

**EL JOC COM A EINA EDUCATIVA EN
L'APRENTATGE DE FETS NUMÈRICS BÀSICS
PER MILLORAR EL CÀLCUL MENTAL EN UNA
AULA DE PRIMÀRIA**

Treball de Final de Grau de Mestre
d'Educació Primària

IRMA DARNÉ DUQUE

Curs 2015-16

Tutora: Mireia Jurado Salvans

Departament de Didàctica de les Arts i les Ciències

Universitat de Vic – Universitat Central de Catalunya

13 de maig de 2016

RESUM

Aquest treball d'investigació pretén comprovar si incidint específicament en els fets numèrics bàsics de descompondre el nombre 5 i el nombre 10 a través del joc millora el càlcul mental, evoluciona el tipus d'estratègies additives utilitzades pels infants de 1r de primària de l'Escola Vedruna de Ripoll i s'avança cap al coneixement matemàtic formal. Per aconseguir aquest propòsit, s'han identificat i analitzat els coneixements dels infants en relació a la descomposició del 5 i el 10 i les estratègies emprades a l'hora de resoldre operacions additives. L'anàlisi s'ha dut a terme a partir d'una prova inicial que s'ha tornat a passar després d'haver dissenyat i aplicat una seqüència didàctica basada en jocs per observar i analitzar l'evolució dels aprenentatges adquirits per part dels infants.

Paraules clau: jocs matemàtics, descomposició del 5 i el 10, càlcul mental, estratègies additives, coneixement matemàtic.

ABSTRACT

This research study is expected to verify whether focusing on the basic numeric facts of part-whole relationships using the 5 and 10 through games improves the mental calculation, develops the addition strategies used by first grade students of the Ripoll's Escola Vedruna elementary school and helps them progress towards a formal mathematical knowledge. In order to achieve this objective, the children's part-whole relationship knowledge and their strategies when solving addition calculations have been identified and analysed. The analysis has been performed by using an initial test that students have to complete again after the design and the execution of a game based learning unit, in order to observe and analyse the acquired knowledge evolution.

Key words: mathematic games, part-whole relationships using the 5 and 10, mental calculation, addition strategies, mathematical knowledge.

ÍNDIX

INTRODUCCIÓ	5
1. PLANTEJAMENT.....	7
1.1. Justificació de la investigació	7
1.2. Objectius i hipòtesi de la investigació	8
2. MARC TEÒRIC	9
2.1. El joc com a eina educativa en l'ensenyament-aprenentatge de les matemàtiques	9
2.1.1. Definició de joc.....	9
2.1.2. Classificació i tipus de jocs.....	11
2.1.3. Matemàtiques i joc	12
2.1.4. Com dur a terme el joc a l'aula?	16
2.2. El sentit numèric i les estratègies d'addició en l'ensenyament de les matemàtiques	21
2.2.1. Coneixement intuïtiu, informal i formal.....	21
2.2.2. El sentit numèric: la importància de les relacions entre els nombres	24
2.2.3. Aritmètica informal i formal	28
3. METODOLOGIA.....	34
3.1. Orientació metodològica.....	34
3.2. Context de la investigació i mostreig	35
3.3. Instruments de la recerca.....	37
3.4. Procediment de la recerca	38
4. ANÀLISI DE DADES I RESULTATS	43
4.1. Procés d'anàlisi de dades	43
4.2. Resultats de la prova inicial.....	50

4.2.1. Operació A: 4+1	51
4.2.2. Operació B: 2+3	52
4.2.3. Operació C: 5+5	53
4.2.4. Operació D: 2+8	54
4.2.5. Operació E: 6+5	55
4.2.6. Operació F: 1+9+4	56
4.2.7. Operació G: 3+5+7	57
4.3. Resultats de la prova final	59
4.3.1. Operació A: 4+1	59
4.3.2. Operació B: 2+3	60
4.3.3. Operació C: 5+5	61
4.3.4. Operació D: 2+8	62
4.3.5. Operació E: 6+5	63
4.3.6. Operació F: 1+9+4	64
4.3.7. Operació G: 3+5+7	65
4.4. Comparació dels resultats de les dues proves	67
4.4.1. Operació A: 4+1	67
4.4.2. Operació B: 2+3	69
4.4.3. Operació C: 5+5	71
4.4.4. Operació D: 2+8	72
4.4.5. Operació E: 6+5	74
4.4.6. Operació F: 1+9+4	76
4.4.7. Operació G: 3+5+7	79
4.5. Síntesi general de la comparació de resultats	81
5. CONCLUSIONS I PROSPECTIVA	85
5.1. Conclusions	85
5.2. Prospectiva	90
6. VALORACIÓ FINAL	91
7. REFERÈNCIES BIBLIOGRÀFIQUES	92

INTRODUCCIÓ

Aquest seguit de pàgines que es troben a continuació corresponen al Treball de Fi de Grau en Mestre d'Educació Primària de la Universitat de Vic. Concretament, la recerca s'ha realitzat entorn l'àrea de coneixement de Didàctica de la Matemàtica amb la intenció de descobrir si una seqüència didàctica basada en jocs i centrada en treballar els fets numèrics bàsics de descompondre el 5 i el 10 millora el càlcul mental dels infants de primer curs de primària de l'Escola Vedruna. Específicament, si potencia l'aparició d'estratègies additives més formals i ajuda als infants a evolucionar de tipus de coneixement matemàtic.

L'estructura del treball oscil·la entre dos grans eixos: una fonamentació teòrica i un apartat d'aplicació per donar sentit i fiabilitat a la recerca. Específicament la redacció del treball s'organitza en sis parts ben diferenciades. El primer capítol explica el plantejament de la investigació justificant l'elecció de la temàtica de recerca, presentant els objectius de recerca i la hipòtesi d'investigació.

En el segon capítol es revisa la literatura i s'elabora un marc en el qual es tenen en compte les aportacions d'autors de referència en el camp de la recerca. En la primera part s'exposen diverses definicions del terme joc, es classifiquen els jocs depenent de diferents criteris, s'expliquen els beneficis que aporten els jocs dins l'aula i es detalla com s'ha de dur a terme una seqüència didàctica basada en jocs. En la segona part s'expliquen els tres tipus de coneixement matemàtic, es remarca la importància de desenvolupar en els infants el sentit numèric i es detallen les estratègies informals i formals d'addició.

El tercer capítol conté la part metodològica de la recerca explicant, primerament, l'orientació metodològica, el paradigma d'investigació i la metodologia educativa de la qual parteix l'estudi: la investigació acció. En segon lloc, es presenta el context de la investigació i el mostreig i, seguidament, s'exposen els instruments utilitzats per recollir les dades durant la investigació. Finalment es detalla el procediment de la recerca: planificació, elaboració del pla d'acció, anàlisi i comparació dels resultats i avaluació i valoració de l'eficàcia del pla d'acció.

El quart capítol mostra l'anàlisi de dades i resultats detallant, primer, el procés seguit a l'hora d'analitzar les dades obtingudes en la prova inicial i final. Seguidament es

presenten els resultats d'aquestes proves per descobrir si els infants han evolucionat pel que fa al tipus de coneixement matemàtic i d'estratègies d'addició. Específicament primer es fa un anàlisi detallat de la prova inicial, després de la final i, per últim, es comparen les dues proves.

En el cinquè capítol es detallen les conclusions de la investigació relacionades amb els fonaments teòrics detallats al marc teòric i les dades obtingudes durant l'anàlisi de resultats per verificar la hipòtesi inicial. També s'exposa la perspectiva de l'estudi obrint noves línies d'investigació que podrien ser tractades en un futur. Finalment, el sisè i últim capítol presenta les reflexions i valoracions personals adquirides durant la realització d'aquest treball.

1. PLANTEJAMENT

En aquest capítol s'introdueix el problema de recerca justificant, primer, l'elecció de la temàtica de la investigació. Seguidament es plantegen els objectius que guien i acompanyen la recerca i es formalitza la hipòtesi.

1.1. Justificació de la investigació

Des d'un bon principi tenia clar que volia dur a terme una investigació sobre els jocs com a font d'aprenentatge de les matemàtiques, ja que durant el primer semestre del curs passat, cursant l'assignatura "Les matemàtiques en els projectes", vaig tenir l'oportunitat de conèixer alguns dels beneficis que aporten els jocs en l'aprenentatge de les matemàtiques. Vaig poder posar-me a la pell de nens i nenes de primària jugant i, després, analitzant didàcticament què s'aprenia en base a autors de referència sobre aquesta temàtica. A més, des del primer curs del grau m'ha interessat conèixer altres maneres d'aprendre matemàtiques, ja que la meva experiència escolar metodològicament tradicional no ha estat bona creant, inclús, pors entorn a aquesta àrea de coneixement.

D'altra banda, el contingut matemàtic a tractar a l'hora de dur a terme la part pràctica d'aquesta recerca, és a dir, la seqüència didàctica basada en jocs aplicada a l'aula de primer de primària, va ser escollit posteriorment quan vaig elaborar el diagnòstic de la situació. En altres paraules, quan vaig adonar-me de les dificultats que presentaven els infants de l'aula entorn a un contingut que ja havien tractat durant el primer trimestre: la descomposició de nombres i sumes amb nombres de l'1 al 9. Així doncs, vaig centrar-me específicament en tractar un fet numèric bàsic: la descomposició del nombre 5 i del nombre 10.

Arribats aquest punt, el meu interès de recerca es va focalitzar en dos grans àmbits que, en aquest cas, s'interrelacionen per aconseguir millorar la realitat existent de l'aula: els jocs com a font d'aprenentatge de les matemàtiques i la descomposició del nombre 5 i 10 com a base per millorar el càlcul mental dels infants. Concretament m'interessava posar en pràctica una seqüència didàctica basada en jocs per descobrir si era una bona metodologia per tractar un contingut matemàtic tant elemental i bàsic.

1.2. Objectius i hipòtesi de la investigació

L'objectiu principal de la investigació és el següent:

- Incidir en els fets numèrics bàsics de descompondre el 5 i el 10 a través del joc per millorar el càlcul mental potenciant l'ús d'estratègies additives formals i ajudant als infants a evolucionar cap a un tipus de coneixement matemàtic formal.

Per tal de concretar aquest objectiu principal se'n formulen uns altres d'específics:

- Identificar i analitzar els coneixements dels infants en relació als fets numèrics bàsics de descompondre el nombre 5 i el nombre 10.
- Identificar les estratègies que utilitzen els infants de 1r de primària per resoldre operacions additives.
- Dissenyar i desenvolupar una seqüència didàctica basada en jocs matemàtics amb l'objectiu de millorar el càlcul mental incidint en la descomposició del 5 i del 10 per potenciar l'aparició d'estratègies additives més formals i ajudar als infants a avançar en el tipus de coneixement matemàtic.
- Comprovar si la seqüència ha permès avançar als alumnes en la comprensió i automatització de la descomposició del 5 i del 10 i l'aparició d'estratègies additives, millorant el càlcul mental.

La hipòtesi que es planteja en aquesta recerca és la següent:

Incidint específicament en els fets numèrics bàsics de descompondre el 5 i el 10 a través del joc millora el càlcul mental, evoluciona el tipus d'estratègies additives utilitzades pels infants i s'avança cap al coneixement matemàtic formal.

2. MARC TEÒRIC

En aquest capítol es presenta el marc teòric de la recerca dividit en dos grans apartats: el joc com a font d'aprenentatge de les matemàtiques i l'ensenyament-aprenentatge del contingut matemàtic desenvolupat durant la intervenció elaborada a partir de jocs. En la primera part s'exposen diverses definicions del terme joc, es classifiquen els jocs depenent de diferents criteris, s'expliquen els beneficis que aporten els jocs dins l'aula i es detalla com s'ha de dur a terme una seqüència didàctica basada en jocs. En la segona part s'expliquen els tres tipus de coneixement matemàtic, es remarca la importància de desenvolupar en els infants el sentit numèric i es detallen les estratègies informals i formals d'addició.

2.1. El joc com a eina educativa en l'ensenyament-aprenentatge de les matemàtiques

En aquest apartat, primerament es defineix què és un joc a partir de diferents definicions elaborades per autors de referència en aquest àmbit arribant a una única definició que s'usarà al llarg del treball. Seguidament es realitza una classificació de jocs, primer partint de conceptes generals i, després, focalitzant en el camp de la matemàtica. A continuació s'expliquen les raons per les quals s'han d'utilitzar jocs matemàtics a una aula de primària dividides en dos apartats: raons intrínseques i raons inherents a la naturalesa del joc. Al final, s'elabora una única metodologia basada en diferents autors per dur a terme una seqüència didàctica basada en jocs.

2.1.1. Definició de joc

El joc és una activitat universal que no coneix fronteres. A través de les referències que proporciona la literatura, l'art, l'arqueologia o l'antropologia, es pot descobrir que les cultures més diverses han utilitzat jocs en els seus rituals religiosos per predir el futur, exercitar l'agilitat, la punteria, la perspicàcia o, senzillament, per entretenir-se. De fet, les comunitats humanes sempre han expressat amb jocs la seva interpretació de la vida i del món (Chamoso, Durán, García, Martín, i Rodríguez, 2004).

Socialment el terme joc s'utilitza per referir-se a multitud d'activitats quotidianes que els humans practiquen o presenciïn per entretenir-se i ocupar el seu temps lliure, com per exemple: jocs d'atzar, d'estratègia, de rol, esportius, a l'aire lliure, de taula o

videojocs. No obstant és difícil aproximar-se a una definició que tingui en compte els múltiples significats enllaçats que comporta aquesta paraula. El diccionari de l'Institut d'Estudis Catalans (2007) el defineix com “un entreteniment, exercici recreatiu, sotmès a regles, en el qual entren en competència l'habilitat i la sort dels participants”.

Huizinga (2012:3) considera que “el joc és més vell que la cultura mateixa i s'estén per totes les etapes de la vida com un ferment cultural”. El defineix com una acció o ocupació lliure, que es desenvolupa dins d'uns límits temporals i espacials determinats, segons regles absolutament obligatòries, encara que lliurement acceptades, i acompanyats de sentiments de tensió i alegria produïts pel caràcter competitiu.

Bright, Harvey i Wheeler (1985) i Corbalán (1994) incorporen altres aspectes importants que ajuden a complementar la definició de joc:

- El joc és improductiu, és a dir, els jugadors només aspiren al plaer de guanyar al contrincant.
- És incert i activa la imaginació i la predisposició dels participants a fer prediccions, ja que al començament de qualsevol joc no es coneixen ni els seus resultats ni les múltiples situacions que s'aniran desenvolupant a mesura que vagi avançant el joc.
- Socialment les situacions dels jocs es consideren d'importància mínima.

Bishop (1998) afegeix que el joc és una part integral de la vida i una necessitat sense ser un deure, ni habitual ni real. A més, està estretament relacionat amb la bellesa creant ordre i essent ordre, tenint ritme i harmonia i essent repetitiu. Sovint es relaciona amb l'enginy i l'humor sense ser un sinònim d'aquests termes tenint elements d'incertesa i risc. És aliè a l'antítesi entre seny i bogeria, veritat o falsedat, bo o dolent, vici i virtut, sense tenir una funció moral.

En aquest treball es prendrà com a referència tot el conjunt d'idees que s'han anat desglossant arribant a una única definició que té en compte les característiques aportades per tots els autors de referència en aquest camp: *el joc es caracteritza per ser una activitat humana lúdica, lliure, reglada, limitada espacial i temporalment,*

competitiva, improductiva i de resultat incert, d'importància social i necessari per a la vida.

2.1.2. Classificació i tipus de jocs

Al llarg de la història, els jocs s'han classificat de maneres molt diverses tenint en compte diferents característiques. La classificació de Roth (1902, citat a Bishop, 1998: 4) engloba pràcticament totes les tipologies de joc existents en diverses cultures en funció de si són imaginatius, realistes (utilitzant objectes naturals), imitatius, discriminadors (jugar a amagar), competitius (combats), propulsius o de plaer.

Gairín (1990) realitza una classificació focalitzada en l'àrea de matemàtiques distingint els jocs a partir de dues característiques ben diferenciades:

1. Jocs de coneixement. Els jugadors han d'utilitzar conceptes o algorismes durant el seu torn, com per exemple: multiplicar o calcular l'àrea d'una figura plana. Es distingeixen tres nivells d'aplicació en aquest tipus de joc:

- Pre-instruccional. A través del joc l'alumne descobreix un concepte matemàtic. És a dir, el joc és l'únic vehicle per l'aprenentatge.
- Co-instruccional. El joc és una activitat més de les diferents activitats que el docent utilitza per ensenyar un bloc temàtic. És a dir, el joc acompanya a altres recursos d'aprenentatge.
- Post-instruccional. Els infants ja han treballat un tema i mitjançant el joc es reforcen els aprenentatges. És a dir, el joc serveix per consolidar l'aprenentatge.

2. Jocs d'estratègia. Els jugadors han de posar en pràctica habilitats, raonaments o destreses directament relacionades amb la manera en la qual habitualment procedeixen les matemàtiques. Aquests poden ser de dos tipus:

- Personals: el jugador ha de trobar una forma de resoldre la situació.
- Multipersonals: l'objectiu és guanyar al contrincant.

Chamoso et al. (2004) incorporen un altre tipus de joc en el llistat anterior:

- 3. Jocs d'atzar.** Es caracteritzen per tenir un desenvolupament completament aleatori depenent del resultat que s'obtingui quan es tira un dau o s'extreuen cartes d'una baralla. Són jocs que resulten familiars als infants i proporcionen oportunitats per buscar regularitats, realitzar recomptes sistemàtics i assignar probabilitats.

D'altra banda, Fosnot i Dolk (2001) realitzen una altra classificació que permet atendre a la diversitat d'una aula entenent que tots els infants són diferents i que, per tant, necessiten treballar a partir d'activitats que permetin atendre a tots els nivells de coneixement:

- **Jocs de taula (*Board games*).** L'autora determina que gairebé tots els jocs de taula que incorporen caselles tenen potencial d'incorporar grans i rics moments matemàtics. Alhora s'han de crear moments de reflexió realitzant preguntes adaptades als coneixements de cada infant per aconseguir aflorar l'aprenentatge d'aspectes matemàtics.
- **Jocs de cartes (*Card games*).** Aquesta tipologia de jocs permet, sobretot, treballar el concepte de cardinalitat i el desenvolupament d'estratègies de càlcul. A més, facilita el treball amb infants que posseeixen diferents nivells d'aprenentatge, ja que les cartes disposen de símbols per comptar.
- **Jocs de daus (*Dice games*).** Segons l'autora, els jocs de daus proporcionen exactament els mateixos avantatges que les dues tipologies anteriors permetent la pràctica de conceptes, procediments i estratègies matemàtiques.

