boles els dos sumands i fa 10 i 10, 20 i 7, 27 +2, 29, es pot pensar que comença a descompondre.  <b>15+16</b>; representa en el cuc de boles de 100 i va comptant 15 i 15, 30+1, 31, torna a fer dobles amb el 15. Presenta els dos sumands paral·lels per veure-ho millor.</p> <p><b>Recurs material:</b> Ten Framnes i cuc de boles 100.</p>

Es continua amb la taula 3, on es reflecteix l'actitud que mostra l'alumne davant les matemàtiques al llarg del seu procés d'aprenentatge, a l'inici, durant i al final. L'avaluació de l'actitud a l'inici del procés d'aprenentatge, ens ajuda a saber els coneixements de l'alumne i la seva relació amb les matemàtiques, s'obté a partir de l'entrevista que es fa a l'inici. L'avaluació durant, es realitza a partir de l'observació directa i sistemàtica de la manera com realitza les estratègies de càlcul mental en cada sessió. I l'avaluació final, ens indica si s'ha aconseguit que l'alumne resolgui les sumes emportant amb motivació i interès.

**Taula 3.** Evolució de l'actitud cap a les matemàtiques

<b>L'ACTITUD CAP A LES MATEMÀTIQUES</b>	
<b>Procés d'aprenentatge INICI</b>	<b>Instruments utilitzats</b>
<b>Procés d'aprenentatge DURANT</b>	<b>Instruments utilitzats</b>
<b>Procés d'aprenentatge FINAL</b>	<b>Instruments utilitzats</b>

I finalment, es presenta la taula 4, on es registren les intervencions que fa la mestra i com es relacionen amb els aprenentatges de l'alumne, fent èmfasi en les situacions més rellevants; les preguntes que se li fan, quan modela, l'estratègia que es planteja, el material que se li presenta, el nivell de dificultat aplicat en les operacions i el temps que se li deixa a l'alumne per resoldre les estratègies de càlcul mental.

La taula 4, esdevé una eina d'organització de les dades, però tenint en compte la quantitat d'informació que recull, s'elabora una segona taula a partir de la 4 on es simplifica el treball, organitzant-lo per subcategories taula 4.1. i així poder analitzar totes les observacions realitzades (veure l'annex 3)

Es comença amb l'elaboració de la taula 4, amb els següents indicadors: pregunta, modela, material, estratègia, nivell i temps, a partir de la qual es registren totes les intervencions que fa la mestra i en resposta a aquestes com va aprenent l'alumne. Un cop recollida tota la informació i tenint en compte que inclou totes les sessions, es veu que no hi haurà suficient temps per analitzar totes les dades i es decideix elaborar a partir d'aquesta, la taula 4.1., amb la qual s'organitza la informació en subcategories, per exemple, a partir de la categoria pregunta, s'especifiquen els diferents tipus de preguntes i s'explica a cada una d'elles què ha suposat, es fa el mateix amb tots els indicadors de manera que es simplifica i concreta l'organització de tota la informació. Un cop elaborada aquesta taula, es veu la necessitat de concretar encara més les subcategories i es classifiquen en relació a les seves característiques i tipus de preguntes, el mateix es fa amb els altres indicadors, d'aquesta manera queden organitzats tots ells en les subcategories establertes.

Taula 4 (4.1.) Intervencions mestra, aprenentatges alumne (exemple).

INTERVENCIONS MESTRA, APRENTATGES ALUMNE				
Pregunta	P1: Descobreix altres maneres per resoldre-ho	Ho podries fer d'alguna altra manera? Introdueix una altra manera, a més de comptar d'un en un ho fa de dos en dos Quan fa? Fa que ho revisi i rectifica el resultat que havia donat	1,2,3,4,5,6	
		Podries sumar les desenes amb les desenes i les unitats amb les unitats? et dóna el mateix? Ho prova i se'n adona que si ho fa així troba la solució més ràpid	13,14,15,16	
		Quants li has passat del 6? Ho podries fer passant-li del 18? Pregunta ho puc fer així? Com a tu et vagi més bé Se'n adona que els dos sumands donen 100 i ocupa tot el cuc de boles.	26,27,28,29,30	
P2: Es demana com ho ha resolt	P2: Es demana com ho ha resolt	Quant et dóna? Com ho has fet? Torna a representar els sumands molt ràpid i dóna la resposta correcta	7,8,9,10,11,12	
		Com ho has resolt, sense representar-ho amb el material? Pensa i explica el procés, suma les desenes i després les unitats i ho fa mentalment	21,22,23,24,25	
		Com ho has resolt? Se'n adona que s'ha descuidat alguna cosa, aquests no compten Fan 70 vols dir? Descobreix que no són 700 sinó 70	41,42,43,44,45	
		Vols dir més 30? Ja ho sé, encara que digui 3, és 30	50,51,52,53	
	P3: S'adapta l'activitat, per cansament	P3: S'adapta l'activitat, per cansament	Ho has comptat? Ho troba difícil de calcular i ho deixa. Prefereixes nombres més petits? Diu, algun de fàcil i algun de difícil	31,32,33,34,35
			Quin és el resultat, te'n recordes? Avui no es troba gairebé i diu que no pot pensar (l'analítica està alterada)	46,47,48,49
	P4: Afronta les dificultats	P4: Afronta les dificultats	Has tingut alguna dificultat mentre ho resolies? Respon si, perquè m'he despistat	36,37,38,39,40
			Estem acabant el curs, hi ha alguna cosa que t'agradaria fer? Proposar les sumes jo, d'acord?	54,55,56,57

#### 4. Anàlisi de dades i resultats

A continuació es presenten els resultats de les dades obtingudes en format de taula, seguit de la seva explicació i anàlisi. Es pot observar una taula amb l'evolució de l'aprenentatge de les estratègies de càlcul mental que fa l'alumne de manera global, analitzant totes les sessions i especificant l'inici, durant i al final del procés d'aprenentatge, l'evolució de l'actitud cap a les matemàtiques i les intervencions de la mestra com influeixen en el seu procés d'aprenentatge.

##### 4.1. Anàlisi de l'evolució dels aprenentatges de les estratègies de càlcul mental

A la taula 2, es mostra l'evolució dels aprenentatges de les estratègies de càlcul mental que fa l'alumne, a l'inici, durant i al final del procés.

**Taula 2.** Evolució aprenentatges estratègies de càlcul mental.

Estratègia de càlcul mental	Procés aprenentatge INICI	Procés aprenentatge DURANT	Procés aprenentatge FINAL
<b><u>Fent dobles</u></b>	<p>No fa dobles, compta amb els dits d'1 en 1, comença pel primer sumand i continua amb l'altre sumand, i després amb el numero 2, ho fa amb nombres petits. El primer sumand el transforma amb tres nombres més petits i després hi suma l'altre sumand, els representa un sumand a la part de baix a l'esquerre i l'altre a la part de dalt també a l'esquerre del Rekenrek</p> <p><i>Exemples:</i>  <b>6+2</b> fa; 3 en una línia i a l'altre 3 i 2 i compta 1,2,3,4,5,6,7,8.  <b>8+4</b>; fa, en un sumand 5 i 3, i a l'altre sumand 2+2, 4 i diu 3 i 4, 7+1, 8 i 2+2,4, dóna 11.  <b>7+8</b>; representa al Rekenrek a baix i a l'esquerre el 7 i el 8 a dalt i també l'esquerre, compta de 2 en 2 i diu 15.</p> <p><b>Recurs material:</b> Rekenrek</p>	<p>Comença a fer dobles a partir dels sumands que se li plantegen, però en alguna ocasió també ho fa amb un sumand, encara n'ho té prou clar. Va avançant i fa dobles amb el nombre 5 i el nombre 6.</p> <p><i>Exemples:</i>  <b>9+7</b>; en una línia representa el 9, que els separa amb 5, 2, 2, i a baix 5, 2 i diu 16.  <b>6+7</b>; representa 7 en el Rekenrek i després 6 i fa, 5 i 5, 10+2, 12+1, 13.  <b>8+6</b>; representa al Ten frames, un sumand i després l'altre i diu 6 i 6, 12+2, 14.</p> <p><b>Recurs material:</b> Ten Frames</p>	<p>Tots els dobles que fa són amb els dos sumands, i progressivament va introduint nombres més gran, el 7,8,15. Té molt clar el procés. Comença a fer descomposició amb un sumand i amb l'altre manté fer dobles.</p> <p><i>Exemples:</i>  <b>10+9</b>; representa al Ten Frames els dos sumands i diu 8 i 8, 16+2, 18 i +1, 19.  <b>12+17</b>; representa al cuc de boles els dos sumands i fa 10 i 10, 20 i 7, 27 +2, 29, es pot pensar que comença a descompondre.  <b>15+16</b>; representa en el cuc de boles de 100 i va comptant 15 i 15, 30+1, 31, torna a fer dobles amb el 15. Presenta els dos sumands paral·lels per veure-ho millor.</p> <p><b>Recurs material:</b> Ten Frames i cuc de boles 100.</p>

<p><b><u>Descomponer un dels nombres segons el valor de posició</u></b></p>	<p>Comença amb un sumand i amb l'altre sumand fa dobles.</p> <p><i>Exemples:</i> <b>6+5</b>; diu 6 és 4+2 que fan 6+5, fan 11.</p> <p><b>Recurs material:</b> Cuc de boles de 20 i 100(2).</p>	<p>Descompon un sumand, ho fa de manera espontània, alhora que fa dobles.</p> <p><i>Exemples:</i> <b>10+9</b>; diu 9 és 8 +1 i faig 8 i 8, 16+2, 18 i +1, 19, introdueix l'estratègia sense haver-ne parlat.</p> <p><b>Recurs material:</b> Cuc de boles 20 i 100(2).</p>	<p>Continua descomponer un sumand, però utilitza molt poc aquesta estratègia, apareix només en tres sessions.</p> <p><i>Exemples:</i> <b>19+20</b>; diu, 10 i 9...són 10+20, 30+9, 39</p> <p><b>Recurs material:</b> Cuc de boles 20 i 100(2).</p>
<p><b><u>Descomponer els dos nombres segons el valor de posició</u></b></p>	<p>Sembla que vol descompondre els dos nombres, però en el segon sumand fa com si fes dobles. Comença sumant les desenes juntes, però les unitats les suma a les desenes corresponents, es a dir per separat. En alguna sessió intenta fer dobles, però els sumands son molt alts i acaba fent el mateix.</p> <p><i>Exemples:</i> <b>12+17</b>; 10 i 10, 20 i 7, 27+2, 29, descobreix l'estratègia a partir d'anar provant. <b>15+13</b>; 10 i 10, 20+5, 25+3, 28. <b>14+19</b>; 10 i 10, 20+9, 29+4, 33.</p> <p><b>Recurs material:</b> Cuc de boles de 20 i 100.</p>	<p>Suma primer les desenes amb les desenes i després les unitats amb les unitats, amb nombres més alts. Ho fa correctament, no s'equivoca quan dona els resultats. Fa la descomposició correcta, però en alguna sessió prova amb el segon sumand de compensar.</p> <p><i>Exemples:</i> <b>16+14</b>; 10 i 10, 20 i perquè faci 10, li dono 6 al 4 i fan 30. <b>27+23</b>; 20 i 20, 40 +7 i 3 fan 10, 50. <b>31+17</b>; li dono 10 al 31 i fan 41 i li afegim 7 més i serà 48. <b>47+43</b>; 40 i 40 fan 80 i...90.</p> <p><b>Recurs material:</b> Cuc de boles de 100 (1 i 2)</p>	<p>Expressa les centenes en unitats i després amb desenes, però no amb centenes, en canvi quan ho suma dona el resultat correcte. Al final d'aquest procés, ja ho resol correctament i ho fa mentalment, no li cal material per representar-ho, s'ajuda de les targetes on hi té representats els dos sumands horitzontalment.</p> <p><i>Exemples:</i> <b>130+40</b>; representa 100 en un cuc de boles i a l'altre cuc fa, 30+40 fan 170. <b>150+120</b>; sé que 100 i 100 fan 200 i 50+20 fan 70, 270. <b>129+124</b>; si 100 i 100 fan 200 i 20 i 20 fan 40 ja són 240 i 9+4, 253. <b>273+233</b>; primer dono el resultat mentalment i després explica el procés, 200+200 fan 400 i 70+30, fan 100, ja porto 500 i 3+3 fan 6, són 506. <b>374+321</b>; respon mentalment 695, explica el procés correctament. 300+300 fan 600 i 70+20 fan 90 porto 690 i 4+1</p>