2.1.3. Matemàtiques i joc

El joc pot ser una eina útil en l'ensenyament de qualsevol matèria, ja que aquest connecta amb els interessos de l'infant, forma part de la seva naturalesa i és bàsic pel seu creixement intel·lectual. El joc crea una zona de desenvolupament pròxima en el nen o nena que és generadora de nous aprenentatges. No és un tret predominant de la infància, sinó un factor bàsic del desenvolupament (Vygotski, 1979).

Concretament en l'ensenyament de les matemàtiques, el joc presenta multitud de beneficis, no només per raons lúdiques, sinó també per raons intrínseques de la mateixa disciplina. Guzmán (1984) exposa que el joc ben reglat i posseïdor de certa riquesa de moviments, presenta un anàlisi intel·lectual semblant al pensament matemàtic. Segons aquest autor, la matemàtica, per la seva naturalesa, és també un joc perquè reclama la coneixença d'unes regles, la seva familiarització i l'aplicació de tècniques simples que, a mesura que es van repetint, condueixen a l'èxit.

Gairín (1990) argumenta que moltes persones pensen que la matemàtica és una disciplina que exigeix molta serietat i, no obstant això, l'autor defensa que la major part dels matemàtics consideren que, entre d'altres aspectes, la matemàtica és un apassionant joc amb moltes ramificacions i nombroses aplicacions a altres disciplines. Segons Gardner (1995), el joc és un dels mètodes més adequats per a transmetre als infants el profund interès i entusiasme que les matemàtiques poden generar:

El millor camí per despertar a un estudiant consisteix en oferir-li un intrigant joc, trencaclosques, truc de màgia, acudit, paradoxa, apariat de naturalesa matemàtica o qualsevol d'entre una vintena de coses que els professors avorrits tendeixen a evitar perquè semblen frívols (Gardner, 1995: pròleg).

Bishop (1998) afegeix que els jocs han estat la base de les principals idees matemàtiques, particularment en la probabilitat, però també més generalment en la teoria dels números, en la geometria i en l'àlgebra. A més, l'autor mostra una altra similitud entre la matemàtica i un tipus de joc concret: l'imitatiu. L'activitat matemàtica consisteix en el desenvolupament de certs tipus de models de realitat i, per tant, els jocs imitatius poden ser una base important en l'aprenentatge d'aquesta disciplina. La descontextualització d'una idea o d'un procés des de la realitat fins a l'abstracció de la realitat és una part important de la manera en que s'han generat les idees matemàtiques i, per tant, els jocs d'experimentació poden ser una part important en l'educació matemàtica.

Edo (1998) presenta les relacions entre el joc i la matemàtica i afirma que tenen especial importància en l'educació primària:

- Raonament lògic: en multitud de jocs hi intervenen estratègies, és a dir, el jugador ha de descobrir i aplicar alguns procediments que l'ajudin a resoldre la situació en la qual es troba.

- Numeració i càlcul: en molts jocs de cartes o daus es manegen números, quantitats i càlculs. Per tant, una de les relacions més obvies entre joc i matemàtica és la possibilitat d'augmentar la capacitat de càlcul mental. Aquests jocs també poden ajudar a comprendre millor les operacions i les seves propietats, a adquirir nous conceptes com el valor de posició en el sistema de numeració, a descobrir regularitats, a treballar estratègies numèriques generals, etc.

Tot i ser variades i profundes les relacions entre jocs i matemàtiques, segons Chamoso et al. (2004) existeixen altres raons inherents a la naturalesa del joc per utilitzar aquest recurs a una aula que a continuació es llisten:

- Són activitats atractives i acceptades amb facilitat pels estudiants que les troben variades i les reconeixien com a elements de la seva realitat. Poden crear un ambient lúdic que contribueixi a despertar la curiositat dels infants i els ajudi a gaudir de l'alegria del descobriment i el plaer del coneixement. Inclús la utilització de jocs a l'aula facilitarà esquivar el rebuig d'alguns alumnes en relació aquesta matèria i superar bloquejos d'altres. Amb tot, s'espera que la classe sigui més participativa, pràctica, recreativa i amena.
- S'aprofita la motivació excepcional que provoquen les activitats recreatives per demostrar que les matemàtiques no són avorrides ni difícils.
- Qualsevol situació de joc que es plantegi a l'aula afavorirà el desenvolupament social dels i les alumnes, ja que estimularà el tracte amb altres persones, la col·laboració entre iguals i el treball en equip, l'acceptació de les normes, la comunicació i discussió d'idees, el reconeixement dels èxits dels demés i la comprensió dels propis errors. El joc introdueix elements com la novetat, la sort o la variabilitat. Això afavoreix a la igualtat entre tots, incloent el docent. Aquest nou ambient ajuda a canviar el paper dels infants a l'aula creant una instrucció més cooperativa, ja que tots manipulen, aprenen i ensenyen.
- Requereixen esforç, rigor, atenció i memòria, estimulen la imaginació, afavoreixen la creativitat i ensenyen a pensar amb esperit crític. Fomenten la independència, desenvolupen la capacitat per seguir instruccions, permeten manejar conceptes, procediments matemàtics i destreses de coneixement en

general, i afavoreixen la discussió sobre matemàtiques i un ús ric de formes d'expressió.

- Es recomanen com a generadors d'aprenentatges duradors. Les habilitats adquirides en condicions d'aprenentatge agradables es retenen normalment durant períodes de temps més llargs que les que s'adquireixen per imposició o en condicions adverses essent oblidades després de superar metes a curt termini com els exàmens.
- Poden ser compreses i apreciades sense la necessitat de tenir molts coneixements previs de matemàtiques provocant situacions on tots els i les alumnes poden investigar algun aspecte matemàtic. A més, permeten una correcció immediata de la solució, ja que si no és l'apropiada no s'arriba al resultat desitjat.

Bright et al. (1985) exposen altres raons i beneficis per jugar a l'aula, com per exemple: la possible millora d'alumnes de baix rendiment escolar, adquisició de coneixements i destreses igual o millor que en altres situacions d'aprenentatge i més bona preparació per a la resolució de problemes. Guzmán (1984) sobretot remarca els avantatges de tipus psicològic i motivacional que aporta el joc exposant que freqüentment moltes persones que es declaren incapaces de tota la vida per a la matemàtica gaudeixen intensament amb trencaclosques i jocs en que l'estructura poc defereix de la matemàtica.

L'autor segueix argumentant que concretament en aquestes persones existeixen bloquejos psicològics que ennuvolen la seva ment quan s'adonen que una qüestió que se'ls proposa, molt més senzilla potser que el joc que practiquen, té a veure amb el teorema de Pitàgores, per exemple. Aquests bloquejos són causats molt freqüentment a la infància, on a absurdes preguntes inicials totalment immotivades seguien respostes aparentment inconnexes que feien de la matemàtica una bola inextricable cada vegada més absurda i complicada.

Edo (1998) també assegura que els jocs poden ser una activitat satisfactòria, generadora de diversió i inclús de plaer i que ajuden a reforçar o consolidar aprenentatges conceptuals, procedimentals i d'actitud. Concretament augmenten les habilitats de càlcul mental, el desenvolupament de la capacitat de classificació, seriació comprensió del número, comprensió i ubicació espacial i temporal i el

desenvolupament del llenguatge matemàtic. Els jocs també ajuden a diversificar les propostes didàctiques, afavorir el desenvolupament de l'autoestima dels infants, relacionar la matemàtica amb una situació generadora de diversió i connectar algun contingut matemàtic amb una situació pròxima a la realitat extraescolar.

En definitiva, com afirma Bishop (1998: 9), "hi ha bones raons culturals, matemàtiques, educacionals i psicològiques per incloure els jocs a una classe de matemàtiques". A més, els jocs permeten el desenvolupament de l'àrea social, política, moral, emocional i cognitiva de l'infants i el més important, acaben amb la por i aversió que els i les alumnes tenen a les matemàtiques.

2.1.4. Com dur a terme el joc a l'aula?

En aquest apartat primer s'expliciten els aspectes previs que s'han de tenir en compte a l'hora d'introduir jocs matemàtics a l'aula com a recursos didàctics. Posteriorment, es detalla com ha de ser el disseny de la planificació i el desenvolupament d'una seqüència didàctica basada en jocs. Tot i que existeixen multitud de metodologies que tracten els jocs a l'aula, donada la naturalesa d'aquesta recerca únicament s'han inclòs els autors següents: Edo (1998), Gairín (1990) i Curth (2001).

Consideracions prèvies

Naturalment no tots els jocs són vàlids ni significatius per a l'aprenentatge de les matemàtiques. Però segons Bishop (1998) tampoc cal que els jocs tinguin com a màxim objectiu els continguts específics d'aquesta àrea, sinó que també és vàlid que a partir dels jocs es tractin idees matemàtiques més generals com les regles, els procediments, plans, estratègies i models. De fet, el joc té una estreta relació amb el raonament matemàtic i és la base del raonament hipotètic.

Edo (1998) és partidària del joc com una eina necessària per aprendre, però sense aïllar-la de l'aula ni considerar-la una activitat de poc valor atribuint-li les característiques de gratuïtat, entreteniment, tonteria, pèrdua de temps, etc. L'autora exposa que els adults hem comés l'error de considerar el joc només com una activitat de distracció, d'esplai o d'alliberament de tensions produïdes per les activitats escolars. És freqüent contraposar el joc a la idea de "treball seriós" associant aquest

últim terme amb productivitat, operativitat, aprenentatge, obligatorietat, esforç i rendiment. Per tant, els jocs no són únicament activitats d'esbarjo, s'han d'entendre com una pràctica habitual i seriosa a l'escola

Seguint les indicacions d'Edo (1998), convé oblidar que divertit és el contrari d'avorrit, però no de seriós. És més, per aprofitar els jocs des d'un punt de vista educatiu s'han de tractar i practicar amb absoluta serietat. Lligat a aquest concepte, cal tenir present que els jocs s'utilitzen a qualsevol edat, ja que els avantatges d'aprendre en un ambient agradable són independents d'aquesta.

Tal i com argumenta Edo (1998), els jocs s'han d'usar de manera habitual a l'aula i no en circumstàncies excepcionals, ja que es corre el risc que es considerin activitats especials i rares. Hi ha una resistència per part de les famílies dels infants a que els seus fills i filles juguin a l'escola i, també, part d'oposició entre el professorat, ja que els seus efectes no són ràpids ni fàcilment quantificables. Però si que són més duradors, com ja s'ha exposat anteriorment.

Guzmán (1984) exposa que el joc ben seleccionat i ben presentat a l'aula pot ser un element auxiliar de gran eficàcia per aconseguir amb més profunditat els objectius de l'ensenyament entenent que aquests consisteixen en ajudar a l'infant a desenvolupar de forma harmoniosa la seva ment i les seves potencialitats intel·lectuals, sensibles, afectives i físiques. Chamoso et al. (2004) aclareixen que els jocs són un recurs didàctic més i, com qualsevol altre instrument, ha d'incorporar-se a l'aula de manera premeditada i planificada amb una programació prèvia que tingui en compte tots els factors del procés d'ensenyament-aprenentatge, com per exemple, els coneixements previs dels infants. Evidentment, en cada cas s'ha de valorar si el joc és l'eina més adequada per aconseguir els objectius proposats.

A més, quan els jocs s'incorporen a l'aula, si es pretén que no es desvirtuïn aconseguint avenços pel que fa a l'aprenentatge, cal cuidar les característiques que el defineixen tal i com exposaven Chamoso et al. (2004):

- *Lúdica i improductiva*: en el moment de la seva presentació han de considerar-los un divertiment i utilitzar-los exclusivament per jugar. La utilitat didàctica sorgirà en el desenvolupament posterior si es treballen de forma adequada.

- *Lliure*: si no s'aconsegueix despertar en els estudiants el desig de joc, aquest perdrà el sentit convertint-se en un simple exercici rutinari.
- *Amb regles pròpies, limitats espacial i temporalment*: les sessions de classe estan limitades temporalment i, per tant, si es vol treure profit d'un joc, convé que aquesta sigui de poques regles i fàcil de comprendre. Moltes normes i complicades no conviden a jugar i, inclús, poden suposar un bloqueig inicial. A més, seria desitjable que el desenvolupament de les partides fos ràpid, ja que el participant pot avorrir-se si la partida sura molt.
- *De resultat imprevisible*: si són molt previsibles els infants es cansaran de seguida.

Metodologia basada en jocs

Per aconseguir la quantitat de beneficis citats anteriorment, cal dissenyar adequadament una proposta coherent que programi detalladament la planificació i el desenvolupament que es durà a terme per realitzar una programació basada en jocs. Edo (1998) proposa el disseny que ella mateixa va seguir per revisar, modificar i millorar un taller de jocs i matemàtiques que es realitzava a una escola, concretament a Cicle Inicial:

- Establir els objectius generals a partir de les següents preguntes, per exemple: Per què es vol ensenyar matemàtiques a partir de jocs? Què es pretén aconseguir?
- Concretar els continguts matemàtics que es prioritzen.
- Dissenyar la situació didàctica inicial seguint aquests passos:
 - Nombre d'infants que participen
 - Nombre de docents que intervenen
 - Espais
 - Conèixer el temps que es disposa en cada sessió.
 - Determinar la quantitat de jocs que es jugaran, quantes vegades es repetirà el mateix joc i si la dificultat d'aquests serà progressiva.

- Acordar qui escull el joc, quins i per quin motiu es seleccionen.
 - Definir què s'espera que aprenguin els participants en cada joc: continguts, objectius i sistemes d'avaluació.
 - Decidir com seran les sessions de joc i qui presenta cada joc nou.
 - Idear la manera per evitar la decepció i la pèrdua d'interès en els i les alumnes.
 - Comunicar als infants des d'un principi què farem, com i amb quina finalitat.
 - Preveure la destinació d'un temps per conversar amb els infants abans, durant i després respecte a "què creuen que poden aprendre" i "què han après" jugant als jocs proposats.
 - Crear les agrupacions d'infants.
 - Determinar el paper del docent en totes les situacions possibles.
 - Escollir els instruments adequats segons el que es vol observar i avaluar.
- Disseny final: periòdicament es van revisant les situacions inicials resolvent les qüestions plantejades i introduint modificacions.

Segons Gairín (1990), quan l'experiència ja està dissenyada, cal que el docent tingui en compte una sèrie de consideracions: practicar el joc prèviament a la presentació d'aquest als infants per conèixer en profunditat les regles i les seves estratègies i gaudir-lo; proposar el joc a l'alumnat en el moment precís practicant-lo de forma correcta, dedicant una preparació prèvia i augmentant la dificultat progressivament; i aconseguir que tots els infants participin en el joc arbitrànt mesures perquè tot l'alumnat pugui arribar a la solució sense que es faci pública abans que tots l'hagin obtingut.

També cal estructurar la posada en pràctica dels diferents jocs escollits i programats. Curth (2001) mostra la planificació d'aquesta fase dividida en tres etapes ben diferenciades:

1. **Joc:** en aquesta etapa es dur a terme la comprensió del joc, les regles a seguir i l'objectiu final d'aquest.
2. **Reflexió:** aquesta etapa es compondrà per activitats que es desprenguin de la mateixa activitat lúdica, com per exemple, plantejant situacions hipotètiques

que podrien haver passat jugant. És important preveure moments de treball individual i alhora treball col·lectiu creant grups reduïts d'infants, ja que ambdós proporcionen diferents aprenentatges complementaris.

3. Confrontació: cal disposar d'un temps en l'organització de l'aula amb la finalitat que els infants presentin i discuteixin les resolucions de les activitats. Aquesta etapa representa el tancament de les activitats proposades permetent simultàniament el compliment de diferents objectius:

- Promou l'adequada verbalització de les activitats: ús apropiat del llenguatge, terminologia, enriquiment del vocabulari, etc.
- Posa en evidència les diferents estratègies que els infants han seguit durant el temps de joc. D'aquesta manera podran adonar-se que hi ha altres estratègies més adequades, més senzilles o simplement diferents de la pròpia.
- Permet valorar els hàbits de seguir, entendre i valorar el raonament aliè, fonamentar els desenvolupaments, justificar el raonament propi, realitzar conjeitures, escoltar al company, admetre els propis errors, aprendre a treballar en grup, etc.

2.2. El sentit numèric i les estratègies d'addició en l'ensenyament de les matemàtiques

En aquest apartat es contextualitza l'evolució que els infants haurien de desenvolupar al llarg de l'educació infantil i primària per adquirir els procediments i continguts de la matemàtica formal. Per tant, primerament s'expliquen els tipus de coneixement matemàtic que els infants haurien d'adquirir a mesura que creixen. A més, s'exposa breument la dualitat existent entre aprendre a partir de la memorització o l'automatització.

Seguidament es desenvolupa més àmpliament què és el sentit numèric i la seva importància en l'ensenyament de les matemàtiques, així com també s'anoten i s'argumenten les quatre relacions que ajuden a desenvolupar el sentit numèric. Finalment, es detallen les estratègies informals d'addició que els infants segueixen alhora de resoldre operacions i s'anuncien les estratègies formals pròpies de cursos més elevats de primària.

2.2.1. Coneixement intuïtiu, informal i formal

Baroody (1988) nega la proposició que durant molt temps s'ha cregut: *els infants preescolars manquen essencialment de pensament matemàtic*. És més, l'autor defensa que el coneixement que aquests posseeixen és necessari per adquirir els procediments i continguts de la matemàtica escrita i simbòlica que tots coneixem. Per aquest motiu, gradua tres tipus de coneixement que els infants haurien d'adquirir a mesura que creixen:

Coneixement intuïtiu

Els infants preescolars posseeixen el sentit numèric bàsic, és a dir, tenen un procés d'enumeració o correspondència que els permet distingir entre petits conjunts d'objectes i comprendre "igual", "diferent" i "més". Concretament, saben senyalar amb exactitud els conjunts que tenen més elements de manera intuïtiva per l'extensió o la longitud que ocupen, és a dir, escullen per l'aparença o percepció que mostren. També reconeixen si una col·lecció ha estat alterada a causa de l'addició o sostracció d'objectes. El fet que distingeixin entre números petits no garanteix que puguin ordenar-los per ordre de magnitud.

Coneixement informal

Tot i que el coneixement intuïtiu constitueix la base del desenvolupament matemàtic, els infants troben que aquest coneixement simple i planer no és suficient per abordar tasques quantitatives. Per tant, es recolzen cada vegada més en instruments més precisos i fiables: numerar i comptar. Quan els infants ja s'han après els noms dels números, aproximadament cap als dos anys d'edat, usen la paraula "dos" per designar totes les pluralitats: dos o més objectes. Més endavant, comencen a utilitzar la paraula "tres" per designar "molts" (més de dos objectes). A l'etiquetar col·leccions amb números, els nens posseeixen un mitjà precís per determinar "igual", "diferent" i "més". Els preescolars inclús arriben a descobrir que comptar pot servir per determinar exactament els afectes d'afegir o sostreure quantitats d'una col·lecció.

Però aquest coneixement es fa cada vegada menys útil a mesura que els nombres són més grans. El temps i l'esforç mental requerits per comptar o calcular de manera informal es fan enormes i arriben a ser prohibitius. A mesura que els números augmenten, els mètodes informals es van fent cada vegada més propensos a l'error. En realitat, els infants poden arribar a ser completament incapaços d'usar procediments informals amb números grans. Encara que els mètodes informals proporcionin una solució immediata, no poden proporcionar registres a llarg termini.

Coneixement formal

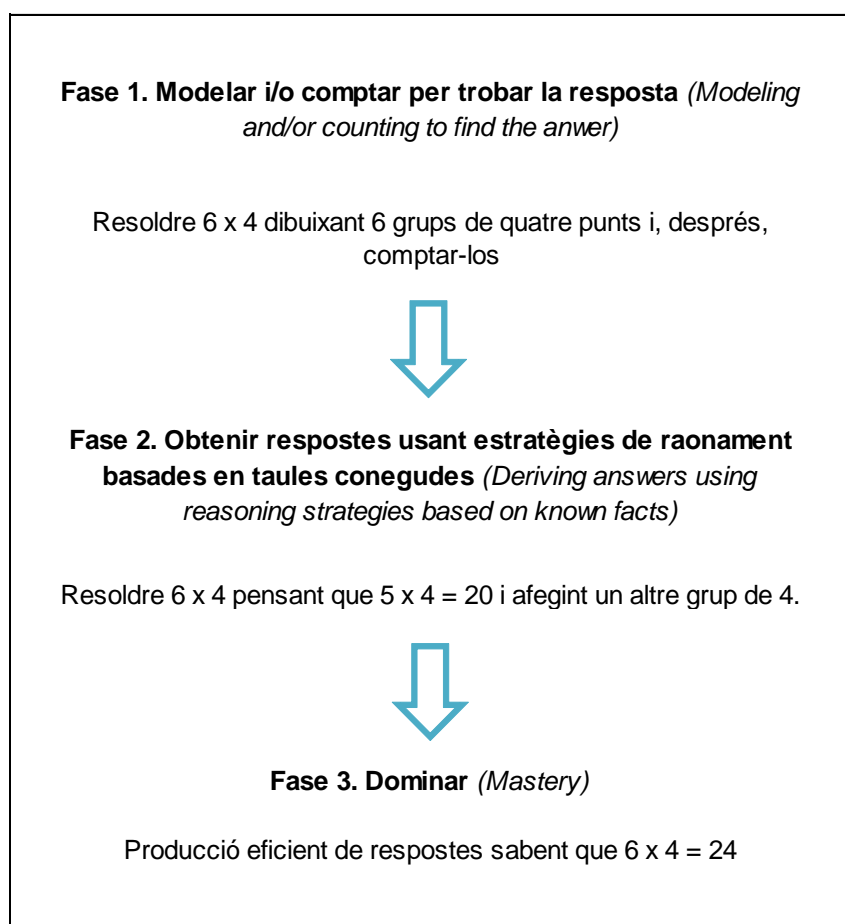
En poques paraules, el coneixement formal és la matemàtica escrita i simbòlica que s'imparteix a les escoles i permet als infants pensar d'una manera més abstracta i poderosa, i emprendre amb eficàcia els problemes en els quals intervenen números grans. És essencial que els nens i nenes aprenguin els conceptes dels ordres d'unitats de base deu i que pensin en desenes i múltiples de deu per obtenir flexibilitat i facilitat per dur a terme una àmplia gama de tasques matemàtiques, com per exemple realitzar aritmètica mental amb nombres de varies xifres. Cal tenir present que molts infants poden seguir aferrats als mètodes informals després d'haver presentat els algoritmes per a realitzar operacions portant-ne.

El coneixement informal té un paper crucial en l'aprenentatge significatiu de la matemàtica formal. Per tant, l'ensenyament formal ha de basar-se en el coneixement matemàtic informal dels infants. Per aconseguir-ho, els docents han d'explotar les potencialitats informals perquè l'ensenyament formal sigui significatiu i interessant. En

general, les llacunes existents entre el coneixement informal i la instrucció formal poden explicar les dificultats d'aprenentatge. Quan l'ensenyança formal s'introdueix massa ràpid sense tenir en compte els coneixements previs dels infants el resultat és un aprenentatge memorístic i mecànic.

Encara que l'operació bàsica en la qual es centren Kling i Bay-Williams (2015), la multiplicació, s'allunya de la línia d'investigació d'aquesta recerca, la suma, el procés que desglossen per aprendre les taules de multiplicar sí que hauria de ser semblant per automatitzar els fets numèrics bàsics (com descompondre el nombre 5 i 10). Específicament aquests autors defensen que els estudiants que aprenen les taules de multiplicar a través de mètodes tradicionals, generalment no retenen les taules perquè directament es passa de la fase 1 a la fase 3.

Taula 1. Fases del domini de les taules bàsiques



Nota. Adaptat de Kling i Bay-Williams (2015: 550)

Altres autors com Fosnot i Dolk (2001) també han reflexionat sobre la polèmica decisió de memoritzar les addicions i sostraccions bàsiques (fins a 20) mitjançant exercicis de

repetició o entendre les relacions entre els dos processos, com si aquestes aproximacions fossin contràries. Les autores exposen que el resultat d'aquest debat ha estat extremista, és a dir, o bé se'ls fa comptar amb els dits o se'ls fa memoritzar taules de suma i resta aïllades.

Entendre la suma i la resta i les seves relacions és necessari per adquirir un aprenentatge significatiu, però no és suficient a l'hora d'operar amb nombres més elevats. Alhora, memoritzar les operacions bàsiques no ajuda a desenvolupar les relacions entre els nombres ni a desenvolupar estratègies que més endavant seran necessàries.

Davant aquesta dualitat, Fosnot i Dolk (2001) plantegen la idea de canviar la paraula "memoritzar" per "automatitzar" a la fi d'aconseguir que els infants pensin en les relacions dels nombres i acabin "automatitzant" una operació bàsica mitjançant la focalització en les relacions en comptes de les repeticions. Quan les relacions són el focus, hi ha menys taules per aprendre i les idees més abstractes com la compensació, la inclusió jeràrquica i les relacions part-tot (*part-whole*) comencen a fluir. A més a més, si un infant oblida la resposta d'una operació té una manera ràpida d'arribar a la solució.

2.2.2. El sentit numèric: la importància de les relacions entre els nombres

Per aconseguir que els infants avancin en el seu propi aprenentatge fins arribar a un coneixement formal és necessari que desenvolupin el sentit numèric. Howden (1989, citat a Van de Walle, Karp i Bay-Williams, 2013: 129) descriu aquest concepte com una "bona intuïció sobre els nombres i les seves relacions. Es desenvolupa gradualment com a resultat d'explorar nombres, visualitzant-los en una varietat de contextos, i relacionant-los en maneres que no estan limitades per algorismes tradicionals".

Van de Walle et al. (2013) afegeixen que el sentit numèric és essencial per desenvolupar el coneixement dels estudiants sobre la magnitud dels nombres, les múltiples maneres de pensar sobre la representació dels nombres, utilitzar els nombres com a referència i desenvolupar percepcions acurades sobre els efectes de les operacions de nombres. És a dir, els i les alumnes a mesura que treballen les relacions i connexions entre els nombres, gradualment adquireixen flexibilitat en el

pensament numèric. Inclús continuen desenvolupant el sentit numèric a mesura que comencen a utilitzar nombres en operacions, construir un coneixement del valor de posició i concebre mètodes flexibles de computació i fer estimacions involucrant nombres grans, fraccions, decimals i percentatges.

Els mateixos autors, Van de Walle et al. (2013) anoten que, malauradament, els llibres de text tradicionals directament tracten l'addició i sostracció sense haver treballat suficientment les relacions entre els nombres. En conseqüència, els infants tenen un coneixement massa limitat per poder introduir nous temes i, sovint, continuen comptant d'un en un per solucionar problemes simples tenint dificultats per assolir els coneixements bàsics. De fet, quan els nens i nenes obtenen el concepte de cardinalitat i poden usar les seves habilitats de comptar de manera significativa, ja no poden aconseguir molt més en relació a les activitats de comptar. A partir d'aquest punt, s'ha d'arribar a crear relacions que no estiguin lligades únicament al concepte de comptar amb la finalitat de desenvolupar el sentit numèric dels infants. Van de Walle et al. (2013) llisten les quatre relacions que els infants poden i haurien de desenvolupar amb els números:

1. Reconeixement de patrons (*Patterned sets*)

Els infants poden aprendre a reconèixer patrons numèrics identificant-los amb nombres sense haver de comptar-los. Els més comuns són els patrons de punts que apareixen en un dau i, de fet, són els més útils, ja que formen part de molts jocs tradicionals per a infants i adults. Quan els i les alumnes aprenen aquets patrons els hi és més fàcil fer composicions, ja que reconeixen instantàniament un patró (subitizing) i l'associen al nombre concret que li correspon.

2. Un i dos més, un i dos menys (*One and two more, one and two less*)

Quan els infants aprenen a comptar no saben de quina manera està relacionat un número amb un altre, ja que únicament relacionen paraules que representen a números amb objectes fins que ja no queden més objectes per comptar (per exemple: la paraula "u" la relacionen amb un dit i la paraula "dos" amb dos dits).

Per poder reflexionar sobre la relació entre els nombres, cal que els infants aprenguin que 6 i 8 són "dos més que 6" o "dos menys que 8" en comptes de

“ve després de dos cops” o “ ve abans de dos cops”. En les dues últimes expressions es pot apreciar que els infants exclusivament es basen en la recta numèrica sense identificar les relacions que existeixen entre els dos nombres. És important que acabin aprenen, sense la necessitat de comptar, que 7 és un més que 6 i també dos més que 9, per exemple.

3. Ancoratges o punts de referència del 5 i el 10 (*Anchors or benchmarks of 5 and 10*).

El número deu juga un paper molt important en el nostre sistema numèric i, tanmateix, el nombre cinc també. Per això és molt important desenvolupar les relacions dels números de l'1 al 10 amb els números 5 i 10. S'ha d'aconseguir que els infants tinguin clares aquestes relacions existents en base el cinc i el deu per pensar sobre diferents combinacions de nombres (per exemple, considerar de quina manera el coneixement del 8 com a “5 i 3 més” i com a “2 per arribar a 10” pot jugar un rol en cadascun dels següents casos: $5+3$, $8+6$, $8-2$, $8-3$, $8-4$, $13-5$). Més endavant, relacions similars poden ser utilitzades en el desenvolupament de les habilitats de càlcul mental en nombres més grans, com per exemple $68 + 7$.

El model més comú i potser el més important perquè els infants practiquin aquesta relació és la graella del 10 (ten-frame). Aquesta graella és simplement una matriu de 2×5 en la qual es situen peces o punts per il·lustrar nombres. És recomanable incorporar primer la graella del 5 (five-frame) per començar a explorar les possibles relacions existents. Al principi, molts infants necessitaran comptar cadascuna de les peces que incorporen a la graella i, inclús, per construir nous nombres els i les alumnes trauran totes les peces de la cartolina per representar el nombre a partir d'una graella buida. Però de seguida ajustaran els nombres afegint o traient només els números que fan falta donant per sabut que quan una fila està plena és perquè simbolitza el nombre cinc sense haver-lo de comptar.

El més important de tot és no pressionar els infants, ja que amb pràctica continuada aquests aniran aprenen les relacions. Observar com utilitzen la graella del 10 pot ajudar a descobrir com els i les alumnes desenvolupen el seu concepte numèric.

4. Relacions part-part-tot (*Part-Part Whole Relationships*)

Chapin i Johnson (2006: 17) exposen que els infants han d'entendre les relacions que existeixen entre els nombres com una part i el tot (*Part-Whole*). És a dir, els infants han d'entendre que les quantitats són interpretades com a composicions d'altres nombres, per exemple: el número 6 és un tot i comprèn petits grups o parts com l'1 i el 5 o el 2 i el 4. Quan els nens i les nenes són capaços de determinar un nombre com un conjunt d'altres nombres ja estan preparats per començar a entendre la descomposició de nombres.

Chapin i Johnson (2006: 17) continuen explicant que l'aprenentatge de relacions requereix temps i és bastant comú trobar infants de cicle inicial de primària que presenten dificultats per fer construccions amb nombres del 7 al 12. Però en general, si els infants aprenen d'aquesta manera mitjançant la composició dels nombres, els serà més fàcil aprendre els conceptes numèrics, la resolució de problemes i el valor de posició; a diferència dels infants que aprenen comptant. Baroody (1988) afirma que comptar té poc o res a veure amb el desenvolupament del concepte numèric, ja que hi ha molts nens i nenes que aprenen a recitar la sèrie numèrica però sense dotar-la de significat.

Per contra, segons Van de Walle et al. (2013) encara que els infants aprenguin a comptar amb significat un conjunt d'objectes, aquesta pràctica no provoca que aquests pensin en els nombres i les seves relacions. Per tant, proposa realitzar activitats en els quals els infants hagin de dir en veu alta o escriure les possibles combinacions de nombres que formen un número per promoure el pensament reflexiu focalitzat en les relacions de part-tot (*Part-Whole*). Les activitats escrites que es poden dur a terme poden ser plantejades de diverses maneres: dibuixant, completant espais en blanc o incorporant equacions d'addició en el cas d'haver-les treballat ($3+5=8$). A més, l'autor subratlla que és important introduir el nombre zero en les relacions part-tot perquè els infants entenguin que, per exemple, el nombre 7 també pot ser $0+7$.

2.2.3. Aritmètica informal i formal

Consideracions prèvies

Baroody (1988) exposa que els conceptes informals d'addició i sostracció guien els intents dels infants per a construir procediments aritmètics informals. Per exemple, per sumar un més a tres, molts nens i nenes comencen comptant fins a tres i després es limiten a comptar una unitat més (1, 2, 3; 4). Els infants descobreixen ràpidament que les relacions entre un número i el que el segueix s'apliquen a problemes $N+1$ i que les relacions entre un número i l'anterior poden aplicar-se a $N-1$. També poden saber que després d'un nombre qualsevol de la recta numèrica, si se'ls demana $3+1$ només han de dir el número que el segueix (el 4).

El concepte informal que tenen els infants de l'addició pot fer que els problemes $N+1$ siguin més fàcils de resoldre que els problemes $1+N$. Els nens i nenes consideren que l'addició és un procés augmentatiu i, per tant, interpreten que el problema $3+1$ és tres i un més, cosa que pot resoldre fàcilment comptant (1, 2, 3; 4) o duent a terme les relacions entre un número donat i el que el segueix (3, 4). En canvi, interpreten que $1+3$ és u i tres més, cosa que no es pot resoldre fàcilment amb aquests mètodes. Els infants poden presentar la tendència a considerar que $N+1$ i $1+N$ són problemes diferents i la suma consegüent no es equivalent sense donar-se compte que el seu mètode per resoldre $N+1$ és també eficaç en problemes $1+N$.

Però de seguida s'adonen que la suma $N+1$ o $1+N$ és el número que segueix a N en la sèrie numèrica. El desenvolupament d'aquesta regla general de números consecutius pels problemes amb l'1 és un primer pas molt important per obtenir, més endavant, una capacitat de càlcul general més flexible. Amb aquesta regla també s'adonen que poden prescindir de l'ordre dels sumands en problemes amb 1.







Aviat podran fer $M+N$ començant a comptar pel sumand més gran ($2 + 6$ fan 6; 7, 8). A més, els infants consideren l'adició com una unió o reunió de dos conjunts d'una manera gradual, ja que tenen la concepció unionista. La comprensió que l'ordre dels sumands no altera la suma en els problemes amb 1 és molt important per entendre profundament l'addició.

Estratègies d'addició informal

a) Procediments concrets

Baroody (1988: 130) explica que inicialment els infants usen objectes concrets per calcular sumes. A causa de la seva immediata disponibilitat, solen usar els dits per sumar fins a deu. En el quadre següent es classifiquen els procediments concrets per resoldre una suma del tipus $4 + 2$:

Taula 2. Procediments concrets d'addició informal

Pas	Compte concret global (CC)	Estratègia de pautes digitals	Estratègia de reconeixement de pautes
	<p><i>És l'estratègia més bàsica. Els objectes es compten un per un per representar un sumand. El procés es repeteix amb l'altre sumand. Després es compten tots els objectes per determinar la suma.</i></p>	<p><i>Cada sumand es representa amb una pauta digital. Així s'evita el laboriós procés de comptar els dits un per un per representar cada sumand. Amb aquesta estratègia, el nen només a de comptar una vegada per determinar la suma.</i></p>	<p><i>És encara més econòmica que l'anterior, ja que comporta la creació de pautes digitals per cada sumand per, a continuació, reconèixer la suma immediatament de manera visual (mitjançant una captació directa).</i></p>
1	<p>Comptar objectes per representar el primer sumand:</p> <p>1, 2, 3, 4 ♣ ♣ ♣ ♣</p>	<p>Formar una pauta digital per representar el primer sumand:</p> <p>4 </p>	<p>Formar una pauta digital per representar el primer sumand:</p> <p>4 </p>
2	<p>Comptar objectes per representar el segon sumand:</p> <p>1, 2 ♣ ♣ ♣ ♣ ♣ ♣</p>	<p>Formar una pauta digital per representar el segon sumand:</p> <p>2 </p>	<p>Formar una pauta digital per representar el segon sumand:</p> <p>2 </p>
3	<p>Comptar tots els objectes per determinar la suma:</p> <p>1, 2, 3, 4 5, 6 ♣ ♣ ♣ ♣ ♣ ♣</p>	<p>Comptar tots els dits per determinar la suma:</p> <p>1, 2, 3, 4 5, 6 </p>	<p>Reconèixer el resultat</p> <p>6 </p>

Nota. Adaptat de Baroody (1988: 130)

A banda d'aquestes tres estratègies, també és freqüent que els infants inventin nous procediments. Per exemple, els casos com $2+8$ o $6+3$, són difícils de solucionar usant el procediment de pautes digitals (per exemple, amb la operació $3+5$ es pot formar el tres en una mà i el cinc en l'altra i, després, comptar tots els dits), ja que un dels sumands no es pot representar fàcilment amb una mà. Per tant, els infants mateixos poden modificar la seva estratègia per solucionar problemes de nombres més grans preparant la pauta digital del sumand més petit (dos dits en el cas de $2+8$) i, després, formant la pauta digital de l'altre número (el vuit) per acabar comptant tots els dits i anunciar el resultat final.