			<p>fan 5, són 695.  <b>358+362;</b> respon mentalment 720, 300 i 300 fan 600+50+60 donen 110 i +2+8 dóna un altre 10, són 20, 720.</p> <p><b>Recurs material:</b>  Targetes numèriques (només hi ha escrit, un sumand a cada targeta i es presenta horitzontal).</p>
<b><u>Compensant</u></b>	<p>Comença compensant amb un sumand . Després descompon amb les desenes, però compensa amb les unitats, amb nombres petits.</p> <p><i>Exemples:</i>  <b>7+4;</b> dono 3 al 7 i fan 10+1, 11.  <b>9+3;</b> he passat 1 al 9 i em queda 2 i 10 +2, 12.</p> <p><b>Recurs material:</b>  Ten Frames  Cuc de boles de 20 i 100.</p>	<p>Continua compensant amb les unitats, però amb nombres més grans, desenes i unitats.</p> <p><i>Exemples:</i>  <b>18+6;</b> si a 18 li sumo 4..., és com si en tinguessis 26 i en <u>restessis 2</u>.  <b>58+42;</b> al 8 li dono 2 i es converteix en un 10, s'equivoca i diu 90, però veu que són 100.  <b>39+19;</b> li passo 10 i es converteix en 9 i fan 60, és molt difícil al cole ho fan amb calculadora. Buscava fer deus amb els 2 nous i no ha trobat la manera.  <b>23+19;</b> trec 1 del 23 i el poso al 19 i fan 42, baixo el nivell de dificultat i ho resol correctament.  <b>32+45;</b> passo el 5 al 32 i són 77, li ha anat bé poder-ho representar amb dos cucs de boles de 100.</p> <p><b>Recurs material:</b>  Ten Frames (2)  Cuc de boles 100 (2).</p>	<p>Continua compensant igual, però amb nombres més grans, centenes, desenes i unitats.</p> <p><i>Exemples:</i>  <b>109+17;</b> trec 1 de 17 i el passo al 9 i es converteix en 10, així que són 126. Diu automàticament 110, sense necessitar representar-ho, comença a resoldre sumes emportant sense necessitar representar tot el procés amb material.</p> <p><b>Recurs material:</b>  Rekenrek 10 files.</p>
<b><u>Fent deus</u></b>	No aplica l'estratègia	<p>Només aplica l'estratègia en alguna sessió.</p> <p><i>Exemple:</i>  <b>9+3;</b> he passat 1 al 9 i faig 10+2, 12.  <b>18+13;</b> passo 2 del 13 al</p>	No aplica l'estratègia.



		18 i faig 20. <b>23+19</b> ; trec 1 del 23 i el passo al 19 i faig 20. <b>37+19</b> ; passo 3 del 19 al 37 i faig 40.  <b>Recurs material:</b> Ten Frames (2) Cuc de boles 100(2)	
<b>Estratègies de la suma</b>	S'equivoca quan compte de 9 en 9 i de 25 en 25, quan suma i resta ho fa amb els dits, no sap que 10 és una desena, no sap descompondre en unitats i desenes, les sumes les fa en vertical, no coneix el valor posicional, per sumar parteix del primer sumand i continua d'un en un amb els dits. Tot i així, no presenta dificultats significatives que puguin afectar el seu aprenentatge (qüestionari inicial).	Quan se li plantegen operacions semblants va fent descobertes i progressivament les va resolent.	No planteja cap de les dificultats, presentades a l'inici i és capaç d'aplicar les estratègies de càlcul mental que ha après correctament i sense recórrer al suport material, ho fa mentalment i amb les operacions presentades horitzontalment.

Després d'observar la taula 2, es pot dir que l'alumne ha utilitzat totes les estratègies que se li han donat a conèixer, tot i que inicialment només utilitzava l'algoritme tradicional ha anat incorporant progressivament en el seu procés d'aprenentatge, les estratègies que es descriuen a continuació. Tot seguit, s'analitza l'evolució de l'aprenentatge de cada estratègia de càlcul mental que fa l'alumne.

#### **4.1.1. Estratègia: Fent dobles**

##### Inici del procés d'aprenentatge

En les primeres sessions, representa en el Rekenrek, primer un sumand a la part de baix i a l'esquerre i després l'altre a la part de dalt i a la dreta, compta d'un en un i dona el resultat. Abans de presentar-li el material, només sabia resoldre les operacions comptant amb els dits i d'un en un. I el sumand més gran descomponent-lo amb 2 o 3 nombres més petits i després de dos en dos, va comptant fins afegir l'altre sumand, fa proves i experimenta amb el material i s'equivoca sovint quan dona els resultats.

#### Durant el procés d'aprenentatge

Durant el procés d'aprenentatge quan aplica l'estratègia, comença fent dobles amb els dos sumands amb nombres petits, però alguna vegada ho fa només amb un sumand. Quan s'introdueix el Ten Frames, guanya agilitat i adquireix més recursos per resoldre les operacions.

#### Final del procés d'aprenentatge

Fa dobles amb els dos sumands, amb nombres petits i progressivament va introduint nombres més grans, fins a tenir clar com s'aplica l'estratègia, ho fa correctament i no s'equivoca quan ho resol. Aquesta estratègia només l'aplica en nombres d'una i dues xifres i especialment amb el Ten Frames, que li agrada molt.

#### **4.1.2. Estratègia: Descomponent un dels nombres segons el valor de posició**

##### Inici del procés d'aprenentatge

Representa els dos sumands en el cuc de boles primer en el de 20, per nombres més petits i després amb en el de 100 (2) per nombres més grans. Descompon un sumand i el representa, però amb l'altre sumand, continua fent dobles.

##### Durant el procés d'aprenentatge

Aplica l'estratègia descomponent que ha après anteriorment i ho fa de manera espontània, alhora que fa dobles amb l'altre sumand.

##### Final del procés d'aprenentatge

De mica en mica va avançant i deixa de fer dobles amb un sumand i descompon amb l'altre sumand, tot i aplicar l'estratègia de descomponent correctament, no la utilitza gaire, apareix només en tres sessions.

#### **4.1.3. Estratègia: Descomponent els dos nombres segons el valor de posició**

##### Inici del procés d'aprenentatge

Continua utilitzant el cuc de boles, comença sumant les desenes amb les desenes, però les unitats les suma a les desenes que corresponen en relació al sumand i ho fa per separat, encara en alguna sessió intenta fer dobles, però els sumands són molt alts i acaba descomponent.

#### Durant el procés d'aprenentatge

A mida que va interioritzant l'estratègia i opera amb nombres més alts, aconsegueix sumar les desenes amb les desenes i les unitats amb les unitats, en alguna sessió prova compensar amb el segon sumand.

#### Final del procés d'aprenentatge

Quan se li plantegen nombres de tres xifres, comença expressant les centenes en unitats i després en desenes, però no ho fa amb centenes, tot i que el resultat que dona quan ho resol, és correcte. Després de varies sessions de posar en pràctica l'estratègia amb nombres més alts, aconsegueix resoldre les sumes correctament i fa l'operació mentalment sense representar-ho amb el material, a partir de les targetes numèriques on hi té escrita la suma horitzontalment.

#### **4.1.4. Estratègia: Compensant**

##### Inici del procés d'aprenentatge

Comença compensant amb un sumand i ho representa en el Ten frames, ho fa amb nombres petits. A mida que avança descompon amb les desenes i compensa amb les unitats.

##### Durant el procés d'aprenentatge

Quan se li plantegen nombres més grans, descompon amb un sumand, concretament amb les desenes i compensa amb les unitats i progressivament va compensant amb desenes i unitats en els nombres de dues xifres.

##### Final del procés d'aprenentatge

Continua compensant igual, però amb nombres més grans centenes, desenes i unitats fins assolir aplicar l'estratègia correctament.

#### **4.1.5. Estratègia: Fent deus**

##### Inici del procés d'aprenentatge

Aquesta estratègia l'aplica amb poca freqüència, a l'inici del procés només apareix en dues ocasions, on fa deus amb el 7 i el 9.

#### Durant el procés d'aprenentatge

Ocasionalment intenta arrodonir fent 10,20,30,40, però finalment acaba descomponent els dos sumands segons el seu valor de posició.

#### Final del procés d'aprenentatge

Quan opera amb nombres més grans, deixa d'utilitzar l'estratègia i es pot veure com només apareix en una ocasió amb centenes, desenes i unitats, fa deus amb les unitats.

#### **4.1.6. Anàlisi general de les estratègies de càlcul mental**

A continuació i fent una comparativa dels resultats obtinguts en l'anàlisi de cada una de les estratègies, podem veure que al principi amb l'estratègia *fent dobles*, quan s'introdueix una metodologia diferent a la que estava acostumat l'alumne, ja que només coneixia l'algoritme tradicional, s'equivoca molt amb els resultats que dona i no sap explicar el que fa, el progrés és més lent i se li fa difícil plantejar-se altres maneres de poder-ho resoldre i va aplicant la metodologia que tenia interioritzada, però mica en mica i per ell mateix, a partir de les descobertes que va fent se'n adona que pot resoldre les sumes d'altres maneres que li són més motivadores i útils. En les últimes sessions, està resolent sumes empordant i gaire bé sense adonar-se'n.

Podem observar que l'estratègia *fent dobles*, un cop la té interioritzada i coneix el seu funcionament, la deixa d'utilitzar i en especial quan opera amb nombres de tres xifres. Un cop assolida l'estratègia, va fent proves per trobar altres maneres de resoldre la suma i comença a fer adaptacions que el porten a fer nous plantejaments.

L'estratègia de *compensant* en relació a la resta d'estratègies, li desperta més interès, especialment perquè pot arrodonir nombres, és com un joc per ell, concretament quan ho representa amb el Ten frames i amb el cuc de boles de 100, dos cucs alhora. És una estratègia influent en el seu procés d'aprenentatge, perquè el porta a prendre decisions amb autonomia i seguretat tot i no ser la que més utilitza, mostra habilitats de càlcul.

Quan fa *descompondre un dels nombres segons el valor de posició*, també la utilitza poc, sembla com si es tractés del pas previ a l'estratègia descomponent els dos sumands segons el valor de posició, ja que quan practica amb aquesta estratègia, crea una nova estratègia que s'assembla amb la descrita a continuació.

I finalment, l'estratègia *descompondre els dos sumands segons el valor de posició*, és la que utilitza més i amb la que finalitza el seu procés d'aprenentatge. Aconsegueix resoldre sumes emportant mentalment que superen la centena i es capaç de fer-ho amb qualsevol de les estratègies apreses tot i que dóna prioritat a les que li agraden més i sap aplicar amb més facilitat, ho fa sense cap suport i gaire bé no s'equivoca mai, excepte en moments que s'oblida algun nombre o el canvia, tot i així quan explica el que ha fet, se'n adona de seguida a on s'ha equivocat i rectifica. Pot explicar els passos que ha seguit per resoldre el càlcul, per tant es pot interpretar que entén el que fa, realitza connexions numèriques.

Com podem veure, hi ha estratègies que no ha tingut tant presents com l'estratègia fent deus i d'altres que ha utilitzat molt, com la de descomponent dos nombres segons el valor de posició.

#### 4.2. Anàlisi de l'evolució de l'actitud cap a les matemàtiques

A continuació es pot observar quina ha estat l'evolució que ha fet l'alumne, en relació a l'actitud cap a les matemàtiques al llarg del procés d'aprenentatge, ja sigui a l'inici, durant i al final del procés.

**Taula 3.** Evolució de l'actitud cap a les matemàtiques.

<b>EVOLUCIÓ DE L'ACTITUD CAP A LES MATEMÀTIQUES</b>	
<b>Procés d'aprenentatge INICI</b>	<b>Instruments utilitzats</b>
En l'entrevista inicial el nen diu, que el que més li agrada de les matemàtiques es fer sumes i restes i que pensa que són importants perquè ajuda amb els números. Per altra banda, en les primeres sessions s'observa com es nega a fer sumes emportant.	Entrevista inicial, per conèixer com es relaciona amb les matemàtiques. Observacions, en el moment que se li planteja resoldre sumes emportant.
<b>Procés d'aprenentatge DURANT</b>	<b>Instruments utilitzats</b>
Durant el desenvolupament de les activitats, comunica que li agrada aprendre matemàtiques amb el Rekenrek, cuc de boles, ten frames, targetes numèriques etc. Perquè li és més fàcil d'entendre-ho, si ho pot representar amb el material.	Observació directa, durant la realització de les activitats i la interacció alumne-mestra.
<b>Procés d'aprenentatge FINAL</b>	<b>Instruments utilitzats</b>
Al final del procés, ha descobert que pot resoldre sumes emportant mentalment, entén el que fa i sap explicar el procés, amb motivació.	Observacions, a partir de les quals s'obté informació dels resultats obtinguts en l'aplicació de les estratègies de càlcul mental apreses.

Un cop observats els resultats obtinguts en la taula, podem dir que l'actitud de l'alumne vers les matemàtiques, ha anat canviant al llarg del procés d'aprenentatge, ja que a l'inici es negava a fer sumes emportant, tot i això a continuació es pot veure quina ha estat la seva evolució.

#### **4.2.1. Actitud a l'inici del procés d'aprenentatge**

##### Inici del procés d'aprenentatge

Quan se li planteja a l'alumne resoldre sumes emportant per primera vegada, es nega a fer-les i no en vol parlar, tot i que si tenim en compte les seves respostes a partir de l'entrevista inicial, podem observar, que el que més li agrada de les matemàtiques són les sumes i les restes. Per aquest motiu, s'intenta entendre com es relaciona amb les matemàtiques i que en pensa, a partir d'una sèrie de preguntes que se li presenten amb l'entrevista inicial. A partir d'aquest moment i després de corroborar que no presenta cap problema significatiu que li dificulti el seu aprenentatge, es decideix introduir-li les diferents estratègies de càlcul mental descrites anteriorment, sense oblidar les característiques de la situació en la que es troba l'alumne.

A continuació, es poden veure les respostes que dona el nen en l'entrevista inicial i més concretament amb les dues preguntes que ens donen informació del que li agrada més de les matemàtiques. Es pot observar contràriament al que diu a l'entrevista, quan en les sessions se li planteja resoldre sumes emportant es nega a fer-les i no sap com resoldre-les (veure annex 1).

1. Què t'agrada més de les matemàtiques?

*Sumar i restar*

2. T'ho passes bé fent matemàtiques? Amb què et penses que ets bo?

*Si, mira m'agraden!. Fent sumes i restes*

#### **4.2.2. Actitud durant el procés d'aprenentatge**

##### Durant el procés d'aprenentatge

Quan comença a conèixer estratègies de càlcul des d'una metodologia més oberta a la que el nen està acostumat a operar, es va mostrant més atent i s'interessa per les propostes que se li plantegen. La introducció del material de suport, l'ajuda a saber representar els sumands, ho pot fer amb més facilitat i motivació, va experimentant i se'n adona que pot fer coses que abans no sabia fer, mica en mica va agafant confiança i seguretat, alhora està aprenent a

explicar els passos que segueix quan fa les sumes, entén el que fa i gaudeix resolent les sumes proposades.

#### **4.2.3. Actitud al final del procés d'aprenentatge**

##### Final del procés d'aprenentatge

És capaç de resoldre les sumes emportant mentalment, sap aplicar totes les estratègies de càlcul mental que se li han donat a conèixer. S'implica en el seu procés d'aprenentatge, aprèn dels errors tot i que cada vegada s'equivoca menys, ja no els viu com una frustració sinó una oportunitat per fer-ho millor. Mostra molta seguretat i és molt autònom, pren decisions per iniciativa seva i es planteja nous reptes que el motiven a continuar aprenent.

#### **4.2.4. Anàlisi general de l'evolució de l'actitud cap a les matemàtiques**

A partir de l'anàlisi portat a terme, es pot confirmar que l'actitud de l'alumne al llarg del seu procés d'aprenentatge ha anat canviant, a l'inici mostra resistència a realitzar sumes emportant, només coneix l'algoritme tradicional i no té prou recursos per resoldre-les. Tot i que al principi se li fa difícil, en el moment que comença a conèixer una metodologia més oberta i aprèn com utilitzar les estratègies de càlcul que se li presenten, va agafant confiança i a través de l'experimentació i manipulació del material que se li ofereix va ampliant les seves possibilitats, cada vegada és més capaç d'explicar que fa i ho entén. Arribat aquest moment val a dir que no s'enfada tant i sap gestionar més bé quan s'equivoca, en comparació amb l'inici del procés, ja no ho viu com una frustració.

A mesura que va avançant, la seva implicació és més rellevant, interacciona amb la mestra i resol les operacions amb interès i motivació, és conscient que està aprenent molt i això fa que s'arrisqui amb sumes cada vegada més difícils i complexes i no es dóna per vençut quan hi ha una operació que se li resisteix, continua treballant fins trobar com resoldre-ho, fins i tot en alguna situació fa les seves adaptacions i crea les seves estratègies, perquè li sigui més fàcil o bé perquè s'hi sent més còmode.

Per tant, es pot constatar a partir de les observacions portades a terme, que la seva actitud respecte a fer sumes emportant ha millorat molt en relació al principi del seu procés d'aprenentatge, han passat de ser un problema per l'alumne a fer-lo més competent amb les matemàtiques, a aprendre de manera significativa i útil. Alhora ha après altres valors com la tolerància, responsabilitat, constància, esforç etc. que pot aplicar en altres vessants de la seva vida quotidiana.

### 4.3. Anàlisi de les intervencions de la mestra, en relació amb els aprenentatges de l'alumne

A continuació es pot veure com influeixen les intervencions de la mestra, en els aprenentatges de l'alumne, a la taula 4.1 hi consten les intervencions de la mestra i els aprenentatges que fa l'alumne, aquesta taula s'elabora a partir de la taula 4 (veure annex 3), tenint en compte que hi ha molta informació i per facilitar l'anàlisi s'elabora la taula 4.1. es fa a partir de les següents subcategories, pregunta, modela, material, estratègia, nivell i temps.

**Taula 4 (4.1.).** Intervencions mestra, aprenentatges alumne.

INTERVENCIONS MESTRA, APRENENTATGES ALUMNE			
Pregunta	P1: Es proposen altres maneres per resoldre-ho	Ho podries fer d'alguna altra manera? Introdueix una altra manera, a més de comptar d'un en un ,ho fa de dos en dos Quan fa? Fa que ho revisi i rectifica el resultat que havia donat	1,2,3,4,5,6
		Podries sumar les desenes amb les desenes i les unitats amb les unitats? et dóna el mateix? Ho prova i se'n adona que si ho fa així troba la solució més ràpid	13,14,15,16
		Quants li has passat del 6? Ho podries fer passant-li del 18? Pregunta ho puc fer així? Com a tu et vagi més bé Se'n adona que els dos sumands donen 100 i ocupa tot el cuc de boles.	26,27,28,29,30
	P2: Es demana com ho ha resolt	Quant et dóna? Com ho has fet? Torna a representar els sumands molt ràpid i dóna la resposta correcta	7,8,9,10,11,12
		Com ho has resolt, sense representar-ho amb el material? Pensa i explica el procés, suma les desenes i després les unitats i ho fa mentalment	21,22,23,24,25
		Com ho has resolt? Se'n adona que s'ha descuidat alguna cosa, aquests no compten Fan 70 vols dir? Descobreix que no són 700 sinó 70	41,42,43,44,45
		Vols dir més 30? Ja ho sé, encara que digui 3, és 30	50,51,52,53
	P3: S'adapta l'activitat, per cansament	Ho has comptat? Ho troba difícil de calcular i ho deixa. Prefereixes nombres més petits? Diu, algun de fàcil i algun de difícil	31,32,33,34,35
		Quin és el resultat, te'n recordes? Avui no es troba gairebé i diu que no pot pensar (l'analítica, li surt alterada)	46,47,48,49
	P4: Es tenen en compte les dificultats	Has tingut alguna dificultat mentre ho resolies? Respon si, perquè m'he despistat	36,37,38,39,40
		Estem acabant el curs, hi ha alguna cosa que	54,55,56,57



		t'agradaria fer? Proposar les sumes jo, d'acord?	
Modela	M1: Aprenc amb els altres	Se m'acut una altra manera, vols veure-ho? se li mostra com fer dobles amb el 7, 7+7 i +1 Ho prova i fa dobles amb el 5	1,2,3,4,5,6
		Se li explica una altra manera per poder-ho resoldre Fa proves amb un sumand més gran	17,18,19,20
		Es prioritza que es senti bé amb el que fa i juguem amb els nombres S'implica i interacciona amb la mestra	46,47,48,49
	M2: Comunico idees matemàtiques	Verbalitzem junts el que ha anat fent, perquè aprengui a utilitzar vocabulari matemàtic i comuniqui les idees matemàtiques Va responent complementant les explicacions, que fem junts de tot el procés que fa l'alumne per resoldre la suma	13,14,15,16
		Es va complementant el procés amb vocabulari matemàtic Va interioritzant el procés que aplica en l'estratègia	21,22,23,24,25
		Es continua fent acompanyament, perquè vagi comunicant les idees matemàtiques Cada vegada mostra més seguretat i autonomia en l'explicació	26,27,28,29,30
	M3: Prenc la iniciativa	Se li proposa que plantegi sumes del seu interès amb el nombre 9 Va resolent les sumes amb més seguretat	36,37,38,39,40
		Pensa que pots avançar fent salts, tan grans com tu creguis que han de ser Va fent noves connexions i va enfortint el que ja ha après	54,55,56,57
	M4: Avanço amb motivació	Se l'anima a continuar, però alhora se li respecta la seva decisió de deixar-ho Busquem sumands més petits amb el nombre 9	31,32,33,34,35
		Es fa reforç positiu, per la feina ben feta Cada vegada està més obert a propostes que li suposen més risc i ho resol mentalment	41,42,43,44,45
Material	MT1: Rekenrek 2 i 10 files	Es presenta el Rekenrek de 10 tot jugant amb els sumands Va fent proves i representa un sumand a l'esquerre i a baix i l'altre dreta i a dalt	1,2,3,4,5,6
		Tenint en compte que ja hem introduït nombres de tres xifres, és el moment per acompanyar-ho amb el Rekenrek de 10 files Anem fent proves, se'n adona que pot representar un sumand a continuació de l'altre i fa la suma	31,32,33,34,35
		Es torna a oferir, Rekenrek de 10 files i dos cucs de boles de 100 Va alternant un material i l'altre, en relació al que li és més còmode d'utilitzar	36,37,38,39,40
	MT2: Ten Frames	Se li dona a conèixer el Ten Frames, amb dues plantilles i fitxes de parxís de diferents colors, per diferenciar els dos sumands	7,8,9,10,11,12

		Representa cada un dels dos sumands en les targetes i aplica l'estratègia	
	<b>MT3: Cuc boles 20, 100 (2)</b>	<b>S'introdueix el cuc de boles de 20, que hem elaborat junts</b> Abans de resoldre sumes, juga amb els nombres i després resol les operacions plantejades	13,14,15,16
		<b>Aprèn a utilitzar el cuc de boles de 100</b> A través del joc, va representant diferents nombres, quan s'ha familiaritzat amb el material i té consciència de la quantitat, comença a resoldre la suma	17,18,19,20
		<b>Es continua amb el cuc de boles de 100</b> Va representant els dos sumands i els col·loca paral·lelament, per poder veure els dos sumands alhora	21,22,23,24, 25
		<b>S'introdueixen dos cucs de boles de 100, sense donar cap indicació</b> Va fent proves i representant els dos sumands s'han introduït quantitats més grans	26,27,28,29, 30
	<b>MT4: Targetes numèriques</b>	<b>Se li presenten les targetes numèriques, cada targeta conté un nombre de tres xifres</b> Tria dues targetes aleatòriament, que correspondran a un sumand cada una i a partir d'aquí fa l'operació	41,42,43,44, 45
		<b>Es continua amb les targetes numèriques</b> Va plantejant reptes, anota un resultat aproximat al darrere i després comprovem si ho ha encertat o no	46,47,48,49
	<b>MT5: Recta numèrica</b>	<b>S'introdueix la recta numèrica, donant a conèixer un dels sumands</b> Decideix com sumar-hi el segon sumand si de 50 en 50 o bé de 100 en 100, però no diu el què li va donant	50,51,52,53,
		<b>Es continua amb la recta numèrica, on no hi ha cap sumand anotat</b> Anota al principi de la recta numèrica el sumand que li va millor i a partir d'aquí, va sumand alhora que anota el que li dóna en cada salt que fa	54,55,56,57,
<b>Estratègia</b>	<b>E1: Fent dobles</b>	<b>S'introdueix l'estratègia fent dobles, amb suport material</b> Va practicant amb el material i prova per veure que es capaç de fer	1,2,3,4,5,6
		<b>Se li planteja un nou repte, et dóna el mateix si canvies l'ordre dels sumands? amb nombres petits</b> Va provant i se'n adona, que el resultat és el mateix	7,8,9,10,11,12
		<b>Has fet dobles?. Es pretén que l'alumne se'n adoni que ha fet dobles</b> Està molt centrat en el resultat que dóna i no acaba de veure que ha fet dobles amb el 15	17,18,19,20
	<b>E2: Descomponent un sumand s.v.p.</b>	<b>No se li donen indicacions de quina estratègia pot aplicar</b> Descobreix una adaptació a l'estratègia de descomponent un sumand segons el valor de posició, combinada amb fer dobles	13,14,15,16
		<b>Se li plantegen dos sumands amb centenes, desenes</b>	50,51,52,53