Altres usen models cardinals ja presents a l'aula per comptar, les pròpies pautes que proporcionen les xifres (per exemple: els dos extrems del nombre dos o els tres extrems del nombre 3), el rellotge de l'aula o, inclús, creant un model mental per portar el compte imaginant-se quatre punts en les cantonades d'una caixa mentre ja han comptat el primer sumand de la suma $2 + 4$. Els procediments basats en aquests models poden ser la base per la invenció de procediments eficaços de càlcul mental proporcionant un control que permet escollir de manera intel·ligent entre procediments informals d'addició.

b) Procediments mentals

Groen i Resnick (1977, citat a Baroody, 1988: 132) exposen que amb el temps els infants abandonen espontàniament els procediments concrets i inventen procediments mentals per calcular sumes. A partir d'aquí, els infants ja saben "portar el compte" en problemes en els quals un dels termes és "1" ($N+1$ o $1+N$) i en altres problemes més complicats ($M+N$). En el primer tipus, l'infant només ha de comptar fins a N i dir el número que el segueix a la sèrie numèrica, en canvi, amb problemes sense "1", el nen o nena ha de continuar comptant més enllà de N un número determinat de vegades. Aquest últim cas requereix mètodes prèviament planificats per portar el compte.

Al principi, els infants utilitzen objectes concrets per portar el compte, sobretot l'ús dels dits. Per exemple, quan han de sumar $2+4$ compten a partir del número dos i, després, acaben de comptar els números que falten pel resultat estenent els dits fins tenir quatre dígitos a la mà. Si l'infant pot reconèixer automàticament pautes digitals, aquest procés es pot exercitar amb gran eficàcia i sense massa atenció, ja que conèixer la pauta digital del quatre permet saber quan ha de parar de comptar.

Amb el temps, els infants passen de comptar objectes a comptar coses menys concretes per portar el compte, com per exemple fent copets amb els dits o amb el llapis quan compten o portar el compte amb un altre compte verbal o subvocal, és a dir, un doble compte (per exemple, 2+4: 1, 2; 3 és un més, 4 són dos més, 5 són tres més i 6 són quatre més) arribant a ser un procediment extremadament automàtic i realitzant-se mentalment.

En el requadre següent s'anuncien gradualment les estratègies informals que els infants utilitzen un cop ja saben "portar el compte". Els infants van evolucionant de procediment a mesura que descobreixen altres maneres més econòmiques de saber el resultat d'una suma.

Taula 3. Estratègies informals de procediments mentals

Estratègies informals de procediments mentals	Descripció
Comptar-ho tot començant pel primer sumand (CTP)	Aquesta tècnica és una invenció bastant sofisticada perquè no reflexa directament el procés concret i global de comptar-ho tot i comporta l'enumeració del segon sumand a mesura que el nen compta a partir del primer (un procés de control simultani). $2 + 4$ 1, 2; 3, 4, 5 i 6
Comptar a partir del primer sumand (CPP)	Abreviació del procediment CTP, ja que l'infant comença a comptar des del terme cardinal corresponent al primer sumand. $2 + 4$ 2; 3, 4, 5 i 6
Comptar-ho tot començant pel terme major (CTM)	Aquest mètode implica comptar fins al cardinal del número major a partir d'1 i, després, seguir comptant mentre s'enumera el terme menor. En aquest cas, determinar quin dels dos sumands és major ja s'ha fet de manera automàtica, sense requerir cap esforç. $2 + 4$ 1, 2, 3, 4; 5 i 6
Comptar a partir del terme major (CPM)	Els infants es donen compte que comptar el primer sumand és innecessari i que n'hi ha prou amb anunciar el cardinal que li correspon. Per tant, adopten el mètode abreviat de començar amb el terme cardinal del sumand major en comptes de comptar a partir d'1. Aquest és el procés informal d'addició mental més econòmic. $2 + 4$ 4; 5 i 6

La invenció espontània de procediments mentals és possible gràcies a l'autocontrol que els infants comencen a tenir dels nombres. Aquest autocontrol també permet que els nens i nenes escullin de manera flexible entre diversos procediments mentals depenent dels nombres que s'hagin de sumar.

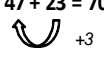
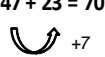
D'altra banda, aquesta invenció de procediments d'addició en que els infants no donen importància a l'ordre dels sumands (CTM o CPM) no es pot confondre en que directament ja comprenen la propietat commutativa. Pot ser que l'infant, encara que sumi números en qualsevol ordre, cregui que $3+6$ i $6+3$, per exemple, no són equivalents i no donen el mateix resultat.

Parrish (2010) comprimeix les quatre estratègies informals anteriors que proposa Baroody en dues de ben diferenciades:

- **Comptar-ho tot (*Counting all*)** que es refereix a CTP.
- **Comptar a partir de... (*Counting on*)** que es refereix a CPP i CPM, ja que no fa cap distinció entre retenir a la ment el nombre major o menor per, després, continuar comptant el nombre que falta per aconseguir obtenir el resultat.

Però la mateixa Parrish (2010) n'afegeix d'altres pertanyents a un coneixement més formal sobre el càlcul mental:

Taula 5. Estratègies d'addició

Estratègies	Descripció	Exemples		
Fent dobles (<i>Doubles/Near Doubles</i>)	L'infant ajusta els nombres d'una suma per aconseguir dobles o una combinació propera als dobles.	$8 + 9 = 17$ $(7+1) + 9$ $7 + (1+9)$ $7+10 = 17$	$8 + 9 = 17$ $(8+1) + 9$ $9 + 9 = 18$ $18 - 1 = 17$	$8 + 9 = 17$ $(8+2) + (9+1)$ $10 + 10 = 20$ $20 - 3 = 17$
Fent deus (<i>Making tens</i>)	L'infant descompon els nombres d'una operació per formar deus. L'objectiu d'aquesta estratègia és ser capaç d'utilitzar amb fluïdesa la descomposició del nombre 10 per accelerar el procés d'addició.		$8 + 9 = 17$ $(7+1) + 9$ $7 + (1+9)$ $7 + 10 = 17$	$8 + 9 = 17$ $8 + (2+7)$ $(8+2) + 7$ $10 + 7 = 17$
Fent números de referència (<i>Making landmarks or friendly numbers</i>).	El nen o nena ajusta un o tots els sumands, afegint o extraient una mateixa quantitat, per aconseguir obtenir nombres de referència, com per exemple: els números acabats en cinc, els múltiples de 10, el nombre 25 o el 50.			$48 + 23 = 71$ $48 + 2 = 50$ $50 + 23 = 73$ $73 - 2 = 71$
Compensant (<i>Compensation</i>)	L'infant manipula els nombres per fer-los més simples a l'hora d'afegir-los traient una quantitat d'un sumand i afegint exactament la mateixa quantitat en l'altre sumand.		$47 + 23 = 70$  $50 + 20 = 70$	$47 + 23 = 70$  $40 + 30 = 70$
Descomponent els dos nombres segons el valor de posició de les xifres (<i>Breaking each number into its Place Value</i>)	Es descompon cada sumant i s'ajunten les xifres que ocupen el mateix valor de posició. D'aquesta manera, es combinen les desenes i les unitats. Els totals s'agreguen a partir de les quantitats anteriors.			$47 + 23 = 70$ $(40+7) + (20+3)$ $40+20 = 60$ $7+3 = 10$ $60+10 = 70$
Descomponent un dels nombres segons el valor de posició de les xifres (<i>Adding up in chunks</i>)	És la mateixa estratègia que l'anterior, però només descomponent un dels sumands. D'aquesta manera és més senzill ajuntar el segon nombre.		$47 + 23 = 70$ $47 + (20+3)$ $47+20 = 67$ $67+3 = 70$	$47 + 23 = 70$ $(40+7) + 23$ $40+23 = 63$ $63+7 = 70$

Nota. Adaptat de Parrish (2010: 60)

3. METODOLOGIA

Aquest capítol conté la part metodològica de la recerca explicant, primerament, l'orientació metodològica, el paradigma d'investigació i la metodologia educativa de la qual parteix l'estudi: la investigació acció. En segon lloc, es presenta el context de la investigació i el mostreig amb la intenció de situar al lector. Seguidament s'argumenta el procés de selecció de les tècniques de recollida de dades i, finalment, es detalla el procediment de la recerca: planificació, elaboració del pla d'acció, anàlisi i comparació dels resultats i avaluació i valoració de l'eficàcia del pla d'acció.

3.1. Orientació metodològica

La investigació forma part del paradigma d'investigació sociocrític, ja que té la finalitat de descriure, comprendre i transformar una realitat existent. En el meu cas, es posa en pràctica una seqüència didàctica prèviament planificada tenint en compte el context des d'on es parteix amb la finalitat de millorar el càlcul mental evolucionant de tipus de coneixement matemàtic i d'estratègies additives emprades pels infants. D'acord amb Popkewitz:

Esta perspectiva tiene como objetivo el análisis de las transformaciones sociales y dar respuesta a determinados problemas generados por éstas. Algunos de sus principios son: a) conocer y comprender la realidad como praxis; b) unir teoría y práctica: conocimiento, acción y valores; c) orientar el conocimiento a emancipar y liberar al hombre, y d) implicar al docente a partir de la autorreflexión (Popkewitz, 1988, citat a Latorre, Rincón i Arnal, 2005: 42).

Per tant, l'objectiu d'investigació és dialèctic i la posició de l'investigador és alhora objectiva i subjectiva dins un procés de reflexió crític. A més, la recerca duta a terme s'engloba dins una investigació qualitativa i interpretativa i l'orientació metodològica està enfocada a l'aplicació, és a dir, a l'adquisició de coneixement amb el propòsit de donar respostes a problemes concrets, concretament a la presa de decisions i el canvi o millora de la pràctica educativa (Latorre, Rincón i Arnal, 2005).

Així doncs, la metodologia educativa de la qual parteix aquest estudi és la investigació acció. Elliott (1993, citat a Latorre, 2008: 24) defineix aquesta metodologia com "un estudi d'una situació social amb la finalitat de millorar la qualitat de l'acció dins de la mateixa". Aquesta orientació té com a trets principals la participació de les persones

que investiguen, la col·laboració del grup de persones implicades, la integració de la teoria en la pràctica, la cerca d'una millora a través de la intervenció i la pràctica reflexiva de les pròpies accions.

El procés que s'ha seguit a l'hora de realitzar l'estudi, d'acord amb els principis bàsics de la investigació acció, ha estat planificar, actuar, observar i reflexionar. Concretament, s'ha identificat un problema de recerca sobre la pràctica educativa analitzant les estratègies d'addició i identificant el nivell de coneixement matemàtic en el qual s'emmarca un grup concret d'alumnes a través d'una prova inicial. Seguidament s'ha planificat i desenvolupat un pla d'acció que, en aquest cas, ha estat programat una seqüència didàctica basada en jocs matemàtics.

Per crear aquest pla d'acció s'ha realitzat un estudi profund de les possibles solucions contraposant-les amb aspectes teòrics de l'àmbit d'investigació. Finalment s'ha avaluat als infants tornant a passar la mateixa prova amb la intenció de recollir dades per analitzar-les i comparar-les amb les inicials.

Per acabar, cal remarcar que la investigació acció es transforma en nous cicles, és a dir, quan la investigació s'ha analitzat i avaluat és comú que es torni a replantejar un nou cicle per planificar l'acció següent.

3.2. Context de la investigació i mostreig

Aquesta investigació s'ha dut a terme a l'Escola Vedruna de Ripoll, concretament a primer de primària durant l'estada intensiva de *Pràctiques III*. L'escola és un centre concertat que ofereix servei educatiu des dels zero fins als setze anys, d'una línia fins a sisè de Primària i dues a l'ESO.

L'aula que va ser utilitzada per realitzar la investigació estava formada per un grup molt nombrós de 30 infants d'entre sis i set anys, dels quals nou eren nenes. Dins l'aula, conviuen i es respectaven diverses cultures i diferents nivells d'aprenentatge.

Durant moltes hores setmanals hi havia una mestra de suport a l'aula, ja que hi havia un cas d'autisme elevat. A l'aula necessitava una vetlladora, ja que el seu desenvolupament anava marcat per un *Pla Individualitzat* i sempre li adaptaven qualsevol tasca de l'aula. Al mateix temps hi havia un altre infant que patia el

Síndrome d'Asperger, però podia seguir perfectament les classes. És més, superava amb èxit els controls tenint altes capacitats intel·lectuals, però en l'àmbit social i les relacions amb els companys presentava dificultats. En qualsevol moment es podia alterar i cridar sense cap mena de motiu.

A part d'aquests dos casos, els infants que no tenien per llengua materna el català presentaven moltes dificultats d'aprenentatge i, evidentment, necessitaven més ajuda i suport per seguir les classes. A més, un d'aquests infants presentaven encara més dificultats afegides, ja que tenia problemes d'oïda i fins feia aproximadament mig any havia començat a sentir-s'hi i a parlar. Tot just ara descobria el món que l'envoltava i tot i que tenia capacitats suficients per superar els continguts de primer, no acabava d'implicar-se en les tasques de l'aula ni en el grup-classe.

Però a l'aula també hi havia cinc casos d'infants que tenien un ritme d'aprenentatge molt ràpid, especialment en l'àrea de matemàtiques. La resta d'infants anaven avançant adequadament seguint el seu propi ritme d'aprenentatge. Degut a la diversitat de nivells d'aprenentatge de l'aula s'ha seleccionat com a mostra tota la població, és a dir, la totalitat dels infants de la classe per obtenir més dades i aconseguir una major fiabilitat. A més, la mida de la població és abastable per tractar-la tota sense experimentar biaixos.

Pel que fa a l'àrea d'experimentació, els infants realitzaven quatre hores setmanals de matemàtiques, en una d'aquestes treballaven de manera online usant els chromebooks¹ a través de la plataforma symbaloo. També intentaven treballar per projectes, almenys en realitzaven un per trimestre. La mestra seguia una metodologia manipulativa a partir de problemes de la vida quotidiana alhora combinant-ho amb una metodologia més tradicional usant el llibre de text.

1 Ordinadors personals que treballen amb el sistema operatiu Google Chrome Os. Permeten estar connectats a Internet permanentment, ja que es basen completament en el núvol.

3.3. Instruments de la recerca

El procés de selecció de les tècniques de recollida de dades ha estat acurat per garantir la qualitat de l'estudi i satisfer les necessitats que el tema o problema d'investigació planteja de manera eficaç per cobrir els objectius formulats. Inicialment, seguint els passos de Latorre (2008), em vaig formular les següents preguntes: *Quin tipus d'informació busco? Com pretenc recollir-la? Com la registraré?* A partir d'aquí, vaig escollir les tècniques de recollida de dades: l'anàlisi de documents, l'observació, el diari personal i les gravacions en vídeo.

Primerament es tenia clar que es volia extreure informació d'una prova inicial i final individual (anàlisi de documents) realitzada per a cada alumne de l'aula per poder descobrir, per una banda, els coneixements dels infants en relació als fets numèrics bàsics de descompondre el nombre 5 i el nombre 10 i les estratègies que utilitzaven per resoldre operacions additives i, per l'altra banda, comprovar analitzant les dues proves si la seqüència aplicada havia permès avançar als alumnes en la comprensió i automatització de la descomposició del 5 i del 10 i de les estratègies additives, sobretot l'estratègia de "fer deus".