		<b>i unitats</b> Decideix provar amb la recta numèrica, sense representar que li dóna en cada salt que fa	
		<b>Es continua amb la mateixa proposta</b> Decideix escriure en la recta numèrica el primer sumand i va anotant a cada salt que fa quan li va donant	54,55,56,57
	<b>E3: Compensar i fent deus</b>	<b>Es dóna a conèixer l'estratègia de compensar, amb nombres petits</b> Descompon amb les desenes i introdueix compensar amb les unitats	21,22,23,24,25
		<b>Has vist que saps resoldre-ho aplicant diferents estratègies?</b> Torna a compensar un sumand i resta, també fa deus i descompon els dos sumands, segons el valor de posició	26,27,28,29,30
		<b>Quina de les dues estratègies, penses que saps aplicar més bé?</b> Ho pensa i mostra la de compensar	31,32,33,34,35
		<b>Es deixa que decideixi l'estratègia que vol aplicar</b> Torna a compensar, diu que li agrada	36,37,38,39,40
	<b>E4: Descomponent dos sumands s.v.p.</b>	<b>Se li presenta l'estratègia de descomponent els dos sumands segons el valor de posició</b> Resol la suma mentalment i sense utilitzar material de suport	41,42,43,44,45
		<b>Es continua amb l'estratègia de descomponent els dos sumands segons el valor de posició</b> Va practicant amb nombres més grans	46,47,48,49,
<b>Nivell</b>	<b>N1: Nombres bàsics</b>	<b>Es plantegen nombres bàsics i quantitats petites</b> Va practicant i s'anima quan veu que no li suposa molta dificultat resoldre-ho	1,2,3,4,5,6
		<b>Es manté el nivell de dificultat, continuem amb nombres bàsics</b> Va agafant seguretat i confiança alhora de resoldre la suma	7,8,9,10,11,12
	<b>N2: Nombres dues xifres</b>	<b>S'augmenta el nivell de dificultat, presentant-li nombres de dues xifres (desenes i unitats)</b> Avança en el seu aprenentatge	13,14,15,16
		<b>Es baixa el nivell de dificultat, es continua amb nombres de dues xifres, que li són més fàcils de resoldre 8, 2, 5</b> Torna a estar més motivat i resol les operacions amb més interès	21,22,23,24,25
		<b>Es manté el nivell de dificultat, fins que mostri seguretat, continuem amb nombres de dues xifres</b> Resol les operacions sense dificultats i ho fa correctament	26,27,28,29,30
		<b>Es manté el nivell de dificultat on es sent còmode, amb dues xifres sumes emportant però amb nombres diferents, 9, 7 que li costen més</b> Torna a agafar la iniciativa i demana que se li plantegin més reptes	36,37,38,39,40
	<b>N3: Nombres tres xifres</b>	<b>El nivell de dificultat s'augmenta però no es fa gradualment, es passa directament a nombres de tres xifres i emportant, sense tenir en compte el</b>	17,18,19,20

		<p>nivell que té l'alumne en el moment</p> <p>Li costa més resoldre-ho i no mostra tant interès</p>	
		<p>Es torna a augmentar el nivell de dificultat, sense tenir en compte el procés que està fent l'alumne, condicionada per por a no tenir prou temps per assolir els objectius</p> <p>No es sent tant còmode a l'hora de resoldre les operacions i mostra menys interès</p> <p>S'augmenta el nivell de dificultat gradualment i tenint en compte el progrés que ha fet l'alumne</p> <p>Resol les operacions plantejades, sense dificultat i ho fa mentalment, tot i que s'equivoca algunes vegades en el resultat que dona</p>	31,32,33,34,35
		<p>S'augmenta gradualment el nivell de dificultat, amb sumes de tres xifres, centenars, desenes i unitats</p> <p>Ho accepta i mostra interès per resoldre les operacions</p>	41,42,43,44,45
		<p>Progressivament es va augmentant el nivell de dificultat amb sumes emportant de tres xifres</p> <p>Mostra seguretat, està fent sumes emportant sense dubtar i mentalment</p>	50,51,52,53
		<p>Es van introduint operacions amb nombres més grans de tres xifres</p> <p>Ho resolt mentalment i amb seguretat</p>	54,55,56,57
<b>Temps</b>	<b>T1: Es deixa el temps necessari</b>	<p>No es té en compte el temps, es prioritza que l'alumne vagi entenent les estratègies de càlcul mental i disposi del temps que necessita per resoldre les operacions plantejades. Se li respecta el seu ritme d'aprenentatge i el temps que necessita per fer-ho</p>	1,2,3,4,5,6,7,8 9,10,11,12,17, 18,19,20,21, 22,23,24,25, 26,27,28,29, 30
		<p>Es prioritza que l'alumne adquireixi habilitats en el càlcul mental i ho faci motivat i amb interès, per tant no es concreta el temps que es destinarà a cada activitat, es deixa obert a l'evolució que faci l'alumne</p>	31,32,33,34,35, 36,37,38,39, 40,46,47,48, 49,50,51,52, 53,54,55,56, 57
	<b>T2: Es deixa menys temps del que caldria</b>	<p>Pensant que no tindrem prou temps, es deixa menys temps a l'alumne per poder explicar els seus aprenentatges</p>	13,14,15,16,
		<p>Ens condiciona el temps i no es respecta augmentar gradualment el nivell de dificultat que se li planteja a l'alumne, es prioritza assolir els objectius que ens proposem a l'inici de curs</p>	41,,42,43,44, 45

#### 4.3.1. Pregunta

Pregunta 1: *Es proposen altres maneres per resoldre-ho*

Es pot observar, com l'alumne quan se li diu podries fer-ho d'alguna altra manera, pensa i es fan nous plantejaments, va fent proves per trobar com resoldre les operacions que se li presenten i ho fa de diferents maneres, alhora revisa i rectifica quan s'equivoca i va fent descobertes a partir de la pròpia experiència, veu que aplicant les estratègies que està aprenent troba la

solució més ràpid i li és més fàcil. Amb aquesta intervenció, es potencia que l'alumne trobi altres maneres de resoldre les operacions.

Pregunta 2: Es demana com ho ha resolt

Quan se li pregunta quant et dóna la suma o bé com ho has resolt, l'alumne va agafant consciència del que fa en cada operació, fa que pensi i se'n adoni del procés que està aplicant per arribar a la solució. Per exemple, quan decideix sumar primer desenes amb desenes i després unitats amb unitats o bé quan diu 3 però és conscient que són 30 i ho té en compte en el resultat que dóna. Va entenent que a partir del que va fent, es troba amb uns resultats o altres i se'n adona que és fruit del que fa i com ho fa (autoavaluació).

Pregunta 3: S'adapta l'activitat, per cansament

Està relacionat, bàsicament amb la seva salut i també quan es troba davant d'una dificultat, la seva resposta és de deixar-ho ràpidament i no vol resoldre les operacions que se li presenten. Quan es dóna aquesta situació, se li respecta la seva decisió i es posposa l'activitat per un altre moment que li sigui més favorable i en la propera sessió es té en compte i se li torna a plantejar el concepte a treballar, fent acompanyament i amb un enfocament més lúdic, es a dir a través del joc.

Pregunta 4: Es tenen en compte les dificultats

Se li demana a l'alumne si s'ha trobat amb alguna dificultat important durant el procés d'aprenentatge, algun aspecte que vulgui revisar o bé que vulgui tornar a treballar per reforçar-ho i poder fer millores si calen. Un cop en parlem, veiem que no són dificultats rellevants que tinguin relació amb la comprensió, sinó que es despista o corre massa, quan fa les sumes. S'aprofita per demanar-li si hi ha alguna altra cosa que li agradaria aprendre de les matemàtiques.

#### **4.3.2. Modela**

A continuació es presenta la categoria modela, amb les següents subcategoria on es reflecteix la informació que s'ha obtingut a partir de l'anàlisi.

#### Modela 1: Aprenc amb els altres

A partir de les propostes que se li fan i a través de la imitació, l'alumne va fent proves i va construint la seva pròpia estratègia i d'aquesta manera tot interaccionant, s'implica i participa en el seu procés d'aprenentatge.

#### Modela 2: Comunico idees matemàtiques

Se li proposa verbalitzar i posar nom al que va fent, així el nen aprèn a utilitzar vocabulari matemàtic i a comunicar les idees matemàtiques que van sorgint. Al principi va complementant les explicacions que se li plantegen, però a mesura que va avançant mostra més seguretat i autonomia en les explicacions que dona i aprèn a estructurar i organitzar el seu pensament. Es a dir, la mestra utilitza el vocabulari matemàtic correcte i exemplifica les explicacions matemàtiques perquè l'alumne les pugui agafar de model.

#### Modela 3: Prenc la iniciativa

Es proposa a l'alumne que plantegi sumes, amb nombres que li suposen més dificultats a l'hora de resoldre-les, exemple: el nombre 7 i el 9, el fet de permetre-li que hi dediqui el temps que necessita i poder decidir amb quines operacions treballar, es a dir, que no li venen donades sinó que les decideix l'alumne, fa que li sigui més fàcil resoldre-les i ho fa sense dificultats, mostra més seguretat i sap decidir quan és important un plantejament o altre, ho fa amb criteri i coherència. Per tant, s'aconsegueix que al llarg del seu procés d'aprenentatge, cada vegada faci més connexions noves i enforteixi el que ja ha après.

#### Modela 4: Avanço amb motivació

Si se li respecten les seves decisions, se li presenten altres opcions d'operar i se li reconeix la feina ben feta amb reforços positius, es mostra més obert a propostes que li suposen més risc i és capaç de resoldre mentalment les operacions plantejades sense cap suport i amb motivació.

### **4.3.3. Material**

Una altra de les categories tractades en el treball de recerca, fa referència al material que se li presenta a l'alumne com a suport, també es fan subcategories les quals es descriuen tot seguit.

#### Material 1: Rekenrek de dues i deu files

En el moment que es presenta el Rekenrek de 10, inicialment es fa com un joc i una vegada el nen s'ha familiaritzat amb el material, se li plantegen les sumes que ha de resoldre. L'alumne

va fent proves, al principi representa un sumand a l'esquerre i a baix i l'altre a la dreta i a dalt, a mida que va avançant i a partir de veure altres maneres d'operar per part de la mestra, aconsegueix representar un sumand a dalt i l'altre a baix i alineats entre ells, així ho veu millor.

Quan s'introdueixen nombres de tres xifres, se li presenta el Rekenrek de 100, un cop ha representat unes quantes operacions, descobreix que pot representar un sumand a continuació de l'altre, tot i així és el material que li suposa més dificultats a l'hora d'utilitzar-lo i al principi s'equivoca sovint.

#### Material 2: Ten Frames

Se li dona a conèixer el ten frames amb dues plantilles i amb fitxes de parxís de diferents colors, per poder diferenciar els dos sumands (l'alumne tria els colors). Quan s'ha familiaritzat amb el material i té consciència de la quantitat que representen els nombres, se li proposa una suma i representa un sumand en cada plantilla, quan ha donat el resultat, és l'alumne qui planteja una operació a la mestra i contrasta si li dona el mateix resultat. Amb aquest recurs material es sent molt còmode i s'equivoca poques vegades.

#### Material 3: Cuc de boles de 20 i 100 (2)

Aquest recurs material es elaborat conjuntament alumne i mestra. S'introdueix també a través del joc, el nen va jugant amb els nombres a l'hora de representar-los i quan ja es coneix bé el material, resol les operacions plantejades, representant els sumands en el cuc de boles. Quan es decideix operar amb nombres més grans, s'introdueix el cuc de boles de 100 de la mateixa manera, representa els dos sumands, però ho fa un a continuació de l'altre, però un a cada extrem del cuc no a continuació, després doble el cuc de boles i col·loca els sumands en paral·lel per poder veure els dos sumands separats, perquè ho veu millor. A partir d'aquesta observació, la mestra decideix introduir dos cucs de boles de 100, per facilitar-li la seva manera de representar-ho.