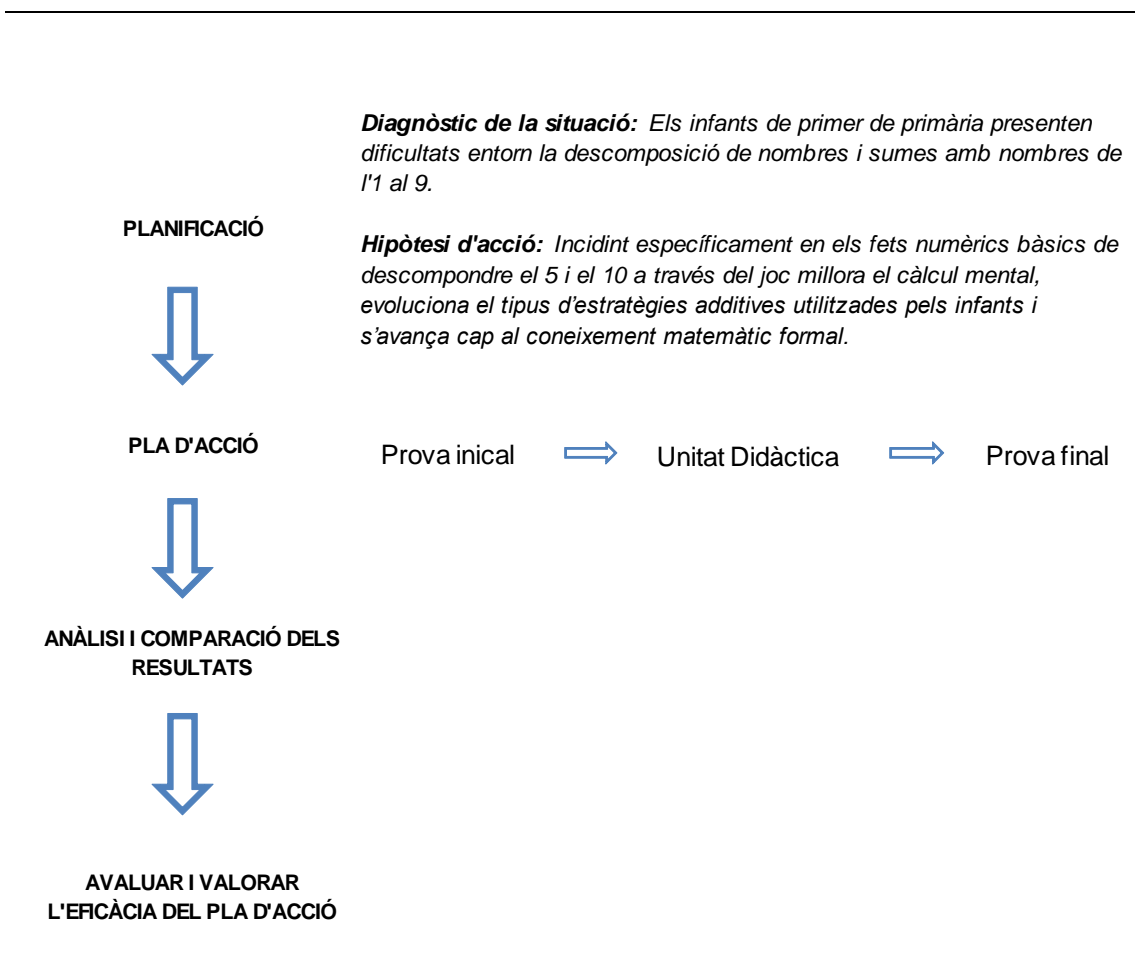
Aquesta prova es va realitzar de forma oral i estava formada per set sumes, cinc de dos sumands i dues de tres sumands, que progressivament anaven augmentant de dificultat (*vegeu l'annex 1*). Mentre els infants realitzaven la prova, observava i anotava quins processos seguien i quines estratègies adoptaven per resoldre les sumes i, alhora, gravava en vídeo les situacions que es generaven durant la prova a la fi d'analitzar detingudament els processos i estratègies que usaven els i les alumnes i prestar atenció a altres successos que potser em passaven per alt en aquell moment. Aquesta tècnica em va permetre proporcionar fiabilitat i precisió en detalls importants.

D'altra banda, vaig utilitzar un diari personal en el qual escrivia les reflexions sobre els fets que anaven succeint amb l'objectiu de poder adquirir més dades o un altre tipus d'informació sobre el tema tractat.

3.4. Procediment de la recerca

A continuació s'explicaran tots els passos que s'han seguit per dur a terme la recerca seguint el procés d'investigació acció que proposa Latorre (2008):

Taula 6. Procediment de la recerca



Primerament es va elaborar una planificació per identificar el focus d'investigació, idear el diagnòstic de la situació i formular la hipòtesi d'acció. Es tenia clar que es volia crear una seqüència didàctica basada en jocs per descobrir la funcionalitat d'aquesta metodologia, però no es va decidir el contingut matemàtic a tractar fins que es va experimentar el problema que existia a l'aula observada, és a dir, les dificultats que presentaven els infants entorn a un contingut que ja havien tractat durant el primer trimestre: la descomposició de nombres i sumes amb nombres de l'1 al 9.

Posteriorment, es va decidir concretament que es treballaria entorn un fet numèric bàsic: la descomposició del nombre 5 i del nombre 10 per millorar el càlcul mental

potenciant l'aparició d'estratègies additives formals i ajudant als infants a avançar en el tipus de coneixement matemàtic.

A partir d'aquí es va elaborar un pla d'acció per canviar la realitat i millorar la situació educativa. El primer pas va ser dissenyar una prova amb l'objectiu d'identificar els coneixements previs dels infants sobre la temàtica a tractar i descobrir les estratègies que utilitzaven per resoldre sumes. Aquesta prova contenia set sumes, cinc de dos sumands i dues de tres sumands, que progressivament anaven augmentant de dificultat (*vegeu l'annex 1*). A més, els infants disposaven de material (taps de suro) i paper i llapis per si necessitaven suport per resoldre les sumes. Des d'un bon principi, l'elecció gradual de les sumes era inamovible per diversos motius:

- L'augment progressiu de dificultat permetia observar quin nivell d'aprenentatge tenien els infants.
- Els infants que presentaven dificultats d'aprenentatge tenien l'oportunitat de resoldre les primeres sumes sense bloquejar-se.
- La motivació i l'autoestima de l'alumnat podia augmentar quan resolien la primera suma, després de la incertesa i els nervis de no saber què hi havia en les targetes.

La selecció de les operacions tampoc va ser causal. Es va intentar escollir unes sumes que permetessin descobrir les estratègies, informals o formals, que usaven els infants per resoldre-les i, sobretot, que pertanyessin a descomposicions del nombre cinc ($4+1$ i $2+3$) i del nombre deu ($5+5$ i $2+8$), ja que era el contingut que s'havia determinat per treballar posteriorment. Durant la primera prova no es coneixen les possibilitats dels infants i, per aquest motiu, es van incorporar dues operacions de tres sumands a la fi d'atendre a possibles infants que ja dominaven les sumes anteriors i necessitaven un grau més de dificultat.

En general, la tasca proposada durant la prova inicial i final estava inspirada en una activitat dissenyada per Van de Walle et al. (2013: 135) que proposa fer llistes de tres nombres, dos dels quals sumen el nombre que es vulgui focalitzar, com per exemple el 5. Es tracta que els infants escollin quins dos nombres formen el número 5:

2-3-4
5-0-2
1-3-2
3-1-4
2-2-3
4-3-1

En el cas d'aquesta recerca, concretament es va seguir aquest model adaptant l'estructura i la forma de l'exercici per aconseguir els objectius prèviament establerts. Es va aplicar el mateix exercici en les dues últimes sumes de tres sumands, però focalitzades en identificar els dos nombres que formaven el 10 i presentades en forma d'algoritme per aproximar-se més a la matemàtica formal.

A més, aquestes sumes també tenien la intenció de ser un repte pels infants durant la segona prova. Dos dels tres sumands que formaven part de les sumes formaven el nombre deu ($1+9+4$ i $3+5+7$) i durant la seqüència didàctica es treballava la descomposició del nombre 10 en dos sumands. Per tant, aquestes dos últimes sumes permetien veure la progressió i la fase d'aplicació d'un contingut en un model nou, ja que els infants no havien treballat específicament durant la intervenció les sumes de tres sumands.

La prova es va passar als 30 nens i nenes que hi havia a l'aula a principis del mes de desembre. Aquesta mateixa prova es va tornar a realitzar a principis del mes de març un cop finalitzada la intervenció (la seqüència didàctica) per analitzar i comparar els resultats obtinguts. Aproximadament cada prova va ocupar quatre hores, deu minuts per infant. Per garantir l'autenticitat de les proves, es va usar el mateix procediment, contingut i material:

Taula 7. Patró d'actuació pel desenvolupament de la prova

1	Introducció	<i>Com estàs? T'agrada sumar?</i>		
2	Informació sobre la càmera de vídeo	<i>Veus aquesta càmera? Gravarà tot el que fem, però no et preocupis perquè només ho veure jo.</i>		
3	Explicació de l'activitat	<i>Veus aquestes targetes? En cadascuna hi ha una suma. M'hauràs de dir el resultat de cada suma a mesura que te les vagi ensenyant.</i>	a. Quan l'infant anuncia un resultat (correcte o incorrecte)	L'examinador pregunta: <i>com ho has fet?</i>
4	Desenvolupament	L'examinador diu en veu alta la suma i dóna tot el temps necessari a l'infant perquè resolgui la suma.	b. Si l'infant no aconsegueix dir un resultat	L'examinador li ofereix suport (taps de suro o paper i llapis): <i>Pots utilitzar material per fer la suma si vols.</i>
5	Final	<i>Moltes gràcies, m'has ajudat molt.</i>	c. Si l'infant es bloqueja i, inclús, amb suport no anuncia un resultat	<i>Vols que deixem aquesta suma i en resollem una altra?</i>

Durant la segona prova no va caldre precisar els primers punts que apareixen a la taula 7 perquè els infants ja coneixien la mecànica de la prova i, evidentment, em tenien molta més confiança que al principi. Durant la prova s'intentava, mitjançant preguntes, descobrir les estratègies additives que usaven els infants sense oferir directament la possibilitat d'utilitzar material per poder fer la suma amb la finalitat d'evitar que la resolguessin amb suport per motius de comoditat. Evidentment, quan observava que algun alumne es posava nerviós perquè no sabia com solucionar la suma, immediatament oferia la possibilitat de resoldre-la amb material.

Els resultats obtinguts de la primera prova també van servir per idear la segona part del pla d'acció: la seqüència didàctica (*vegeu l'annex 2*). Descobrir els coneixements que posseïen els infant sobre el contingut a tractar va facilitar encara més la concreció dels continguts i la selecció dels jocs per afavorir l'aprenentatge dels i les alumnes. Es va poder crear una seqüència de jocs feta a mida pels infants seguint la metodologia

d'Edo (1998) i Curth (2001) durant quatre setmanes coincidint amb l'estada intensiva de *Pràctiques III*, concretament dues sessions per setmana d'una hora cadascuna.

Aquesta seqüència didàctica tenia com a finalitat ensenyar als infants els fets numèrics bàsics de descompondre el 5 i el 10, ja que es va considerar un contingut bàsic per desenvolupar posteriorment habilitats de càlcul mental en nombres més grans (Van de Walle et al., 2013). El motiu real pel qual es va idear la seqüència didàctica, com ja s'ha anat anotant anteriorment, va ser per comprovar si a través d'una intervenció pràctica basada en jocs (majoritàriament de cartes) els infants milloraven les estratègies additives emprades i avançaven de tipus de coneixement matemàtic.

La tercera part del pla d'acció va consistir en tornar a passar la prova inicial per tal de recollir dades sobre la progressió del tema tractat. Per últim, es valora i s'avalua l'eficàcia del pla d'acció analitzant les dades obtingudes i redactant unes conclusions. Seguint la metodologia investigació acció, aquests últims passos servien per poder planificar l'acció següent i començar un nou cicle.

4. ANÀLISI DE DADES I RESULTATS

En aquest capítol s'explica detalladament el procés seguit a l'hora d'analitzar les dades obtingudes en la prova inicial i final. Seguidament es presenten els resultats d'aquestes proves per descobrir si els infants han evolucionat pel que fa al tipus de coneixement matemàtic i d'estratègies d'addició. Específicament primer es fa un anàlisi detallat de la prova inicial, després de la final i, per últim, es comparen les dues proves.

4.1. Procés d'anàlisi de dades

El procés d'anàlisi de dades es va iniciar durant el mes de desembre, després d'haver passat la prova inicial als infants, ja que es volien descobrir els coneixements previs d'aquests per crear una Seqüència didàctica coherent, és a dir, feta a mida pels i les alumnes. Alhora, aquest anàlisi ja serviria per comparar les dues proves.

El primer pas va ser examinar profundament les trenta gravacions de vídeo (una per cada infant) que contenien les set sumes explicitades amb anterioritat, concretament a l'apartat 3.4. Tot i que en cadascuna de les proves es prenen notes, les gravacions van permetre aprofundir molt més en la recerca, ja que es van precisar detalls que en el seu moment havien passat per alt captant les accions verbals i no verbals dels infants.

A partir de les gravacions i anotacions preses, es va dur a terme un buidatge de les dades en set graelles, una per cada tipologia de suma. Aquestes taules es dividien en dos grans apartats: el procés i la resposta. El primer apartat contenia el desenvolupament (l'explicació detallada sobre com l'infant havia solucionat la suma), els errors comesos durant el procés i el material utilitzat. El segon apartat es subdividia en quatre més: estratègia emprada, automatització de les operacions, resultat obtingut de la suma i tipus de coneixement matemàtic (intuïtiu, informal i formal).

L'automatització s'identificava durant el procés de resolució de cada suma, ja que hi havia infants que directament deien la solució de l'algoritme perquè l'havien automatitzat com a operació bàsica. També es marcaven com a automatitzats els casos en els quals es recorrien a una automatització per acabar de resoldre la suma, com per exemple: en l'operació $6+5$, alguns dels infants usaven l'operació automatitzada $5+5$ per resoldre la suma més fàcil i ràpidament.

Per determinar les estratègies que seguien els infants, es va dur a terme un procediment de codificació per obtenir una major demostració estadística (Anguera, 1982: 70). El sistema de categories es va construir en base a les estratègies denominades per Baroody (1988) i Parrish (2010) ja explicitades a l'apartat 2.2.3. Es va usar una nomenclatura per distingir les diverses estratègies que seguien els infants:

<p>ϕ No segueix cap estratègia</p>	<p>CTM Comptar-ho tot començant pel terme major</p> <p style="text-align: center;">2 + 4 1, 2, 3, 4; 5 i 6</p>
<p>CC Compte concret global</p> <p><i>Els objectes es compten un per un per representar un sumand. El procés es repeteix amb l'altre sumand. Després es compten tots els objectes per determinar la suma.</i></p>	<p>CPM Comptar a partir del terme major</p> <p style="text-align: center;">2 + 4 4; 5 i 6</p>
<p>PD Estratègia de pautes digitals</p> <p><i>Cada sumand es representa amb una pauta digital. Al final es compten tots els dits per determinar el resultat.</i></p>	<p>Cincs Fent Cincs</p>
<p>RP Estratègia de reconeixement de pautes</p> <p><i>Cada sumand es representa amb una pauta digital. Al final, mitjançant una captació directa, es determina el</i></p>	<p>Deus Fent deus (Making tens)</p>
<p>INP Invençió de nous procediments</p> <p><i>Usar altres models cardinals per dur a terme el procés de comptar</i></p>	<p>Dobles Fent dobles (Doubles/Near Doubles)</p>
<p>CTP Comptar-ho tot començant pel primer sumand</p> <p style="text-align: center;">2 + 4 1, 2; 3, 4, 5 i 6</p>	<p>NR Fent números de referència (Making landmarks or friendly numbers)</p>
<p>CPP Comptar a partir del primer sumand</p> <p style="text-align: center;">2 + 4 2; 3, 4, 5 i 6</p>	<p>Compensant Compensant (Compensation)</p>

A continuació s'adjunta la taula de buidatge que recull les dades obtingudes durant la prova inicial de desembre, concretament, la primera suma (4+1). La resta de taules es troben a l'annex (vegeu l'annex 3).

Alumnat	Suma 4 + 1						
	Procés			Resposta			
	Desenvolupament	Errors	Material	Estratègia	Automat.	Resultat	T. Coneixement
1	Ha retingut al cap el número més gran (4) i per resoldre la suma ja sabia que després del 4 venia el 5 (que era un més)	No	No	CPM	No	5	Informal
2	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
3	Ha començat a comptar pel nombre més gran (1,2,3,4) i, després, hi ha afegit l'1	No	No	CTM	No	5	Informal
4	Compta per representar el primer sumand, torna a comptar per representar el segon sumand i, al final, ho compta tot junt	Primer diu que el resultat de la suma és 4, però de seguida canvia d'opinió perquè compta els dits de la mà	Dits	CC	No	5	Informal
5	Directament diu un resultat sense comptar	No suma	No	ϕ	No	3	Intuïtiu
6	Ha sumat mentalment comptant primer el nombre 4 i, després, afegint-hi l'1	No	No	CTM	No	5	Informal
7	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
8	Ha començat a comptar pel nombre més gran (1,2,3,4) amb suport i, després, hi ha afegit l'1	No	Dits	CC	No	5	Informal
9	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
10	Directament diu un resultat sense comptar	No suma	No	ϕ	No	6	Intuïtiu
11	Directament diu un resultat sense comptar i quan se li ofereix el material, només agafa dos taps i els compta	No entén què és sumar	No	ϕ	No	2	Intuïtiu
12	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
13	Ha retingut al cap el número més gran (4) i, després, n'ha afegit un	No	No	CPM	No	5	Informal
14	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
15	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
16	Ha retingut al cap el número més gran (4) i, després, n'ha afegit un	No	No	CPM	No	5	Informal
17	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
18	Directament diu un resultat sense comptar i, després, quan obté el material agafa set taps de suro i a mesura que els va posant drets els compta així: 1, 2, 3, 4, 5, 7 i 8	Primer respon que la suma fa 2 sense haver-ho comptat. No segueix bé la recta numèrica quan compta amb material	Taps de suro	ϕ	No	7	Informal
19	Ha retingut al cap el número més gran (4) i, després, n'ha afegit un	No	No	CPM	No	5	Informal
20	Ha retingut al cap el número més gran (4) i, després, n'ha afegit un	No	No	CPM	No	5	Informal
21	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
22	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
23	Ha retingut al cap el número més gran (4) i, després, n'ha afegit un	No	No	CPM	No	5	Informal
24	Ha retingut al cap el número més gran (4) i, després, n'ha afegit un	No	No	CPM	No	5	Informal
25	Ha retingut al cap el número més gran (4) i, després, n'ha afegit un	No	No	CPM	No	5	Informal
26	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
27	Forma una pauta digital per formar el primer sumand, després hi afegeix el segon sumand i reconeix directament el resultat (un mà amb cinc dits alçats)	No	Dits	RP	No	5	Informal
28	Ha començat a comptar pel nombre més gran (1,2,3,4) amb suport i, després, hi ha afegit l'1	No	Dits	PD	No	5	Informal
29	Ha començat a comptar pel nombre més gran (1,2,3,4) amb suport i, després, hi ha afegit l'1	No	Taps de suro	CC	No	5	Informal
30	Ha sumat mentalment comptant primer el nombre 4 i, després, afegint-hi l'1	No	No	CTM	No	5	Informal

Aquest primer buidatge de les dades va permetre realitzar una segona graella focalitzada als tipus de coneixements matemàtics incorporant totes les tipologies de sumes tractades durant la prova. D'aquesta manera, es va poder visualitzar des d'on partien els infants per poder planificar la següent acció: la seqüència didàctica. Concretament es va determinar que calia treballar la descomposició del nombre 5 i del nombre 10 per aconseguir que els infants evolucionessin de coneixement matemàtic usant estratègies formals per solucionar les operacions, ja que la majoria de l'alumnat utilitzava estratègies informals.

Sumes	Coneixement Intuïtiu		Coneixement Informal		Coneixement Formal	
4+1	4	13%	16	53%	10	33%
2+3	9	30%	12	40%	9	30%
5+5	2	7%	1	3%	27	90%
2+8	4	13%	20	67%	6	20%
6+5	4	13%	23	77%	3	10%
1+9+4	2	7%	21	70%	7	23%
3+5+7	3	10%	25	83%	2	7%

Taula 1. Tipus de coneixement matemàtic (prova inicial)

La informació que aporta la taula anterior es mostra de manera més visual a continuació usant els mateixos colors pel que fa a les tres tipologies de coneixements:

Sumes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
4+1																															
2+3																															
5+5																															
2+8																															
6+5																															
1+9+4																															
3+5+7																															

Taula 2. Prova inicial

Un cop posada en pràctica i finalitzada la intervenció, es va tornar a passar la mateixa prova per recollir noves dades que mostressin la progressió de l'alumnat. Per fer el buidatge de les dades, es van utilitzar les mateixes taules i criteris que en la primera prova. En total, set taules més de buidatge (*vegeu l'annex 4*). També es va tornar a fer

un recompte final sobre el tipus de coneixement en el qual cada infant es trobava per poder comparar els resultats².

Per poder analitzar i comparar detalladament les dues proves, es va elaborar una altra taula centrada en les estratègies emprades pels infants refusant altres aspectes tractats durant el primer buidatge, com el desenvolupament, els errors i l'automatització. Aquests conceptes es van considerar secundaris en determinar la tipologia d'estratègies emprades i l'evolució d'aquestes durant el transcurs de la recerca, que era el que vertaderament importava.

El model de taula creat codificava les diverses estratègies en categories més àmplies per poder comparar amb més facilitat i precisió els resultats de les proves segons el tipus de coneixement matemàtic en el qual es situaven els infants elaborat per Baroody (1988): coneixement intuïtiu, coneixement informal i coneixement formal. Aquest registre apareixia en forma de percentatge per determinar amb exactitud el nombre de casos.

La primera categoria contenia els casos d'infants que no seguien cap estratègia per resoldre la suma, és a dir, els que simplement es guiaven per l'aparença o percepció que mostraven els nombres de l'operació anunciant un resultat esporàdic sense haver aplicat instruments més precisos i fiables, com per exemple: numerar i comptar. El segon coneixement, l'informal, estava format per dues subcategories coincidents amb la classificació de Baroody (1988) -procediments concrets i mentals- i, cadascuna d'elles, contenia les diferents estratègies ja explicades amb anterioritat: CC, PD, RP, INP, CTP, CPP, CTM i CPM.

La nomenclatura de les estratègies pertanyents al coneixement formal estava inspirada en les denominacions de Parrish (2010): cincs, deus, dobles, NR i compensant. A continuació s'exposa un mapa general de la llegenda elaborada i utilitzada per crear les taules de resultats. A tall d'exemple, també s'adjunta una d'aquestes taules, concretament la que correspon als resultats obtinguts de la suma 4+1 de la primera prova.


² Aquestes taules apareixen més endavant a l'apartat 4.4 quan es comparen els resultats obtinguts de les dues proves.

T.C Tipus de coneixement

Int. Coneixement Intuïtiu 

ϕ No segueix cap estratègia

Coneixement Informal

P. Concrets Procediments Concrets..... 

- CC** Compte concret global
- PD** Estratègia de pautes digitals
- RP** Estratègia de reconeixement de pautes
- INP** Invenció de nous procediments

P. Mentals Procediments Mentals..... 

- CTP** Comptar-ho tot començant pel primer sumand
- CPP** Comptar a partir del primer sumand
- CTM** Comptar-ho tot començant pel terme major
- CPM** Comptar a partir del terme major

Coneixement Formal

- Cincs** Fent cincs
- Deus** Fent deus (Making tens)
- Dobles** Fent dobles (Doubles/Near Doubles)
- NR** Fent números de referència (Making landmarks or friendly numbers)
- Compensant** Compensant (Compensation)

X Resultats incorrectes

Prova inicial: Suma 4+1																																						
T. C	Estratègies	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	Total						
Int.	φ					X					X	X							X												4	13%						
Coneixement Informal	P. Concrets	CC																															5	17%				
		PD																																				
		RP																																				
		INP																																				
Coneixement Informal	P. Mentals	CTP																																11	37%			
		CPP																																				
		CTM																																				
		CPM																																				
Coneixement Formal	Cincs																																	10	33%			
	Deus																																					
	Dobles																																					
	NR																																					
	Compensant																																					

Taula 1. PI - A

Per poder identificar i catalogar les catorze taules totals s'utilitzarà una nomenclatura específica seguint els mateixos criteris. Primer apareixerà el nombre de la taula i, a continuació, el codi PI (prova inicial) o PF (prova final) seguit de la lletra pertanyent a cadascuna de les sumes:

A	4+1
B	2+3
C	5+5
D	2+8
E	6+5
F	1+9+4
G	3+5+7

A més, el color del títol de cada taula té correspondència amb el color de cada taula de buidatge recollides a l'annex (vegeu l'annex 3 i 4). És a dir, cada color correspon a una operació específica de la prova.

En les sumes que els infants usen 5+5 per arribar a un resultat final, com per exemple en l'operació C i E, es podrien interpretar diferents estratègies: deus i dobles. Qualsevol d'aquestes possibilitats seria correcte, però s'ha decidit que en aquests casos es seguiria el mateix criteri per determinar l'estratègia emprada: deus. El motiu pel qual s'ha arribat a aquesta determinació ha estat el contingut tractat durant la seqüència didàctica: la descomposició del nombre deu. S'interpreta que després d'haver treballat aquest contingut, quan resolguin sumes utilitzant l'operació bàsica 5+5 sigui perquè coneixen la descomposició del deu.

4.2. Resultats de la prova inicial

En aquest apartat s'exposaran els resultats de la primera prova passada durant el mes de desembre. Es seguirà una estructura lògica tenint en compte la dificultat de les sumes, és a dir, s'aniran analitzant les taules seguint l'ordre amb el qual es va passar la prova als infants.

Per últim, cal afegir que per realitzar l'anàlisi de cadascuna de les taules es tindran en compte els següents aspectes: els nivells de coneixement matemàtic, les estratègies emprades i els resultats erronis.

4.2.1. Operació A: 4+1

Prova inicial: Suma 4+1																																				
T. C	Estratègies	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	Total				
Int.	φ				X						X	X							X												4	13%				
Coneixement Informal	P. Concrets																																			
	CC																																			
	PD																																			
	RP																																			
Coneixement Informal	INP																																			
	CTP																																			
	CPP																																			
	CTM																																			
Coneixement Formal	CPM																																			
	Cincs																																			
	Deus																																			
	Dobles																																			
Coneixement Formal	NR																																			
	Compensant																																			

Taula 1. PI - A

La primera operació que els infants van resoldre durant la prova va ser la suma 4+1. La taula mostra que el 54% dels infants es situen en el nivell de coneixement informal. Concretament, 5 alumnes utilitzen procediments concrets per resoldre la suma, és a dir, compten els dos sumands de l'operació amb suport. Específicament, tres infants segueixen l'estratègia compte concret global (CC), manipulant objectes per determinar la solució. Els altres dos alumnes utilitzen les pròpies pautes digitals per sumar, un d'ells formant els dos sumands de l'operació amb els dits i després comptant el total (PD) i, l'altre, directament reconeixent mitjançant una captació directa el resultat.

En canvi, el 37% de l'alumnat fa servir procediments mentals. Tres d'aquests casos resolen la suma a través de l'estratègia CTM, és a dir, comptant els dos sumands començant pel terme major (1, 2, 3, 4; 5). D'aquest 37%, 8 alumnes utilitzen una estratègia més rendible que l'anterior comptant a partir del terme major només afegint-hi mentalment al nombre quatre un número més (CPM).

Per contra, el 33% de l'alumnat se situa en el coneixement formal i la totalitat d'aquesta agrupació aplica l'estratègia de fer cincs per establir la solució, és a dir, reconeixen que el 4 i l'1 formen el nombre cinc. Tot i així, un 13% dels estudiants posseeixen un coneixement intuïtiu guiant-se per l'aparença o percepció dels nombres de l'operació anunciant un resultat intuïtiu sense haver aplicat cap estratègia. Aquests quatre infants no arriben a la solució correcta de l'operació.

4.2.2. Operació B: 2+3

Prova inicial: Suma 2+3																																	
T. C	Estratègies	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	Total	
Int.	φ											X							X												X	3	10%
Coneixement Informal	P. Concrets																															6	20%
	CC																																
	PD																																
	RP																																
Coneixement Informal	INP																															12	40%
	CTP																																
	CPP																																
	CTM																																
Coneixement Formal	CPM																															9	30%
	Cincs																																
	Deus																																
	Dobles																																
Coneixement Formal	NR																																
	Compensant																																

Taula 2. PI - B

En la suma 2+3, la majoria dels infants (60%) utilitzen procediments concrets i mentals inclosos dins el nivell de coneixement informal. Pel que fa als procediments concrets, dos alumnes segueixen l'estratègia CC formant els dos sumands de la suma mitjançant material per recomptar-los al final, dos infants més utilitzen l'estratègia de pautes digitals (PD) i un altre l'estratègia de reconeixement de pautes (RP). Aquests tres casos fan servir les pròpies pautes digitals per comptar els sumands de l'operació. A més, en aquesta operació, existeix un cas d'invenió de nous procediments (INP). L'infant usa les pròpies pautes que proporcionen les xifres (els extrems dels nombres) per comptar i determinar el resultat de l'operació.

Pel que fa als procediments mentals, tres estudiants segueixen l'estratègia CTP començant a comptar pel primer sumand per acabar anunciant el resultat. L'estratègia CPP és la que apliquen més infants (en total 6) i encara que sigui molt similar a l'anterior, aquesta permet començar a comptar a partir del primer sumand sense la necessitat de comptar-lo des de l'inici de la recta numèrica. En concret, dos casos empren l'estratègia CTM iniciant el comptatge pel terme major. Només un alumne s'estalvia comptar des de l'inici de la recta numèrica el terme major, ja que aplica l'estratègia CPM retenint el terme major al cap per sumar-li, ràpidament, el nombre 2.

El coneixement formal està constituït per 9 alumnes (30%) que utilitzen la mateixa estratègia: fer cincs. Aquests identifiquen directament sense la necessitat de numerar i comptar que els dos sumands de l'operació formen el nombre cinc. Només el 10% dels

infants no segueixen cap estratègia situant-se al nivell de coneixement intuïtiu i resolent la suma erròniament. Concretament, el cas 11 i 18 no entenen què se'ls demana.

4.2.3. Operació C: 5+5

Prova inicial: Suma 5+5																																				
T. C	Estratègies	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	Total				
Int.	φ											X							X													2	7%			
Coneixement Informal	P. Concrets	CC																															0	0%		
		PD																																		
		RP																																		
		INP																																		
	P. Mentals	CTP																																		
		CPP																																	1	3%
		CTM																																		
		CPM																																		
Coneixement Formal	Cincs																																			
	Deus																																	27	90%	
	Dobles																																			
	NR																																			
	Compensant																																			

Taula 3. PI - C

L'operació C, que correspon a 5+5, és la suma que ha obtingut més bons resultats durant la prova inicial. El 90% de l'alumnat es situa en el nivell de coneixement formal usant l'estratègia de "fer deus" per determinar el resultat, ja que coneixen sense haver de comptar que dos cincs constitueixen un deu. És interessant subratllar el cas de l'infant 26 que resol la suma duent a terme l'estratègia de "fer dobles" determinant que 4+4=8 i afegint-hi dos més per acabar de determinar el resultat.

Tot i així, existeix un cas en el qual necessita fer un procediment mental, concretament mitjançant l'estratègia CPP, per determinar amb seguretat el resultat de la suma. Per últim, dos infants pertanyents al nivell de coneixement intuïtiu (l'11 i el 18) no resolien adequadament la suma, ja que específicament no segueixen cap estratègia i només es guien per l'aparença dels dos nombres que han de sumar sense aplicar cap procediment.

4.2.4. Operació D: 2+8

Prova inicial: Suma 2+8																																	
T. C	Estratègies	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	Total	
Int.	φ										X	X							X												X	4	13%
Coneixement Informal	P. Concrets				X																											8	27%
	CC					X																											
	PD				X																												
	RP						X																										
Coneixement Informal	INP																														12	40%	
	CTP																																
	CPP																																
	CTM																																
Coneixement Formal	CPM																														6	20%	
	Cincs																																
	Deus																																
	Dobles																																
	NR																																
Compensant																																	

Taula 4. PI - D

La majoria de l'alumnat, amb un 67%, utilitza estratègies pertanyents al coneixement informal per resoldre la suma 2+8. Concretament, el 27% aplica procediments concrets: tres infants segueixen l'estratègia CC comptant material per determinar el resultat, un alumne fa servir l'estratègia de pautes digitals (PD), tres més usen l'estratègia de reconeixement de pautes (RP) i un últim infant s'inventa un nou procediment per solucionar l'operació (INP). Val a dir que aquest últim cas és el mateix infant que durant l'operació B resol la suma comptant els extrems dels nombres.

D'altra banda, el 40% pertanyent al nivell de coneixement informal resol la suma a través de procediments mentals. Específicament 9 d'aquests infants apliquen l'estratègia CPM que els permet arribar a un resultat més ràpidament, ja que retenen el nombre més gran i només cal que hi afegixin mentalment el terme menor. Però dos altres infants necessiten comptar, sense retenir, el terme major de la suma per després afegir-li el terme menor (CTM): 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8; 9 i 10. Per últim, un únic infant segueix l'estratègia CPP de començar a comptar a partir del primer sumand sense tenir en compte quin és el terme major.

Pel que fa al coneixement formal, el 20% de l'alumnat utilitza l'estratègia de "fer deus" sabent directament que el dos i el vuit forma el nombre 10 independentment de l'ordre dels sumands. Per contra, el 13% dels infants s'emmarquen en el nivell de coneixement intuïtiu sense resoldre adequadament la suma. Concretament els infants 11 i 18 segueixen sense entendre què han de fer. Tot i així, en aquesta operació

existeixen dos casos més d'infants que, tot i que segueixen estratègies pertanyents a procediments concrets, s'equivoquen a l'hora d'anunciar la solució deixant-se material per comptar.

4.2.5. Operació E: 6+5

Prova inicial: Suma 6+5																																	
T. C	Estratègies	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	Total	
Int.	φ										X	X							X												X	4	13%
Coneixement Informal	P. Concrets				X																											10	33%
	CC																																
	PD	X																															
	RP																																
Coneixement Informal	INP																															13	43%
	CTP																																
	CPP																																
	CTM																																
Coneixement Formal	CPM	X	X											X	X																	3	10%
	Cinc																																
	Deus																																
	Dobles																																
Coneixement Formal	NR																															3	10%
	Compensant																																

Taula 5. PI - E

En aquesta operació (6+5) sobretot predominen les estratègies pertanyents a un coneixement informal. Són molt pocs els infants que arriben a aplicar una estratègia formal per resoldre la suma. Inclús existeix un tan per cent més elevat d'infants que es situen en el coneixement intuïtiu respecte dels que es mostren a un coneixement formal.

Concretament, el 76% de l'alumnat es troba en el coneixement informal: 10 infants segueixen procediments concrets i 13 en segueixen de mentals. Pel que fa als procediments concrets, la majoria d'alumnes (set en total) utilitzen els dits per comptar els dos sumands de la suma (PD). Només tres infants necessiten material per determinar el resultat (CC). Pel que fa als procediments mentals, la totalitat de l'alumnat reté el terme major per, després, seguir comptant el terme menor (CPM): 6; 7, 8, 9, 10 i 11.

El 10% de l'alumnat es situa en el nivell de coneixement formal utilitzant l'estratègia de "fer deus" determinant que 5+5 dóna 10 i afegint-t'hi l'1 per saber el resultat de

l'operació. En canvi, el 13% no segueix cap estratègia trobant-se en el nivell de coneixement intuïtiu.

Dels trenta infants analitzats, deu no arriben a la solució correcta. Específicament quatre dels infants que resolen l'operació a través de l'estratègia CPM, un que segueix el procediment concret PD, un altre que usa el CC i, per últim, els quatre infants que es mostren al nivell de coneixement intuïtiu (els infants 11 i 18 no entenen la tasca a realitzar dient com a resultat un nombre a l'atzar).

4.2.6. Operació F: 1+9+4

Prova inicial: Suma 1+9+4																																		
T. C	Estratègies	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	Total		
Int.	ϕ											X							X													2	7%	
Coneixement Informal	P. Concrets				X	X								X											X			X					14	47%
	CC				X	X								X											X			X						
	PD																									X			X					
	RP																																	
Coneixement Informal	P. Mentals																																7	23%
	CTP																																	
	CPP																																	
	CTM																																	
Coneixement Formal	CPM																																	
	Cincs																																	
	Deus																																	
	Dobles																																	
	NR																																	
Compensant																																		

Taula 6. PI - F

La penúltima operació passada durant la prova va ser de tres sumands: 1+9+4. A causa de l'elevada dificultat d'aquesta, s'aprecia una alta concentració d'infants que usen procediments concrets per resoldre la suma (47%), és a dir, necessiten material per poder portar els comptes. En conjunt, el nivell de coneixement informal forma el 70% de l'alumnat. El coneixement formal constitueix el 23% i l'intuïtiu el 7%.

Centrant l'atenció en el coneixement informal, concretament els procediments concrets, es visualitzen vuit alumnes que usen l'estratègia CC: formen amb material el primer, el segon i el tercer sumand i, al final, ho compten tot junt per anunciar el resultat. Existeixen cinc casos d'infants que s'ajuden de les seves pròpies pautes digitals per portar el compte dels diferents components de l'operació (PD). Només un

únic infant, el mateix que en les operacions B i D, s'inventa nous procediments per determinar el resultat comptant els extrems dels nombres (INP).