#### Material 4: Targetes numèriques

L'alumne i la mestra pensen nombres de tres xifres i els escriuen cada un d'ells en una targeta, després l'alumne aleatòriament tria dues targetes, que corresponen a un sumand cada una i a partir d'aquí mentalment resol la suma.

A mida que va practicant, l'alumne es decideix a plantejar-se més reptes, escriu un resultat aproximat al darrere d'una de les targetes i al darrere de l'altre targeta el resultat real, el que li dóna, després comprova si tenen relació amb l'estimació que s'havia formulat.

#### Material 5: Recta numèrica

S'introdueix la recta numèrica donant-li a conèixer a l'alumne un primer sumand escrit a la recta numèrica a partir del qual, decideix si suma el segon sumand fent salts de 50 en 50, de 100 en 100 etc. L'alumne quan opera al principi fa salts, però no diu quin resultat li dóna. Va practicant i finalment decideix continuar amb la recta numèrica, però aquesta vegada se li diuen els sumands de manera oral, no s'escriuen en la recta numèrica l'alumne escriu al principi de la recta numèrica el sumand que li va més bé i a partir d'aquí va sumant l'altre sumand, alhora que escriu el que li dóna en cada salt que fa, fins arribar al resultat final.

L'alumne va fent proves i veu que passa quan aplica l'estratègia, aprèn de la pròpia experiència a partir de les seves descobertes, tot representant en el Rekenrek, cuc de boles, ten frames, targetes numèriques, recta numèrica, les sumes plantejades.

#### **4.3.4. Estratègia**

En la categoria estratègies es referencien les subcategories següents.

##### Estratègia 1: Fent dobles

S'introdueix l'estratègia amb suport material, l'alumne va practicant amb el material i prova diferents maneres de fer dobles per veure que es capaç de fer. Quan està preparat cognitivament per anar avançant en el seu aprenentatge, se li plantegen nous reptes, et dóna el mateix si canvies l'ordre dels sumands?, s'atura a pensar i descobreix que li dóna el mateix, que és el mateix  $8+4$  que  $4+8$ , escriu altres sumes i va provant si passa el mateix.

Es continua potenciant que es plantegi coses, se li demana has fet dobles?, ja que està tant centrat en donar el resultat correcte, que no veu, el que està fent, reflexiona i torna a pensar, l'ajuda a veure que ha fet dobles amb el nombre 15.

##### Estratègia 2: Descomponer un sumand segons el valor de posició

En aquest cas, no se li donen indicacions de quina estratègia pot aplicar, es fa amb la intenció de que vagi agafant més autonomia, se'n adona que ha construït una adaptació a l'estratègia



de descomponent un sumand segons el valor de posició, que alhora combina amb l'estratègia fent dobles, és una de les estratègies que utilitza poques vegades.

Torna a fer descomponent un sumand segons el valor de posició, quan s'introdueix la recta numèrica, amb nombres més grans, on apareixen les centenes, desenes i unitats, a l'hora de sumar el segon sumand parteix del sumand inicial que té escrit en la recta numèrica i va descomponent el segon sumand alhora que escriu quan li dóna.

### Estratègia 3: Compensar i fent deus

Es dóna a conèixer l'estratègia de compensar, amb nombres petits, a partir dels quals l'alumne descompon amb les desenes i introdueix l'estratègia de compensar amb les unitats. Se li fa la reflexió, has vist que ho saps resoldre aplicant diferents estratègies?, torna a compensar un sumand i resta, està avançant i ampliant els seus coneixements, també fa 10 en alguna suma i s'inicia en l'estratègia descomponent els dos nombres segons el valor de posició. Amb l'objectiu de que l'alumne vagi agafant consciència del que està fent, se li demana quina de les dues estratègies, pensa què sap aplicar més bé, en fa algunes més i mostra la de compensar. Quan selecciona l'estratègia, aquesta és la que escull més vegades i explica el procés que aplica amb més fluïdesa que amb les anteriors.

### Estratègia 4: Descomponent dos sumands segons el valor de posició

Se li presenta, l'estratègia de descomponent els dos sumands segons el valor de posició i és capaç de resoldre totes les operacions plantejades sense representar-ho amb el material i fent el càlcul mentalment, respon ràpid i no necessita pensar gaire. Es continua practicant i presentant-li nombres més grans, explica el procés correctament i gaire bé no s'equivoca.

#### **4.3.5. Nivell**

En quan a la categoria nivell, hi podem trobar les subcategories que s'anomenen a continuació.

##### Nivell 1: Nombres bàsics

Es comença plantejant a l'alumne operacions amb nombres bàsics i quantitats petites, al principi no sap gaire que fer fora de comptar amb els dits i d'un en un, però a mida que va aprenent, s'interessa per anar practicant i va fent descobertes a partir de les quals troba recursos per anar resolent les sumes i mica en mica se'n va sortint.

Durant les primeres sessions es manté el nivell de dificultat i es continua operant amb nombres bàsics, fins que mostra més seguretat i confiança quan resol les sumes.

#### Nivell 2: Nombres de dues xifres

S'augmenta el nivell de dificultat, presentant-li a l'alumne nombres de dues xifres, (desenes i unitats), va resolent diferents operacions i progressivament va avançant en el seu aprenentatge. Es decideix continuar amb nombres de dues xifres, però donant-li a conèixer nombres que li són més fàcils 2,5,8, d'aquesta manera s'aconsegueix que mostri més motivació i resolgui les sumes amb més interès. Si el nivell de dificultat no s'aplica progressivament no ho accepta i demana continuar amb el grau de dificultat que ja coneix perquè li és més fàcil operar. Per tant, es manté el nivell de dificultat, però se li introdueixen nombres que li plantegen més dificultat alhora de resoldre les operacions com el 7, 9, i de mica en mica sumes emportant.

#### Nivell 3: Nombres de tres xifres

El nivell de dificultat s'augmenta però no es fa gradualment, es passa directament a nombres de tres xifres i emportant, sense tenir en compte el nivell on es troba l'alumne en el moment actual, per tant com que li costa més resoldre les operacions, mostra menys interès. No es té en compte i es continua augmentant el nivell de dificultat pensant que l'alumne podrà resoldre les sumes que se li plantegen i no es té en compte el procés d'aprenentatge que està fent en aquests moments, només es prioritza tenir suficient temps per assolir els objectius concretats al principi del treball de recerca, i així no es beneficia a l'alumne, ja que mostra no sentir-se tan còmode i amb menys interès. Per tant, ens adonem que es important respectar el seu ritme d'aprenentatge i es rectifica, s'augmenta el nivell de dificultat progressivament, d'aquesta manera es torna a aconseguir que mostri més seguretat i resolgui les sumes emportant mentalment i sense dificultats, entén i sap explicar el procés que segueix per resoldre les operacions i ho fa, sense cap suport material i tampoc ajuda.

#### **4.3.6. Temps**

I per finalitzar aquest apartat, es presenta la categoria temps, amb les seves subcategories que es descriuen tot seguit.

Temps 1: Es deixa el temps necessari

Al llarg del procés d'aprenentatge de l'alumne, s'intenta no condicionar-nos pel temps i en tot moment es dóna més importància a que el nen vagi entenent les estratègies de càlcul mental i disposi del temps necessari per resoldre les operacions plantejades, respectant el seu ritme d'aprenentatge i deixant-li el temps que necessita per operar. Es a dir, es prioritza que adquireixi habilitats en el càlcul mental i ho faci motivat i amb interès, per tant no es determina el temps que es destinarà a cada activitat, es deixa obert a l'evolució que faci l'alumne, tot i que hi han dos moments del procés clarament visibles durant i cap al final, que no és així, a continuació s'explicita.

Temps 2: Es deixa menys temps del que caldria

A partir de dos moments concrets de les sessions portades a terme, es pot observar que es comença a crear pressió a l'alumne, per por a no tenir temps per assolir els objectius previstos en l'inici i s'acota el temps que l'alumne necessita per explicar els seus aprenentatges, es presenta concretament en les sessions 13 fins a la 16 i en l'altre moment que torna a succeir és en les sessions 41 fins a la 45, coincideix alhora amb l'augment del nivell de dificultat que se li planteja a l'alumne. Quan es valora la repercussió que té en el seu aprenentatge, es torna a la decisió inicial i no es té en compte el temps que es destinarà a les activitats i així fer possible que l'alumne pugui aprendre de manera significativa i útil.

**4.3.7. Anàlisi general de les intervencions de la mestra en relació amb els aprenentatges de l'alumne.**

De manera global, tal i com es pot observar en la taula 4.1., a partir de les preguntes que se li fan a l'alumne es pot pensar, que el porten a reflexionar sobre el que està fent i pot rectificar quan s'equivoca aplicant la manera correcte de resoldre les operacions, opta per les que es sent més còmode. A partir de les proves que va realitzant, fa descobertes i se'n adona que hi ha maneres d'operar que el porten a trobar la solució més ràpida, va entenent el que realitza i estableix relacions amb els nombres i és capaç d'explicar encara que en algun moment del procés s'equivoqui el que fa, en les últimes activitats ja calcula mentalment. És evident que entén què significa el terme suma i la relació que ha d'establir entre els nombres quan realitza els càlculs.

Al llarg de tot el procés d'aprenentatge agafa consciència del què fa i el que comporta resoldre les operacions d'una manera o altra, de vegades ho troba difícil però és capaç de decidir amb

autonomia i continua practicant amb el que coneix, es va posant reptes i cada vegada s'implica més en el seu aprenentatge, per exemple proposa les sumes per iniciativa seva i les construeix per ell mateix.

Pel que fa a modelar, es pot veure que l'ajuda a avançar en els moments que no sap gaire que ha de fer amb les sumes, a partir de la imitació té un referent i el porta a la pràctica, experimenta que passa quan actua d'una manera o altra, aprèn amb criteri i a utilitzar vocabulari matemàtic i comunica les idees matemàtiques, fruit de la interacció alumne-mestra. D'aquesta manera va interioritzant el procés que aplica en cada estratègia, fa noves connexions i va enfortint el que ja ha après.

Li agrada molt que se li reconegui la feina ben feta, es pot veure com cada vegada està més obert a noves propostes que li suposen més risc i resol les sumes emportant mentalment, sense dificultat.

Alhora en relació al suport material que se li ofereix es pot constatar, que li ha estat de molta ajuda especialment a l'inici i durant el seu procés d'aprenentatge, ja que decideix quin utilitza en cada moment i té molt clar quin li agrada més i amb quin es sent més còmode com per exemple el ten frames en la fase inicial, els 2 cucs de boles de 100 durant el procés i les targetes numèriques al final. El fet d'interaccionar i fer propostes de sumes a la mestra, fa que agafi seguretat i es senti protagonista del seu aprenentatge i se'n adoni que no passa res si ens equivoquem, ja que és una oportunitat per aprendre i especialment dels altres i amb els altres, són moments on aprenem tant l'alumne com la mestra.

La seva evolució és espectacular, al principi no sabia representar els sumands amb el material i de mica en mica aconsegueix no tant sols saber utilitzar tot el material, sinó resoldre les sumes emportant sense utilitzar-lo, ho acaba fent mentalment i tot gràcies a les descobertes que el material li permet fer, com per exemple, representar un sumand a continuació de l'altre, agafar consciència de la quantitat, fer estimacions amb el resultat que li donarà la suma i comprovar si el resultat que li dona quan ho calcula té relació, amb el que havia pensat.

A nivell de les estratègies, es pot veure com aprèn totes les que se li donen a conèixer i decideix quan aplicar una o altra i quan és el moment de deixar-la d'utilitzar, inclús amb alguna d'elles fa petites adaptacions que descobreix abans de que se li expliqui l'estratègia. Normalment mostra interès, accepta i està molt motivat amb les propostes que se li fan.

Des de l'inici de les activitats, el nivell de dificultat que se li planteja es fa progressivament i s'intenta en tot moment anar mantenint el seu nivell de motivació i interès, excepte en alguna sessió que no es respecta l'evolució que està fent i s'augmenta de cop el nivell de dificultat. S'aconsegueix que no s'interessi per les propostes que se li fan, presenta més errors i li costa més resoldre les operacions. En el moment que es torna a tenir en compte les seves necessitats i es torna a presentar progressivament el nivell de dificultat que ha d'aplicar, torna a mostrar interès, aprèn amb motivació, s'implica i torna a resoldre les sumes emportant sense problemes.