D'altra banda, un 23% de l'alumnat ha usat procediments mentals, específicament sis d'aquests empren l'estratègia CPM retenint el nombre més gran al cap i continuant comptant la resta de sumands. Només existeix el cas d'un infant que necessita comptar des del principi de la recta numèrica el nombre més elevat de la suma (el 9) per, després, afegir-hi els altres sumands (CTM).

Pel que fa al coneixement formal, el 23% dels infants utilitzen l'estratègia de fer deus, és a dir, identifiquen el nombre 10 (1+9) i, ràpidament, resolen la suma acabant de comptar l'últim sumand o reconeixent directament el resultat. El 7% restant es situa en el nivell de coneixement intuïtiu directament sense donar cap resultat

A nivell de resultats, hi ha 9 casos que resolen incorrectament la suma: els dos infants que es situen en el coneixement intuïtiu (directament sense dir un resultat), cinc alumnes que usen procediments concrets, un infant que segueix el procediment mental CTM i un altre que utilitza l'estratègia de "fer deus", però es descompta quan hi afegeix l'últim sumand.

4.2.7. Operació G: 3+5+7

Prova inicial: Suma 3+5+7																																			
T. C	Estratègies	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	Total			
Int.	φ									X	X								X													3	10%		
Coneixement Informal	P. Concrets	CC			X		X					X							X					X									18	60%	
		PD	X																				X				X								
		RP					X																					X		X					
		INP																																	
Coneixement Informal	P. Mentals	CTP																																	
		CPP																										X							
		CTM														X																			
		CPM	X	X													X	X																	
Coneixement Formal	Cincs																																		
	Deus																							X											
	Dobles																						X												
	NR																																		
	Compensant																																		

Taula 7. PI - G

A primer cop d'ull es pot observar la gran quantitat de casos que s'emmarquen dins el nivell de coneixement informal, sobretot en els procediments concrets. La dificultat de la suma $3+5+7$ provoca aquest contrast havent-hi només dos casos situats en el nivell de coneixement formal.

El 10% dels infants formen part del nivell de coneixement intuïtiu, ja que no utilitzen cap estratègia per dur a terme la suma. Els tres casos (9, 11 i 18) directament no resolen la suma ni anuncien cap resultat. D'altra banda, només el 7% de l'alumnat utilitza una estratègia formal, però sense arribar a una resposta correcta. Un d'aquests casos segueix l'estratègia de "fer deus" utilitzant l'operació bàsica $5+5=10$, però descomptant-se a l'introduir la resta de sumands. L'altre infant aplica l'estratègia de "fer dobles" però erròniament, ja que determina que els dos primer sumands fan 7 i, després, anuncia que $7+7=14$.

La majoria d'infants es situen en el nivell de coneixement informal (83%). En total 18 estudiants segueixen procediments concrets, específicament la meitat d'aquests casos resolen la suma a través de l'estratègia CC (mitjançant material) i l'altra meitat a partir de les pròpies pautes digitals: 6 d'ells comptant tots els dits per determinar el resultat (PD) i els 3 restants reconeixent la suma immediatament de manera visual. Pel que fa als procediments mentals, dels 7 infants que n'utilitzen dos segueixen l'estratègia CPP de començar a comptar a partir del primer sumand, un únic infant aplica l'estratègia CTM comptant tots els sumands des del principi de la recta numèrica començant pel terme major i els últims quatre usen l'estratègia CPM començant a comptar a partir del terme major.

Per acabar, cal esmentar que a banda dels 5 resultats incorrectes dels infants pertanyents al nivell de coneixement intuïtiu i informal, també hi van haver 12 errades provinents de l'alumnat que va utilitzar estratègies informals. En total, hi van haver 17 respostes incorrectes.

4.3. Resultats de la prova final

En aquest apartat s'exposaran els resultats de la prova final passada durant el mes de març. Es seguirà la mateixa estructura que en l'apartat anterior tenint en compte els tres objectes d'anàlisi: els nivells de coneixement matemàtic, les estratègies emprades i els resultats erronis.

4.3.1. Operació A: 4+1

Prova final: Suma 4+1																																			
T. C	Estratègies	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	Total			
Int.	φ											X																			1	3%			
Coneixement Informal	P. Concrets	CC																														3	10%		
		PD																																	
	P. Mentals	RP																															3	10%	
		INP																																	
Coneixement Formal	Cinc	CTP																															23	77%	
		CPP																																	
		CTM																																	
		CPM																																	

Taula 8. PF - A

La majoria de l'alumnat (77%) es situa en el nivell de coneixement formal. Són pocs els que es troben en el nivell de coneixement informal (20%) i només hi ha un cas que s'emmarca dins del coneixement intuïtiu (3%).

Pel que fa al coneixement formal, la totalitat d'infants usen l'estratègia de "fer cincs" per solucionar l'operació, és a dir, coneixen i capten directament sense la necessitat de comptar que el nombre 4 i l'1 formen el cinc. Centrant l'atenció al coneixement informal, el 10% de l'alumnat dur a terme procediments concrets amb el suport de les pròpies pautes digitals, concretament dos casos a través de l'estratègia PD i un únic cas a partir de l'estratègia RP reconeixent directament el resultat sense la necessitat de comptar.

El cas que es situa en el coneixement intuïtiu (l'11) coincideix amb l'única resposta incorrecta, ja que no utilitza cap estratègia per determinar el resultat i simplement anuncia un nombre intuïtiu i a l'atzar.

4.3.2. Operació B: 2+3

Prova final: Suma 2+3																																		
T. C	Estratègies	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	Total		
Int.	φ											x																					2	7%
Coneixement Informal	P. Concrets																																4	13%
	CC																																	
	PD																																	
	RP																																	
Coneixement Informal	P. Mentals																																8	27%
	CTP																																	
	CPP																																	
	CTM																																	
Coneixement Formal	Compensant																																	
	NR																																	
	Dobles																																	
	Deus																																	
	Cincs																																16	53%

Taula 9. PF - B

En l'operació 2+3 el 53% de l'alumnat es situa en el nivell de coneixement formal usant l'estratègia de "fer cincs" identificant sense la necessitat de comptar que el dos i el tres formen el nombre cinc. D'altra banda, el 40% dels infants s'emmarquen dins un nivell de coneixement informal i el 7% restant es situa en el nivell intuïtiu sense aplicar cap estratègia per resoldre la suma.

Centrant l'atenció en el coneixement informal, el 13% usa procediments concrets amb l'ajuda de pautes digitals per determinar el resultat de l'operació. D'aquests casos, tres segueixen l'estratègia PD comptant tots els dits alçats al final de la composició dels dos sumands i un únic infant segueix l'estratègia RP directament reconeixent el nombre un cop ha representant els dos sumands amb els dits. El 27% d'infants usa procediments mentals per resoldre l'operació: quatre d'aquests a partir de l'estratègia CPP comptant a partir del primer sumand, un únic infant dur a terme l'estratègia CTM comptant tots els termes de la suma començant pel nombre major i, per últim, tres infants apliquen l'estratègia més eficaç d'aquest tipus de coneixement (CPM) comptant d'aquesta manera: 3; 4 i 5.

Pel que fa al coneixement intuïtiu, l'infant 18 resol correctament la suma sense haver aplicat cap estratègia, simplement determinant un resultat espontani. En canvi, l'infant 11 anuncia un resultat incorrecte essent l'únic cas que s'equivoca durant aquesta operació.

4.3.3. Operació C: 5+5

Prova final: Suma 5+5																																			
T. C	Estratègies	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	Total			
Int.	φ																																0	0%	
Coneixement Informal	P. Concrets	CC																															0	0%	
		PD																																	
		RP																																	
		INP																																	
	P. Mentals	CTP																																	
		CPP																																	
		CTM																																	
		CPM																																	
Coneixement Formal	Cincs																																		
	Deus																																30	100%	
	Dobles																																		
	NR																																		
	Compensant																																		

Taula 10. PF - C

La totalitat dels infants (100%) es mostra en el nivell de coneixement formal utilitzant l'estratègia de "fer deus" per determinar el resultat de la suma. Absolutament tot l'alumnat reconeix directament que el 5 i el 5 junts formen el nombre 10, sense la necessitat de portar el compte usant estratègies informals. Cal assenyalar que tots els infants han arribat a la solució correcta, incloent-hi el cas 11 que en totes les altres operacions es mostra al nivell de coneixement intuïtiu responent incorrectament.

4.3.4. Operació D: 2+8

Prova final: Suma 2+8																																		
T. C	Estratègies	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	Total		
Int.	φ											x																				1	3%	
Coneixement Informal	P. Concrets																																6	20%
	CC																																	
	PD																																	
	RP																																	
Coneixement Informal	P. Mentals																																3	10%
	CTP																																	
	CPP																																	
	CTM																																	
Coneixement Formal	CPM																																	
	Cinc																																	
	Deus																																	
	Dobles																																	
	NR																																	
Compensant																																		

Taula 11. PF - D

La majoria de l'alumnat (67%) es situa en el nivell de coneixement formal utilitzant com estratègia la de "fer deus" identificant directament que el dos i el vuit formen el nombre 10 sense haver de portar el compte. Tot i així, el 30% dels infants usen estratègies informals emmarcades dins els coneixement informal. Només un 3% es mostra en el nivell intuïtiu, concretament el cas 11 que continua sense entendre què ha de fer anunciant un resultat a l'atzar.

Els casos pertanyents al coneixement informal estan constituïts per tres infants que apliquen procediments mentals -concretament CPM comptant a partir del terme major i sis més que segueixen procediments concrets. D'aquesta última agrupació, tres estudiants utilitzen material que els ajuda a numerar i, en definitiva, a determinar el resultat (CC). Els altres tres infants s'ajuden de les pròpies pautes digitals per comptar i arribar a una solució correcta (dos infants a través de l'estratègia PD i un únic alumne a partir de l'estratègia RP).

En definitiva, només hi ha dos infants que anuncien un resultat incorrecte: l'11 i el 18. Aquest últim, tot i que empra una estratègia concreta, es deixa el sumand menor per acabar de comptar.

4.3.5. Operació E: 6+5

Prova final: Suma 6+5																																			
T. C	Estratègies	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	Total			
Int.	φ											x																				1	3%		
Coneixement Informal	P. Concrets																																7	23%	
	CC																																		
	PD																																		
	RP																																		
Coneixement Informal	INP																																		
	CTP																																		
	CPP																																		
	CTM																																		
Coneixement Formal	CPM																																		
	Cincs																																		
	Deus																																		
	Dobles																																		
Coneixement Formal	NR																																		
	Compensant																																		

Taula 12. PF - E

El 60% de l'alumnat es situa en un nivell de coneixement informal presidit d'un 37% de casos que es troben emmarcats en un nivell de coneixement formal. Únicament el 3% es situa en el nivell de coneixement intuïtiu.

Pel que fa al coneixement informal, el 23% de casos segueixen procediments concrets per solucionar l'operació: dos dels infants fan servir material a l'hora d'enumerar els dos sumands per, després, comptar-los tots junts (CC); quatre més segueixen l'estratègia PD usant les pròpies pautes digitals per formar els dos sumands i, a al final, comptar-los tots; i l'últim infant utilitza l'estratègia RP reconeixent les pautes digitals un cop ha representat els dos sumands que componen l'operació.

Els infants que s'emmarquen dins el nivell formal, segueixen diferents processos. La majoria (9 casos) utilitza l'estratègia de "fer deus" identificant l'operació bàsica $5+5=10$ i, després, sumant-n'hi un més. Un altre infant usa conjuntament l'estratègia de "fer deus" i "fer cincs", primerament, descomponent el nombre cinc ($4+1$) i, segonament, determinant que $6+4=10$ per acabar sumant-hi l'1 corresponent a la descomposició del cinc que ha realitzat prèviament. Un últim alumne utilitza l'estratègia de "fer dobles" per determinar el resultat de la suma identificant que $6+6=12$ i, després, restant-n'hi 1.

En el nivell de coneixement intuïtiu només hi ha un cas, l'11, que segueix sense entendre la tasca a realitzar i anunciant un resultat a l'atzar. En total, comptant també aquest últim cas, cinc infants resolen la suma incorrectament: el 18 es deixa un

sumand per formar amb material i el 13, el 23 i el 26 es descompten quan apliquen l'estratègia informal emprada.

4.3.6. Operació F: 1+9+4

Prova final: Suma 1+9+4																																						
T. C	Estratègies	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	Total						
Coneixement Informal	Int.	φ										X																				1	3%					
	P. Concrets	CC																																6	20%			
		PD																																				
		RP																																				
	INP																																					
	P. Mentals	CTP																																				
		CPP																																				
		CTM																																				
		CPM																																				
	Coneixement Formal	Cincs																																				
		Deus																																				
		Dobles																																				
		NR																																				
Compensant																																						

Taula 13. PF - F

En l'operació de tres sumands 1+9+4, el 53% d'infants es situen en un nivell de coneixement formal utilitzant l'estratègia de "fer deus" per determinar el resultat de la suma. Concretament, identifiquen el nombre 10 (1+9) i, ràpidament, resolen la suma acabant de comptar l'últim sumand o reconeixent directament el resultat. Tot i que un d'aquests casos es descompta a l'hora d'afegir-hi l'últim sumand anunciant un resultat incorrecte.

En aquest cas, el coneixement informal conté el 43% dels avaluats, concretament sis infants usen procediments concrets i set n'usen de mentals. Pel que fa als concrets, quatre casos necessiten material per poder desenvolupar la suma (CC), tot i que un infant no acaba d'arribar al resultat correcte. Els dos infants restants, recorren a l'estratègia de pautes digitals (PD), però sense solucionar correctament la suma deixant-se dits per comptar.

Pel que fa als procediments mentals, tres infants segueixen l'estratègia CPP comptant a partir del primer sumand. Els altres quatre desenvolupen l'estratègia CPM seguint el mateix procés que en l'estratègia anterior, però identificant i començant a comptar pel nombre més gran. Tot i dur a terme procediments de comptatge, hi ha dos infants que

es descompten durant el procés (el 7 i el 26) i, en conseqüència, donen un resultat erroni.

Per acabar, en el nivell de coneixement intuïtiu només apareix el cas 11. Aquest infant directament exposa que l'operació és massa complicada per a ell i, per tant, concretament no dóna una resposta. En definitiva, set infants van exposar erròniament la solució de la suma.

4.3.7. Operació G: 3+5+7

Prova final: Suma 3+5+7																																				
T. C	Estratègies	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	Total				
Int.	ϕ											X																				1	3%			
Coneixement Informal	P. Concrets																																7	23%		
	CC																																			
	PD																																			
	RP																																			
	INP																																			
Coneixement Informal	P. Mentals																																	13	43%	
	CTP																																			
	CPP	X																																		
	CTM																																			
	CPM																																			
Coneixement Formal	Cincs																																	9	30%	
	Deus																																			
	Dobles																																			
	NR																																			
	Compensant																																			

Taula 14. PF - G

En l'última suma de tres sumands 3+5+7, la majoria d'infants es situen en el nivell de coneixement informal (66%) amb un elevat percentatge de casos que utilitzen procediments mentals per resoldre l'operació (43%). Tot i així, el coneixement formal no queda enrere, ja que està constituït pel 30% de l'alumnat. El percentatge més baix el forma el coneixement intuïtiu que, de la mateixa manera que en l'operació F, només s'hi situa l'infant 11 determinant que no vol resoldre la suma, ja que és massa complicada per a ell.

Centrant l'atenció al coneixement informal, set infants segueixen procediments concrets. Específicament tres d'aquests duent a terme l'estratègia del compte concret global (CC) construint cada sumand amb material per, després, comptar-ho tot junt. La resta d'alumnes resolen la suma mitjançant la utilització de les pròpies pautes digitals:

un infant comptant tots els dits per anunciar el resultat (PD) i tres més reconeixent la solució a partir dels dits alçats sense la necessitat de comptar (RP).

Pel que fa al coneixement formal, la totalitat d'infants usen l'estratègia de "fer deus" identificant el nombre 10 ($3+7$) i directament afegint-hi el sumand que hi falta per resoldre la suma. Concretament l'infant 22, tot i que utilitza la mateixa estratègia, forma el nombre deu per un altre camí: primer descompon el 7 ($5+2$) i forma el nombre 10 ($5+5$) sumant-hi els altres nombres que falten (el 2 i el 3).

Per acabar, cal explicitar els infants que no arriben a una solució correcta (8 en total): el cas 11 pertanyent al nivell de coneixement intuïtiu; el 5, el 13 i el 18 que utilitzen procediments concrets; l'1, el 20 i el 25 a través de procediments mentals i el 17 i el 23 que usen estratègies formals.

4.4. Comparació dels resultats de les dues proves

En aquest apartat es relacionen i es comparen els resultats de les dues proves analitzades amb anterioritat seguint el mateix ordre i estructura que en els apartats 4.2 i 4.3. Per dur a terme l'anàlisi comparatiu es tindran en compte els següents aspectes: els nivells de coneixement matemàtic, les estratègies emprades i els resultats erronis. Finalment, per aconseguir un mapa general dels resultats, es realitzarà una síntesi pel que fa a l'evolució de les estratègies utilitzades i del tipus de coneixement matemàtic a partir de diferents gràfics.

4.4.1. Operació A: 4+1

Prova inicial: Suma 4+1																																	
T. C	Estratègies	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	Total	
Int.	ϕ				X						X	X							X												4	13%	
Coneixement Informal	P. Concrets				CC				PD																							5	17%
					RP																												
					INP																												
	P. Mentals				CTP																												
				CPP																													
				CTM																													
				CPM																													
Coneixement Formal	Cincs																																
					Deus																												
					Dobles																												
					NR																												
					Compensant																												

Taula 1. PI - A

Prova final: Suma 4+1																																	
T. C	Estratègies	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	Total	
Int.	ϕ											X																			1	3%	
Coneixement Informal	P. Concrets																																
					CC																												
					PD																												
					RP																												
				INP																													
Coneixement Informal	P. Mentals				CTP																												
					CPP																												
					CTM																												
					CPM																												
Coneixement Formal	Cincs																																
					Deus																												
					Dobles																												
					NR																												
					Compensant																												

Taula 8. PF - A

Visualment es pot apreciar un augment elevat d'infants que es situen en el nivell de coneixement formal, ja que en la prova inicial només el 33% de l'alumnat usava estratègies formals i, en canvi, en la prova final la majoria de l'alumnat (77%) dur a terme estratègies formals. Concretament 10 infants es mantenen en aquest mateix coneixement i 13 evolucionen deixant d'usar estratègies informals per aplicar l'estratègia formal de "fer cinc".