Quan es respecta el seu ritme d'aprenentatge i se li deixa el temps que necessita per resoldre les operacions, l'alumne evoluciona correctament i es mostra motivat i interessat, però en dues ocasions coincidint en quan s'augmenta el nivell de dificultat de cop per por a no tenir temps per assolir els objectius fixats al principi de la recerca, no se li dona el temps que necessita i torna a presentar problemes en la seva actitud, continua aplicant les estratègies en nombres que coneix i li són més fàcils de resoldre, perquè no es veu capacitat per resoldre el que se li demana. Per tant veient la seva resposta, està molt clar que ens hem equivocat i precipitat en el plantejament i es decideix tornar a deixar-li el temps que necessita per resoldre les sumes, ja que és quan hi ha un progrés més important, resol les operacions correctament i entén i explica el que fa i està animat a continuar aprenent.

## 5. Conclusions

Amb les conclusions, es pretén donar resposta a la pregunta de recerca plantejada i relacionar-la amb els objectius del treball de recerca que s'ha portat a terme, per finalment, explicar les conclusions. Tanmateix es relacionaran amb els referents teòrics, per tal de fonamentar les respostes.

La pregunta de recerca, formulada al principi del treball és la següent:

“ Com aprèn estratègies de càlcul mental l'alumne de 2n d'Educació Primària, fora del context escolar ?”.

Els objectius específics a partir dels quals s'ha centrat el treball d'investigació presentat, s'anomenen a continuació:

1. Descriure i analitzar, l'evolució dels coneixements de les estratègies de càlcul mental del nen.

2. Conèixer i analitzar l'evolució de l'actitud cap a l'aprenentatge de les matemàtiques.
3. Identificar i interpretar, quines han estat les intervencions de la mestra i com es reflecteixen en l'aprenentatge del nen.

### **5.1. Conclusions relacionades amb l'objectiu específic 1**

A continuació, es presenten les conclusions en relació a l'objectiu 1: *“Descriure i analitzar, l'evolució dels coneixements de les estratègies de càlcul mental del nen”*.

Tot i que quan es va començar a treballar les estratègies de càlcul, l'alumne no coneixia cap altra que l'algoritme tradicional, es pot observar com al llarg del seu procés d'aprenentatge ha estat capaç d'anar incorporant totes i cada una de les estratègies de càlcul mental que se li han donat a conèixer.

***L'estratègia que va suposar més dificultats a l'alumne ha estat la de dobles, possiblement pel fet de ser introduïda en primer lloc.***

A l'inici amb els nombres bàsics, comença comptant d'un en un els dos sumands i amb els dits, després ho fa de dos en dos, fins que comença a introduir fent dobles, és l'estratègia que li planteja més dificultats i li costa més d'interioritzar, encara no té suficients recursos es troba a l'inici del seu aprenentatge, es comença a veure un progrés important, quan representa els sumands amb el Ten Frames, troba com organitzar-se i aplica l'estratègia entenent que fa. Per tant es pot dir, que el material ha estat decisiu en el seu aprenentatge.

Per altra banda es pot corroborar a partir de la investigació de Martínez (2011), que la primera estratègia de càlcul mental li suposa més problema, ja que només coneixia l'algoritme tradicional, per tant no sabia com resoldre les sumes mentalment, si no ho feia mecànicament i seguint unes pautes d'actuació automatitzades.

Això porta a entendre el que afirmava Parrish (2010), es a dir, que el fet de treballar a partir d'estratègies de càlcul mental fa que es desenvolupi el sentit numèric, la fluïdesa amb nombres petits –saber descompondre i compondre els nombres-, a comprendre el valor de posició, a comprendre l'aplicació de les propietats, i també permet connectar idees matemàtiques. En la present recerca, es pot veure com l'alumne al principi que només coneixia l'algoritme tradicional, era gairebé incapaç de raonar i per tant no podia resoldre les sumes plantejades mentalment.

El mateix afirma Martínez (2011), a partir de la seva investigació a nens i nenes de 2n d'Educació Primària ens diu, que els alumnes quan utilitzen *l'algoritme tradicional* els perjudica en l'aprenentatge de les matemàtiques ja que adquireixen poques estratègies i mètodes espontanis per resoldre càlculs i tenen dificultats o no comprenen el significat de les xifres expressades.

***Segons el càlcul proposat l'alumne decideix quina estratègia utilitzar, és capaç d'escollir la que més li convé fer servir.***

Quan comença a operar amb nombres més grans, utilitza l'estratègia amb menys freqüència i s'interessa més per la de descomponent amb un sumand i amb l'altre sumand manté fer dobles, és una estratègia que li serveix de transició per passar a la descomponent els dos nombres segons el valor de posició, ja que només la utilitza en tres sessions.

Normalment, quan està aprenent una estratègia ho fa progressivament i de mica en mica la va interioritzant, es pot veure amb l'estratègia descomponent els dos sumands com manté fer dobles amb un sumand i amb l'altre sumand descompon, a mesura que va avançant descompon els dos sumands, primer suma desenes amb desenes però les unitats les fa per separat per acabar sumand desenes amb desenes i unitats amb unitats.

Tal com ens diu Chamorro (2003), podem afirmar que el càlcul mental és un procediment mental individual, ja que cada individu busca l'estratègia que més l'interessa o que sap utilitzar millor, quan ha de resoldre una operació mental. Podem veure reflectit en el procés d'aprenentatge del nen, com el càlcul mental li provoca poder crear la seva pròpia estratègia, ja que no hi ha només un únic procediment.

***L'estratègia amb la que presenta més flexibilitat i domini és la de descompondre dos nombres segons el valor de posició.***

L'estratègia de descomponent els dos nombres segons el valor de posició, apareix gairebé sempre en les operacions que realitza, tot i que va alternant la de compensar, fent deus, sap aplicar-la correctament, entén el que fa, s'equivoca menys. Amb aquesta estratègia li agrada representar les operacions, principalment amb el cuc de boles de 100 i n'utilitza dos i les targetes numèriques amb les que mostra molta seguretat i motivació, aprèn a fer els càlculs mentalment, fa connexions mentals amb els nombres. Es sent segur i còmode ja que argumenta el procés seguit amb tranquil·litat i seguretat, no és una estratègia ràpida de realitzar ja que s'ha de pensar com ajustar els dos nombres per obtenir la mateixa quantitat.

Tenint en compte les aportacions de Chamorro i Belmonte (1998), és important oferir situacions amb les quals els alumnes puguin manipular, per tal d'afavorir la construcció de coneixement, evitant la necessitat de memoritzar fórmules que només podrà utilitzar correctament durant un temps limitat.

Opta per realitzar-la a poc a poc, sumant unitats amb unitats, desenes amb desenes i centenes amb centenes. Ha adquirit molta habilitat en descompondre i la percep com una estratègia de càlcul efectiva, que el porta a resoldre sumes emportant correctament.

***Hi ha estratègies que ha deixat d'utilitzar, quan ha adquirit de noves.***

L'estratègia de descomponent un nombre segons el valor de posició, decideix deixar-la d'utilitzar quan es troba amb nombres més complexos, i opta per aplicar l'estratègia de descomponent els dos sumands segons el valor de posició. Tenint en compte les aportacions que ens fan Torres i Agustí (2012) i relacionant-ho amb la competència d'aprendre a aprendre, l'alumne quan està aprenent les estratègies de càlcul mental és capaç de triar l'estratègia que més li convé, tal com ens diuen els autors referenciats, és important que l'alumne preguntí com pot aprendre i que prengui decisions sobre el seu procés d'aprenentatge.

***L'alumne ha après diferents estratègies de càlcul mental i és capaç d'utilitzar-les amb comprensió i agilitat.***

Tal i com s'ha explicat en apartats anteriors, l'estratègia de fer deus la utilitza en poques ocasions i bàsicament fa deus, amb el 7, 9 quan parlem de nombres d'una xifra i amb el 7, 8, 9 quan es tracta de nombres de dues i tres xifres etc.

Per tant com a conclusió, es pot fer palès que ha après les estratègies de càlcul mental que se li han donat a conèixer, sap utilitzar-les i explicar el procés, entén el que fa per resoldre-les, ha après a calcular mentalment sumes emportant i ho fa correctament, amb interès i motivació, ha guanyat seguretat i autonomia i és capaç de decidir quan aplicar una estratègia o altra.

Es pot confirmar per les aportacions de Martínez (2011), en relació a la quantitat d'estratègies de càlcul mental que utilitzen els nens i nenes, que l'alumne del (treball de recerca) utilitza la gran majoria d'estratègies que se li donen a conèixer, aquest fet confirma que és important com a mestra d'oferir-li diversitat d'estratègies i que el nen tingui l'oportunitat d'anar-les aplicant fins adquirir habilitats que són les que el capaciten per fer adaptacions i crear les seves pròpies estratègies.



El fet d'utilitzar els seus coneixements, procediments, estratègies i alhora aprendre a gestionar les seves emocions i motivacions quan resol operacions de càlcul mental, afavoreix el desenvolupament de la competència d'aprendre a aprendre, pel que s'ha pogut observar al llarg del treball d'investigació, el fet de plantejar a l'alumne situacions d'aprenentatge obertes, li ha permès saber, quan utilitzar un procediment o altre, com utilitzar-lo i perquè un és més adequat que un altre.

## **5.2. Conclusions relacionades amb l'objectiu específic 2**

En aquest apartat s'hi troben les conclusions en relació a l'objectiu 2: *“Conèixer i analitzar l'evolució de l'actitud del nen cap a l'aprenentatge de les matemàtiques”*.

Es pot observar en l'evolució de la seva actitud com a l'inici del seu aprenentatge, es resisteix a fer sumes emportant, no mostra interès i tampoc en vol parlar. Tot i així, al llarg de les sessions la seva actitud va canviant progressivament com es pot veure a continuació.

***Quan coneix un mètode d'aprenentatge més obert, se'n adona que és capaç de resoldre càlculs.***

Es constata que si no existeix el desig, la motivació i l'interès per aprendre, no hi ha aprenentatge Monereo i Pozo (1999).

A mida que va avançant, es a dir durant el procés d'aprenentatge, la seva actitud va canviant i mostra més interès per aprendre estratègies de càlcul mental, comença a veure que és capaç de resoldre sumes emportant i sense passar-ho malament, se'n adona que comença a tenir recursos per resoldre les operacions que se li plantegen i alhora també sap com explicar-les i entén el que fa.

Bueno (2017) p.133, sense motivació, el cervell dels nostres alumnes rendeix molt per sota de les seves possibilitats, i en generen estats de disgust i de desconfort. La importància de la motivació rau en que: energitza i vigoritza els processos mentals, i ens fa proactius. Relacionant-ho amb l'alumne, es pot veure com canvia l'actitud i està motivat perquè és capaç de resoldre les operacions plantejades, perquè entén el que fa, tal com ens diuen Kamii i Dominick (2010), afirmen que tots els alumnes tenen capacitat per operar mentalment però no ho faran de la mateixa manera i tampoc amb la mateixa rapidesa. S'ha de donar l'oportunitat a tots els alumnes per pensar i poder crear les seves pròpies estructures mentals, per tal que no recorrin a imaginar-se el càlcul escrit en un full i col·locat correctament.

Destaquen la importància d'ensenyar als alumnes a utilitzar diferents estratègies de càlcul mental, que els serveixi per resoldre diferents tipologies d'operacions en lloc d'ensenyar l'algoritme tradicional, ja que promou que els alumnes renunciïn a desenvolupar el seu propi pensament i no ensenya el valor posicional del dígit i això provoca que no desenvolupin significat numèric.

***Utilitza tot el seu potencial, fet que el capacita per aconseguir resoldre sumes emportant.***

Al final del procés d'aprenentatge, la seva actitud canvia totalment, està obert a totes les propostes que se li plantegen i li agraden molt els reptes, resol les sumes emportant amb molt interès i motivació i ho fa mentalment i sense ajuda.

Per tant, podem constatar, que s'ha aconseguit l'objectiu proposat a l'inici del treball d'investigació i es veu clarament com la seva actitud va canviant a mida que té recursos i sap com resoldre les sumes emportant, ja que li dóna seguretat i autonomia quan supera reptes, millora la seva autoestima i s'aconsegueix en totes les sessions que mostri interès i motivació. I el que és més important, el fet d'haver superat aquest problema, l'encoratja i el capacita per anar superant altres dificultats que se li van plantejant.

Bueno (2017) ens diu, que si l'objectiu biològic de la motivació és afrontar les necessitats i els reptes, i el fet d'afrontar-los ens permet superar-los, aquesta superació es viu amb l'optimisme de saber que ens podem sortir.

Mora (2017), ens diu que "El error, el equívoco, debe considerarse parte o ingrediente fundamental del propio proceso de aprendizaje, pues sin errores y su rectificación constante no hay verdadero aprendizaje. Es más, sin error y su rectificación no hay creatividad, que es el máximo de lo que nos permite aprender algo nuevo".

Les dificultats o errors ja no els viu de manera frustrant, sinó que ha après que a partir dels errors aprenem i que no passa res si ens equivoquem, és una oportunitat per rectificar i fer-ho millor.

Ahora, es pot relacionar amb el component afectiu del qual ens parla Garcia i Domènech (1997), aquest component recull totes les reaccions emocionals que els alumnes experimenten davant d'una determinada tasca. Pel que fa al treball de recerca, es pot dir que durant tot el procés d'aprenentatge de l'alumne s'ha tingut en compte les seves reaccions emocionals, se li

ha facilitat comunicar en tot moment com es sent, per anar agafant consciència del que li passa i aprendre a gestionar les seves emocions.

### **5.3. Conclusions relacionades amb l'objectiu específic 3.**

En relació a l'objectiu 3: *"Identificar i interpretar, quines han estat les intervencions de la mestra i com es reflecteixen en l'aprenentatge del nen"*, es presenten les conclusions a continuació tenint en compte les categories i subcategories, a partir de les quals s'ha anat fent l'anàlisi. Podem veure que els elements que més han ajudat a avançar a l'alumne han estat les preguntes de la mestra, la modelització, els materials i el fet de deixar temps, que en tot moment s'han anat interrelacionant i sembla ser que han contribuït a que l'alumne hagi après amb més interès i motivació per arribar finalment a aprendre estratègies de càlcul mental i més concretament a resoldre sumes emportant.

***Les preguntes de la mestra, ajuden a l'alumne a reflexionar sobre el seu procés d'aprenentatge.***

Es pot observar que les preguntes que es plantegen a l'alumne de manera oberta, el porten a reflexionar sobre el què està aprenent, a trobar i pensar amb altres maneres de resoldre les operacions, fa noves descobertes i quan s'equivoca s'entén com una oportunitat per adonar-se on és l'error i rectificar per millorar.

Això fa pensar amb el que ens diu Kamii (2010), que els alumnes que utilitzen *L'algoritme tradicional*, no tenen el coneixement total del significat del valor de posició i per tant quan realitzen els càlculs difícilment se'n recorden de les xifres quan són emportant. Per tant a partir d'un mètode tancat com aquest, els nens i nenes perden el coneixement conceptual i això provoca que el desenvolupament del pensament lògic i el raonament numèric no avanci i no estableixen connexions lògiques amb els nombres i les operacions, fet que explica que l'alumne no pogués a l'inici fer sumes emportant.

Es tracta d'espais de temps on es pot veure la comunicació a través de preguntes i els raonaments que es fan, al principi quan només coneixia l'algoritme tradicional, era impensable que comunicués el que se li demanava, perquè no sabia com explicar-ho.

Es pot pensar, que el paper de la mestra potencia que hi hagi comunicació, la qual tindrà a veure amb les tasques que es plantegin a l'alumne. Tal com diu, Alsina et al. (1996) "Comprender que la tarea es el elemento que permite construir el nexo comunicativo entre los docentes y los estudiantes" (p.127).

En canvi ara quan realitza explicacions, argumenta els passos que realitza per dur a terme les estratègies de càlcul mental. De manera més o menys elaborada, raona el procés de resolució del càlcul i es percep una clara coherència amb el que argumenta, ja que explica els canvis que realitza als nombres i és capaç de resoldre-ho.

Per tant, caldrà facilitar als nens i nenes que puguin llegir, escriure, parlar i escoltar matemàtiques. Podem veure que les competències que fan referència a aquesta dimensió són: expressar idees i processos matemàtics de manera comprensible tot utilitzant el llenguatge verbal (oral o escrit); utilitzar les diferents representacions dels conceptes i relacions per expressar matemàticament una situació, Burgués i Sarramona (2013).

Tal com argumenta Ortiz (2012), el fet de treballar el càlcul com una rutina, fa que a part de desenvolupar la competència matemàtica també desenvolupi la competència lingüística, ja que ha d'expressar-se el millor possible per tal d'explicar els processos que realitza i fer-se entendre. De mica en mica va mostrant habilitats en raonament matemàtic, sense por a equivocar-se tot transmeten seguretat i confiança en el que diu.

També es pot observar, en alguna sessió durant el procés d'aprenentatge per motius de salut, quan es troba amb dificultats per resoldre les operacions ho deixa i no vol pensar, davant d'aquestes circumstàncies, se li respecta la seva decisió i quan està preparat es continua. Es prioritza les necessitats que planteja el nen i es fa acompanyament per facilitar el poder-les resoldre i prendre consciència del que passa, per tal de moure coneixements i controlar les emocions, Torres i Agustí (2012).

***Veure i compartir altres maneres de resoldre el càlcul, contribueix a que pugui avançar en el seu aprenentatge.***

Es pot constatar, que les aportacions que fa la mestra tot modelant, el fan avançar i a partir de la imitació com a referent se'n adona que pot fer adaptacions a les seves estratègies i l'ajuden a prendre decisions i fer-se nous plantejaments.

Tal com diu Bueno (2017), un dels aspectes crucials de l'educació és la imitació. És la base de l'aprenentatge per observació -que implica imitar el que observem-, la imitació porta als nens i nenes a aprendre coses noves de les persones que tenen al seu voltant. Aquesta capacitat és molt útil de cara a l'aprenentatge.

Alhora, el fet d'anar verbalitzant junts el que fa en cada estratègia i posar nom a les seves accions, contribueix que aprengui a utilitzar vocabulari matemàtic i a comunicar les idees matemàtiques. A mesura que avança en el seu aprenentatge, es pot veure com mostra més habilitat quan explica quins són els passos que ha seguit, per tal de resoldre un càlcul i ho fa de manera espontània i entenedora.

Tal com argumenta Parrish (2010), el càlcul mental és un contingut més de matemàtiques que s'ha de treballar de manera rutinària, ja que permet desenvolupar moltes capacitats i habilitats i també perquè permet que l'alumne connecti les idees que ha anat adquirint al llarg del seu aprenentatge i les vagi relacionant amb els nous continguts i, a poc a poc vagi entenent i reflexionant el significat de les estratègies de càlcul que realitza.

Per tant, es pot veure amb els resultats obtinguts, que ha anat assolint seguretat i autonomia tot interaccionant a l'hora d'aplicar les estratègies de càlcul mental, sense deixar de ser el protagonista dels seus aprenentatges, ha fet noves connexions i ha anat enfortint el que ha après. Tal com diu, Alsina, C. (2007) a partir de la interacció entre l'alumne i la mestra es poden presentar nivells més elevats de comprensió.

***Els recursos materials fan que l'alumne s'organitzi i estigui atent amb el que fa, l'ajuden a comprendre els processos i les relacions que es donen.***

Utilitza el material al llarg de tot el procés d'aprenentatge i al final del procés, aconseguix resoldre sumes emportant mentalment, sense necessitat de representar els sumands en el material, alhora es pot veure que ha estat molt selectiu triant el material que li agrada més o que s'hi sent més còmode, tot i que s'ha mostrat obert amb tot el material que se li ha donat a conèixer, ha mostrat preferències destacables amb el Ten Frames i les Targetes numèriques.

Els recursos materials que se li ofereixen el porten a organitzar-se i tal com diu Ortiz (2010), l'alumne en realitzar estratègies de càlcul mental posa tota la seva atenció i concentració en el que està fent, ja que si es despista es trobarà que no sabrà com avançar per resoldre les sumes plantejades. També els porta a ser més organitzats, ja que ha de realitzar diversos passos i ha de tenir molt clar quin serà el primer i l'últim, per tal de no deixar-se cap nombre i més el fet d'haver de raonar els processos mentals que ha de fer, l'obliga a organitzar la informació per tal de poder transmetre-la correctament.

Corbalán, (2008), també ens recorda que és important que l'alumne compregui els processos i les relacions que es donen a partir de la manipulació de materials. S'ha de fer present la

necessitat que tenen els nens i les nenes de manipular materials, per poder fer les seves representacions i aplicar el raonament matemàtic.

Finalment, aconseguix resoldre les operacions mentalment, diu la solució i després escriu el resultat que obté, ja no utilitza material de suport.

***Augmentar progressivament la dificultat dels càlculs, és imprescindible per no generar dificultats a l'alumne i que pugui avançar en els aprenentatges.***

Pel que fa a la subcategoria nivell, gairebé en totes les sessions es presenta un augment de dificultat gradual, excepte en alguna ocasió on es reflecteix clarament la repercussió que té en l'alumne, en lloc de poder avançar en el seu aprenentatge se li genera més dificultat, li costa més de resoldre les operacions i mostra menys interès. Quan el nivell de dificultat s'augmenta progressivament com es pot veure en les altres sessions, l'alumne ho accepta perfectament i no presenta cap problema, per tant es pot constatar que ha estat una decisió equivocada i que no ha beneficiat a l'alumne, a partir d'aquest moment es té molt clar que no s'ha de córrer i que cal respectar la metodologia d'aprenentatge que necessita el nen i anar avançant de mica en mica.

Per tal de poder garantir l'aprenentatge dels nens i nenes, és important tal com ens diuen Alsina, Burgués, Fortuny, Giménez i Torra (1996), que els continguts que els presentem tinguin relació amb la seva zona de desenvolupament.

***Respectar el ritme d'aprenentatge, facilita que l'alumne aprengui tot reflexionant i ho faci de manera significativa.***

En la subcategoria temps, podem veure que apareix el mateix problema que en el nivell de dificultat, ja que guarden relació, el temps ve condicionat per poder assolir els objectius concretats a l'inici de la recerca i per por a no aconseguir-los, es va més ràpid i no es destina el suficient temps a les activitats que ha de fer l'alumne, no pot explicar i reflexionar sobre el que fa i per tant perd interès i fa que no avanci com ho estava fent en sessions anteriors.

Ortíz (2012) ens diu que, "el cálculo mental debe ser un cálculo basado en la exploración y la reflexión, práctico, motivador, relajado, con flexibilidad de acción, dialogo y en donde no debe primar la velocidad de respuesta" (p. 7). Tenint en compte les aportacions que ens fa l'autora i relacionant-ho amb el treball d'investigació, es pot observar que en les dues sessions puntuals on no es respecta el temps de l'alumne per respondre, mostra desinterès i no vol resoldre les

operacions plantejades. Per tant, es pot afirmar que en el nostre cas, és pot veure que és així i que ens cal considerar-ho com un aspecte a prioritzar.

Per altra banda, en el moment que se li ofereix a l'alumne una metodologia de treball diferent a la que coneix i a través de la qual ha après les matemàtiques fins el moment, es comença a veure un canvi i una evolució important en l'aprenentatge de les estratègies de càlcul i el més sorprenent és veure a partir dels teòrics referenciats, que l'alumne del treball de recerca, també ha après el càlcul mental tot reflexionant, de manera pràctica i significativa, per tant són aspectes que s'han tingut en compte al llarg del procés d'aprenentatge i ha contribuït a que l'alumne hagi assolit habilitat en el càlcul mental i sigui capaç de resoldre sumes emportant.

Tal com diu Parrish (2010), si els alumnes treballen tot reflexionant quan fan càlcul mental, se'ls anima a confiar amb el que saben i a intentar buscar recursos per acabar d'entendre la relació que hi ha entre els nombres, fet que el nen presenta en moltes ocasions quan s'equivoca, pensa i connecta idees matemàtiques per aconseguir resoldre les operacions.

## **6. Limitacions de la recerca, implicacions educatives i futures recerques**

En aquest apartat en un principi, s'expliquen les limitacions de la recerca que al llarg del treball d'investigació ens hem anat trobant i a continuació les implicacions educatives i les possibles recerques que es poden continuar realitzant.

### **6.1. Limitacions de la recerca**

En primer lloc, destacar que la negativa per part de l'alumne a fer sumes emportant, va requerir al principi dedicar molt temps a gestionar les seves emocions, respectant-li en tot moment les seves necessitats, però alhora trobar maneres de treballar el càlcul a partir de les quals el nen es sentís còmode i motivat, que s'hagués d'enfrontar amb reptes que li fossin significatius per aprendre, al mateix temps calia veure en cada sessió quin era el moment més adequat per demanar a l'alumne la seva implicació, esforç i interès per les activitats a realitzar. També es va fer molt important i necessari guanyar-se la seva confiança i despertar la seva curiositat i interès per tal d'aconseguir que acceptés treballar amb un mètode diferent i més obert al que coneixia. A partir de les primeres sessions aproximadament 12, va anar canviant la seva actitud i de mica en mica es poden veure petits progressos però alhora importants en el seu aprenentatge i actitud cap a les matemàtiques.

Un altre dels aspectes que van suposar una limitació al principi, fa referència a la dificultat per crear un espai on treballar les matemàtiques que es diferencien de la resta dels espais, que l'alumne se'l pogués fer seu i li facilités la possibilitat d'aprendre a partir de l'experimentació i manipulació, en un ambient de tranquil·litat on pogués portar a terme les seves descobertes i creacions.

Per altra banda, durant el procés d'aprenentatge, en dues ocasions no es té en compte respectar el temps que l'alumne necessita per resoldre les operacions i que pugui explicar i pensar el procés que aplica tot entenent el que fa. Per motius de salut que requereixen el seu ingrés hospitalari, fa pensar que no podem assolir els objectius decidits al principi del treball i en certa manera és el que fa que en aquestes ocasions ens oblidem de prioritzar que el més important és que aprengui amb il·lusió i motivació, que li serveixi per altres situacions i no tant el nombre d'estratègies de càlcul mental. A partir d'aquest fet cal destacar, que ens ha portat a entendre la importància que té respectar els ritmes d'aprenentatge dels nens i nenes i que s'ha de tenir en compte l'evolució que està fent l'alumne en tot moment, d'acord amb les necessitats que presenta.

El mateix passa amb el nivell de dificultat de les operacions, coincidint en les mateixes sessions i pressionats pel temps, també s'augmenta el nivell de dificultat però no es fa progressivament i no es té en compte el moment evolutiu en el que es troba l'alumne.

## **6.2. Implicacions educatives i futures recerques.**

El treball que es dona a conèixer, pot servir de pauta per a altres docents que s'inicien en el càlcul mental i volen treballar amb una metodologia oberta, se'ls facilita informació teòrica basada en autors referents del tema i una investigació educativa per corroborar el que s'explica, però alhora amb una particularitat i és que el treball es situa en un context específic, a atenció domiciliària. De la qual, no hi ha gaire informació documentada i molt sovint com a docents ens trobem desconcertats, per tant, penso que pot ajudar a altres mestres que es trobin amb alguna situació similar. Pot servir de guia i orientació per saber com afrontar una metodologia d'ensenyament i aprenentatge diferent a la que estem habituats.

És necessari que es conegui la importància del treball rutinari del càlcul mental, donar a conèixer diverses estratègies de càlcul mental per aconseguir que els alumnes siguin competents a l'hora de resoldre operacions i agafar consciència de les habilitats que



progressivament van adquirint, com també com incideixen el tipus d'intervencions que fan els mestres.

Alhora pot servir per conèixer, quines són les dificultats que es poden presentar amb un ensenyament d'aquestes característiques i per tant poder-hi actuar en conseqüència i tenir molt present que no es pot obviar la part emocional en qualsevol procés d'aprenentatge, ja que la motivació és la base de l'aprenentatge, sense motivació és impossible aprendre.

També pot contribuir a conscienciar als docents, de la necessitat que alguns nens i nenes per motius de salut tenen de seguir la seva escolarització des de casa de manera individualitzada, fet que planteja en molts moments suplementar la figura del company/a, creant situacions on l'alumne pugui interaccionar i compartir experiències i aprendre dels altres, i així aconseguir que el seu aprenentatge sigui més motivant i el facin ser més competent per afrontar situacions de la seva vida quotidiana.

No hi ha dubte que aquest treball ha de servir, per entendre que una metodologia oberta, ajuda als nens i nenes a saber explicar com resolen els càlculs, a entendre el que fan i a ser competents especialment amb les matemàtiques.

Puc afirmar que portar a terme aquest treball d'investigació, m'ha aportat molts coneixements i m'ha fet créixer i millorar tant a nivell personal com professional, la realització del Màster en Innovació en Didàctiques Específiques en Matemàtiques, m'ha proporcionat més formació i consciència sobre la importància del càlcul mental i saber els beneficis que aporta als alumnes treballar correctament el càlcul mental diàriament, a partir de l'aplicació de les estratègies de càlcul mental amb les quals m'he basat en el treball de recerca, amb materials, a través del raonament, de les preguntes, etc. dins un clima de tranquil·litat on les aportacions dels alumnes s'escoltin i es valorin.

Em sento satisfeta per la feina feta, ja que tot el que he après, em permetrà ser més competent i tenir més criteri a l'hora de transmetre-ho a altres nenes i nens quan treballi com a docent, contribuint a que el càlcul no sigui per a ells, una tasca avorrida i difícil, sinó una tasca que els doni oportunitats per aprendre, fer relacions amb els nombres i d'aquesta manera aconseguir realitzar càlculs amb més agilitat i fluïdesa. Alhora em pot servir, per poder-ho transmetre a altres docents interessats a canviar la seva tasca educativa, per tal de millorar-la, al mateix temps, per poder conscienciar a futures mestres de la importància que té estar preparada en aquest àmbit, per aportar als alumnes els coneixements necessaris que els

doni seguretat i confiança amb les seves habilitats i capacitats per poder realitzar qualsevol tipus d'operació.

Un cop finalitzada aquesta recerca, es pot dir que es pot fer extensiva a altres àmbits com a atenció hospitalària i per acabar de completar el treball d'investigació portar-ho a terme conjuntament amb altres docents que estiguin impartint classes a atenció domiciliària, i així poder contrastar dades de diferents alumnes, un cop es posi en pràctica i s'hagin obtingut els resultats, veure què passa quan els nens i les nenes aprenen a calcular amb metodologies diferents. Per tant es pot dir, que a la present investigació se li podria donar continuïtat ampliant-la a la resta, multiplicació i divisió.

Situant-nos en aquest punt de la recerca, es pot afirmar, que la pregunta que es qüestionava a la justificació del treball "realment són els alumnes els que tenen dificultats per aprendre o és la metodologia que s'utilitza la que impedeix que els nens i nenes entenguin el que fan i per tant presentin dificultats a l'hora de calcular?", podem veure, que és molt important donar a conèixer estratègies de càlcul mental als nens i nenes, fomentar la seva implicació, que interaccionin i sàpiguen aplicar el coneixement en altres situacions de la vida.

## **7. Bibliografia i webgrafia**

Ablewhite, R.C. (1971). *Las matemáticas y los menos dotados*. Madrid: Morata.

Alsina, C., Burgués, C., Fortuny, J.M., Giménez, J., Torra, M. (1996). *Enseñar matemáticas*. Barcelona: Graó.

Alsina, C. (2007). Si Enrique VIII tuvo 6 esposas, ¿cuántas tuvo Enrique IV? El realismo en educación matemática y sus implicaciones docentes. *Revista Iberoamericana de educación*, 43, 85-101

Bermejo, V. (2004). *Cómo enseñar matemáticas para aprender mejor*. Madrid: Editorial CCS.

Burgués, C., Sarramona, J. (2013). Competències bàsiques de l'àmbit matemàtic. *Identificació i desplegament a l'educació*. Generalitat de Catalunya. Departament d'Ensenyament.

Bueno, D. (2017). *Neurociència per educadors*. Col·lecció Referents 11. Rosat Sensat.

Bryman, A. (2004). *Social research methods*. Oxford university press.

- Canals, M.A. (1992). *Per una didàctica de la matemàtica a l'escola. I. Parvulari*. Barcelona: EUMO Editorial.
- Canals, M.A. (2009). *Primers nombres i primeres operacions*. Barcelona: Associació de Mestres Rosa Sensat.
- Cardona, M.C. (2002). *Introducción a los Métodos de Investigación en Educación*. Madrid: EOS.
- Chamorro, M.C. (2003). *Didáctica de las matemáticas para primaria*. Madrid: Prentice Hall.
- Corbalán, F. (2008). *Las matemáticas de los no matemáticos*. Barcelona: Graó.
- Decret 119/2015, de 23 de juny, d'ordenació dels ensenyaments de l'educació primària. *Diari Oficial de la Generalitat de Catalunya*, 26 de juny de 2015, núm. 6900, p. 1-136
- Fàbregues, S., Paré, M. (2010). El grupo de discusión y la observación participante en psicología. *Universitat Oberta de Catalunya. PID\_00178045. Recuperado de [http://femrecerca.cat/sfabregues/files/pid\\_00178038-3.pdf](http://femrecerca.cat/sfabregues/files/pid_00178038-3.pdf)*.
- García, F.J., Doménech, F. (1997). Motivación, aprendizaje y rendimiento escolar. *Revista Electrónica de Motivación y Emoción vol. 1 n.0 Recuperado el 30 de marzo de 2014, de <http://reme.uji.es/articulo/pa0001/texto.html>*
- García, A. (2018). Importancia de la motivación: Qué es, como interviene en el aprendizaje y 10 consejos para fomentarla. *CogniFit Salud, Cerebro y Neurociencia*.
- Hiebert, J. et al (1997). *Making sense. Teaching and Learning Mathematics with Understanding*. Portsmouth: Heinemann.
- Kamii, C., Baker, L. (2000). *Young children reinvent arithmetic: implications of piaget's theory* (2ª ed.) New York: Teachers College.
- Kamii, C., Dominick, A. (2010). Los efectos negativos de enseñar algoritmos en grados primarios (1ro al 4to). *Revista pedagogía*, 43(1), 59-73.
- Latorre, A., Del Rincón, D. i Arnal, J. (2005). *Bases metodológicas de la investigación educativa*. Barcelona: Ediciones experiencia.

- Martínez, J. (2011). El método de cálculo abierto basado en números (ABN) como alternativa de futuro respecto a los métodos tradicionales cerrados basados en cifras (CBC). *Bordón*, 63(4), 95-110.
- Martínez, F. (2002). El cuestionario. Un instrumento para la investigación de las ciencias sociales. *Laertes, Barcelona*.
- Monereo, C., Pozo, J.I., (1999). *El aprendizaje estratégico*. Madrid: Santillana/ Aula XXI.
- Mora, F. (2017). *Neuroeducación. Solo se puede aprender aquello que se ama*. Madrid: Alianza Editorial.
- Navarrete, B. (2009). La motivación en el aula. Funciones del profesor para mejorar la motivación en el aprendizaje. *Revista Digital, Innovación y Experiencias Educativas*.n.15, 1-4.
- Ortiz, M. (2011). *Cálculo mental en el aula*. Madrid: Editorial CCS.
- Ortiz, M. (2012). *Cálculo mental en el aula en el primer ciclo de educación primaria*. Madrid: Editorial CCS.
- Parrish, S. (2010). *Number Talks: Helping children build mental math and computation strategies. Grades K-5*. California: Math Solutions.
- Parrish, S. (2011). Number Talks build numerical reasoning. *Teaching Children's Mathematics*, 18(3), 198-206
- Quintanal, J., García, B., Riesco, M., Fernández, E., Sánchez, J.C. (2012). *Fundamentos básicos de metodología de investigación educativa*. Madrid: CCS.
- Rodríguez, M., Huertas, J.A. (2000). Motivación y cambio conceptual. *Revista de Investigación Innovación Educativa*, núm. 26.
- Salgado, A.C. (2007). *Investigación cualitativa: diseños, evaluación del rigor metodológico y retos*. Universidad de San Martín de Porres. Perú.
- Teixidó, J.S. (2011). "Aprende a aprender" a l'escola i a l'institut. Desenvolupament de la competència "d'aprendre a aprendre" a l'educació obligatòria. *Revista Catalana de Pedagogia*, 137-162.

Torres, R.C., Agustí, M.F. (2012). *La competència d'aprendre a aprendre. Proposta de desplegament curricular a primària i secundària*. Graó.

Van de Walle, J.A. (2010). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally*. Addison-Wesley Longman, Inc., 1 Jacob Way, Reading, MA 01867; toll-free.

Woods, P. (1987). *La escuela por dentro. La etnografía en la investigación educativa*.

Barcelona, Paidós- MEC.