Específicament els casos 8 i 29 deixen d'usar material (CC) per determinar el resultat de la suma. Els infants 27 i 28 també deixen d'utilitzar suport, concretament les pròpies pautes digitals (PD i RP). Pel que fa als procediments mentals, els casos 3 i 6 ja no necessiten comptar el terme major de la suma començant pel principi de la recta numèrica (CTM) i els infants 1, 13, 19, 20, 23, 24 i 25 també evolucionen abandonant l'estratègia informal CPM.

El nombre d'infants emmarcats en el nivell de coneixement intuïtiu disminueix respecte a la primera prova passada. En la segona prova, sense aplicar cap estratègia només es manté el cas 11, ja que el 5, el 10 i el 18 evolucionen cap a un coneixement informal. Concretament l'infant 10 progressa aplicant un procediment concret basat en l'estratègia de pautes digitals (PD) usant els propis dits per comptar els dos sumands de l'operació. Els altres dos casos, el 5 i el 18, evolucionen cap al procediment mental més elevat comptant, només, l'últim sumand (CPM).

Tot i així, hi ha dos casos (el 16 i el 30) que pateixen un retrocés pel que fa a l'estratègia emprada. Durant la primera prova, el 16 utilitza l'estratègia CPM i, en canvi, durant la final usa la CTM necessitant comptar el primer sumand per acabar determinant el resultat d'aquesta manera: 1, 2, 3, 4; 5. El cas 30 inclús retrocedeix d'un procediment mental (CTM) cap a un de concret usant les pròpies pautes digitals per determinar el resultat (PD).

Pel que fa als resultats, dels quatre infants pertanyents al coneixement intuïtiu de la primera prova, només l'11 respon incorrectament. Els altres tres (el 5, el 10 i el 18) no només evolucionen d'estratègia i coneixement, sinó que també arriben a un resultat correcta durant la prova final.

En definitiva, els casos emmarcats dins el coneixement intuïtiu i informal han disminuït, sobretot els procediments mentals, evolucionant cap al coneixement formal. En la prova final només hi ha un 20% de casos que usen estratègies informals i un 3% que no segueix cap estratègia. Concretament, el 60% de l'alumnat ha millorat d'estratègia

emprada durant la resolució de l'operació, el 33% s'ha mantingut i el 7% restant ha patit un retrocés.

4.4.2. Operació B: 2+3

Prova inicial: Suma 2+3																																			
T. C	Estratègies	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	Total			
Int.	φ										X								X												X	3	10%		
Coneixement Informal	P. Concrets																															6	20%		
	CC																																		
	PD																																		
	RP																																		
Coneixement Informal	P. Mentals																																12	40%	
	CTP																																		
	CPP																																		
	CTM																																		
Coneixement Formal	Cins																																9	30%	
	Deus																																		
	Dobles																																		
	NR																																		
	Compensant																																		

Taula 2. PI - B

Prova final: Suma 2+3																																				
T. C	Estratègies	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	Total				
Int.	φ											X																					2	7%		
Coneixement Informal	P. Concrets																																4	13%		
	CC																																			
	PD																																			
	RP																																			
Coneixement Informal	P. Mentals																																	8	27%	
	CTP																																			
	CPP																																			
	CTM																																			
Coneixement Formal	Cins																																	16	53%	
	Deus																																			
	Dobles																																			
	NR																																			
	Compensant																																			

Taula 9. PF - B

Centrant l'atenció al tipus de coneixement intuïtiu, es percep una millora respecte a la prova inicial. Per una banda, l'infant 30 ha evolucionat de coneixement utilitzant una estratègia concreta per resoldre la suma i, a més a més, arribant a una solució correcta. D'altra banda, els infants 11 i 18 s'han mantingut en aquest mateix nivell, però concretament el cas 18 ha evolucionat pel que fa al resultat, és a dir, en la prova final ha estat capaç d'arribar a una resolució de la suma correcta.

En la prova inicial, el coneixement informal estava format pel 60% de l'alumnat i, en canvi, en la prova final aquest percentatge ha disminuït a un 40%. Aquesta evidència significa que el 20% de diferència s'ha incrementat en el coneixement formal, és a dir, els infants que en la primera prova usaven estratègies informals han progressat duent-ne a terme de formals. Concretament, l'alumnat que ha realitzat aquesta evolució utilitzava procediments mentals durant la prova inicial, especialment els estudiants que posaven en pràctica l'estratègia CTP (el 20), CPP (l'1, el 6, el 19, el 23 i el 24) i CTM (el 17).

Tot i així també hi ha hagut progressos dins el mateix nivell de coneixement informal, ja que alguns infants que durant la prova inicial necessitaven suport per numerar i comptar, en la final ja duen a terme procediments mentals de comptatge. Específicament l'infant 5 evoluciona de l'estratègia CC a la CTM, el 28 de la PD a la CPP, el 27 de la RP a la CPP i el 25 de l'INP a la CPP. L'estudiant 10, tot i que canvia l'estratègia emprada (de la CC a la PD), es considera que no ha evolucionat perquè continua usant suport per determinar la solució.

Els infants 14 i 29 que durant la primera prova usen l'estratègia de comptar tots els termes de la suma començant pel primer sumand, deixen de comptar a partir del principi de la recta numèrica per retenir un dels dos nombres mentalment i realitzar el càlcul més fàcil i ràpid. Concretament el 29 evoluciona cap a l'estratègia CPP i el 14 cap a la CPM, començant el compte a partir del nombre major. Els casos que es mantenen usant la mateixa estratègia durant la prova inicial i final són el 4 (PD), el 16 (CTM) i el 3 (CPM). Tot i que també hi ha un cas (el 13) que retrocedeix d'estratègia emprada utilitzant suport per dur a terme la suma (RP) quan en la prova inicial ho resolvia a través del procediment mental CPP.

En definitiva, el percentatge d'infants que es situa en el nivell de coneixement formal ha augmentat respecte a la prova inicial. Concretament, el 47% d'infants ha millorat d'estratègia emprada, el 50% s'ha mantingut i el 3% restant ha patit un retrocés.

4.4.3. Operació C: 5+5

Prova inicial: Suma 5+5																																			
T. C	Estratègies	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	Total			
Int.	φ										X								X														2	7%	
Coneixement Informal	P. Concrets	CC																															0	0%	
		PD																																	
		RP																																	
		INP																																	
Coneixement Informal	P. Mentals	CTP																																	
		CPP																															1	3%	
		CTM																																	
		CPM																																	
Coneixement Formal	Cincs																																		
	Deus																																		
	Dobles																																		
	NR																																		
	Compensant																																	27	90%

Taula 3. PI - C

Prova final: Suma 5+5																																			
T. C	Estratègies	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	Total			
Int.	φ																																0	0%	
Coneixement Informal	P. Concrets	CC																															0	0%	
		PD																																	
		RP																																	
		INP																																	
Coneixement Informal	P. Mentals	CTP																																	
		CPP																																	
		CTM																																	
		CPM																																	
Coneixement Formal	Cincs																																		
	Deus																																		
	Dobles																																		
	NR																																		
	Compensant																																	30	100%

Taula 10. PF - C

Clarament es pot observar la millora aclaparadora produïda durant la prova final on tot l'alumnat (100%) es situa en el nivell de coneixement formal emprant l'estratègia de "fer deus" reconeixent directament, sense la necessitat de comptar, que dos cincs formen el nombre 10.

Els dos infants que en la primera prova s'emmarcaven dins un nivell de coneixement intuïtiu, avancen fins arribar a resoldre l'operació usant una estratègia formal. Resulta molt important destacar el cas de l'infant 11, ja que és en l'única operació que utilitza una estratègia per resoldre la suma i, en conseqüència, progressa de coneixement.

L'infant 19 també evoluciona la manera de resoldre l'operació sense haver de comptar per determinar el resultat. Com es pot apreciar, absolutament tot l'alumnat resol adequadament la suma a diferència de la prova inicial amb dos casos incorrectes.

4.4.4. Operació D: 2+8

Prova inicial: Suma 2+8																																	
T. C	Estratègies	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	Total	
Int.	ϕ										X	X							X												X	4	13%
Coneixement Informal	P. Concrets				X								X																		X	8	27%
	CC				X								X																		X		
	PD				X									X																	X		
	RP				X																										X		
Coneixement Informal	P. Mentals																															12	40%
	CTP																																
	CPP																																
	CTM																																
Coneixement Formal	CPM																																
	Cincs																																
	Deus																																
	Dobles																																
	NR																																
Compensant																																	

Taula 4. PI - D

Prova final: Suma 2+8																																	
T. C	Estratègies	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	Total	
Int.	ϕ											X																				1	3%
Coneixement Informal	P. Concrets				X	X							X						X												X	6	20%
	CC				X	X								X																	X		
	PD				X	X									X																X		
	RP				X	X																									X		
Coneixement Informal	P. Mentals																															3	10%
	CTP																																
	CPP																																
	CTM																																
Coneixement Formal	CPM																																
	Cincs																																
	Deus																																
	Dobles																																
	NR																																
Compensant																																	

Taula 11. PF - D

A primer cop d'ull es pot visualitzar que s'ha produït un augment elevat pel que fa a casos emmarcats dins el coneixement informal. Inclús es pot apreciar la disminució dels procediments mentals en la taula corresponent a la prova final amb només tres casos d'infants que compten tots els termes de la suma per determinar-ne el resultat.

Primerament, centrant l'atenció en el coneixement intuïtiu, es pot comprovar que aquest ha disminuït en la prova final, ja que només hi ha un infant que s'ha mantingut en aquest mateix nivell: l'11. Els altres dos casos han evolucionat de coneixement i, en conseqüència, d'estratègia utilitzant com a suport per comptar les pròpies pautes digitals. Concretament l'infant 10 ha utilitzat l'estratègia PD i l'infant 30 la RP.

En la prova inicial la majoria d'infants es situaven en el nivell de coneixement informal (67%), en canvi, en la prova inicial només el 30% de l'alumnat es mostra en aquest nivell. Aquesta veracitat significa que aproximadament el 37% de diferència és la xifra que ha fet créixer el coneixement formal. Concretament la totalitat d'infants que usaven procediments mentals per determinar el resultat de la suma han evolucionat usant, en la prova final, l'estratègia formal de "fer deus".

Pel que fa als procediments concrets, dos infants han passat directament a un coneixement formal. Concretament l'estudiant 25 en la prova inicial emprava l'estratègia INP i l'infant 28 la RP. També hi ha casos que han evolucionat de procediments concrets a mentals evitant la utilització de suports físics per realitzar els càlculs: els infants 6 i 27 han passat de la RP a la CPM i el 29 de la CC a la CPM.

Un cas concret (l'infant 13) en comptes d'utilitzar l'estratègia CC, com en la primera prova, utilitza l'estratègia PD comptant a partir de la formació de les pròpies pautes digitals. Tot i haver canviat l'estratègia, es considera que aquest infant no ha evolucionat perquè no ha deixat d'usar suport per comptar. Passa el mateix amb l'infant 4, que durant la primera prova posa en pràctica l'estratègia PD i en la segona la CC. El cas 5 també es manté al coneixement informal usant, en les dues proves, la mateixa estratègia (CC). Pel que fa al coneixement formal, sis infants mantenen la mateixa estratègia de "fer deus".

Un altre aspecte a ressaltar són els infants 6, 10 i 30 que no només evolucionen d'estratègia, sinó que també determinen correctament el resultat quan en la prova inicial s'equivocaven. El cas 5, tot i que segueix el mateix procediment a l'hora de resoldre l'operació, també evoluciona pel que fa al resultat anunciant correctament la solució en la prova final.

En definitiva, el 67% de l'alumnat ha evolucionat pel que fa a estratègies emprades, el 33% s'ha mantingut usant els mateixos processos que en la prova inicial sense haver-hi cap cas de retrocés.

4.4.5. Operació E: 6+5

Prova inicial: Suma 6+5																																	
T. C	Estratègies	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	Total	
Int.	φ										X	X							X												X	4	13%
Coneixement Informal	P. Concrets				X																											10	33%
	CC				X																												
	PD	X											X																				
	RP																																
Coneixement Informal	P. Mentals																															13	43%
	CTP																																
	CPP																																
	CTM																																
Coneixement Formal	Cincs																														3	10%	
	Deus																																
	Dobles																																
	NR																																
	Compensant																																

Taula 5. PI - E

Prova final: Suma 6+5																																
T. C	Estratègies	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	Total
Int.	φ											X																			1	3%
Coneixement Informal	P. Concrets																														7	23%
	CC																															
	PD																															
	RP																															
Coneixement Informal	P. Mentals																														11	37%
	CTP																															
	CPP																															
	CTM																															
Coneixement Formal	Cincs																														11	37%
	Deus																															
	Dobles																															
	NR																															
	Compensant																															

Taula 12. PF - E

En general, s'aprecia un augment de casos emmarcats en el nivell de coneixement formal (d'un 10% en la primera prova a un 37% en la segona). En conseqüència ha disminuït el nombre de casos situats en el coneixement informal i intuïtiu.

Els casos emmarcats en el coneixement intuïtiu han disminuït en la prova final, ja que tres dels infants (el 10, el 18 i el 30) han evolucionat de coneixement aplicant estratègies informals, concretament a partir de material (CC) i les pròpies pautes digitals (RP i PD). A més, els casos 10 i 30 no només han progressat pel que fa a estratègies, sinó que també han aconseguit arribar a una solució correcta, a diferència

de la prova inicial. Tot i així, l'infant 11 s'ha mantingut en el mateix nivell intuïtiu sense aplicar cap estratègia per resoldre l'operació.

El coneixement informal també ha patit una disminució de casos respecte a la prova inicial, tot i que encara segueix essent la majoria amb un 60%. Pel que fa als procediments concrets, existeixen dos casos d'infants que usen la mateixa estratègia que durant la prova inicial: el cas 5 continuant amb la CC i el 28 amb la PD. L'infant 4 tampoc ha progressat, tot i que canvia d'estratègia a l'hora de resoldre la suma (de la CC a la PD) sense abandonar el suport per comptar. Tot i així, aquest cas concret soluciona correctament la suma, a diferència de la prova inicial.

Per contra, la resta d'infants avancen d'estratègia aconseguint resoldre la suma a través de processos mentals quan en la prova inicial necessitaven suport per dur a terme el procés de comptar. Concretament, el 6, el 8, el 12 i el 27 passen de resoldre l'operació mitjançant pautes digitals (PD) a comptar a partir del terme major (CPM) i l'infant 29 inicia el procés de comptar a partir del primer sumand (CPP) mentre que en la primera prova havia d'usar material per determinar el resultat (CC). Sorprenentment, el casos 1 i 24 que durant la primera prova resolien la suma mitjançant l'estratègia PD, evolucionen resolent la suma amb l'estratègia formal de "fer deus".

Pel que fa als procediments mentals, els infants 14, 16, 20, 23, 25 i 26 usen la mateixa estratègia que en la prova inicial (CPM). Tot i així, els casos 14, 20 i 25 progressen pel que fa al resultat de la suma, és a dir, durant la prova inicial no arriben a un resultat correcte a causa de petits errors a l'hora de portar el compte i, en canvi, en la prova final són capaços d'anunciar la solució correcte. Per contra, els infants 23 i 26 es descompten mentre porten el compte determinant un resultat erroni, a diferència de la prova inicial en la qual van resoldre perfectament l'operació.

Tot i que hi va haver un únic cas (el 13) que va empitjorar d'estratègia emprada utilitzant la PD, mentre que en la prova inicial aplicava la CPM; els altres sis infants restants van evolucionar fortament avançant de nivell de coneixement emprant estratègies formals. Especialment els casos 3, 7, 15 i 18 van emprar l'estratègia de "fer deus" identificant l'operació bàsica $5+5=10$ i, després, sumant-n'hi un més. L'infant 2 usa conjuntament l'estratègia de "fer deus" i "fer cincs", primerament, descomponent el nombre cinc ($4+1$) i, segonament, determinant que $6+4=10$ per acabar sumant-hi l'1 corresponent a la descomposició del cinc que ha realitzat prèviament. Per últim, el cas

9 utilitza l'estratègia de "fer dobles" per determinar el resultat de la suma identificant que $6+6=12$ i, després, restant-n'hi 1.

En el nivell de coneixement formal es mantenen els casos que durant la primera prova ja van usar una estratègia formal per determinar la solució de l'operació (el 17, el 21 i el 22). En definitiva, pel que fa a l'evolució de les estratègies emprades, el 40% de l'alumnat ha usat la mateixa estratègia que en la prova inicial, el 57% ha progressat d'estratègia i només un 3% ha empitjorat.

4.4.6. Operació F: 1+9+4

Prova inicial: Suma 1+9+4																																		
T. C	Estratègies	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	Total		
Int.	ϕ											X							X														2	7%
Coneixement Informal	P. Concrets				X		X							X											X								14	47%
	CC				X		X							X											X									
	PD									X														X										
	RP																									X								
Coneixement Informal	P. Mentals																																7	23%
	CTP																																	
	CPP																																	
	CTM															X																		
Coneixement Formal	CPM	X								X						X					X							X						
	Cincs																																	
	Deus		X						X				X											X										
	Dobles																																	
	NR																																	
Compensant																																		

Taula 6. PI - F

Prova final: Suma 1+9+4																																		
T. C	Estratègies	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	Total		
Int.	ϕ											X																					1	3%
Coneixement Informal	P. Concrets				X		X						X													X							6	20%
	CC				X		X																											
	PD															X																X		
	RP																																	
Coneixement Informal	P. Mentals																																7	23%
	CTP																																	
	CPP																																	
	CTM																																	
Coneixement Formal	CPM						X																											
	Cincs																																	
	Deus	X																																
	Dobles																																	
	NR																																	
Compensant																																		

Taula 13. PF - F

A primer cop d'ull es percep un augment del nombre de casos emmarcats en el nivell de coneixement formal respecte a la prova inicial i una disminució elevada del nombre d'infants que usen procediments concrets, pertanyent a l'agrupació de coneixement informal, a l'hora de resoldre la suma.

Centrant l'atenció en el coneixement intuïtiu, s'aprecia la millora d'un infant que avança de coneixement utilitzant material per dur a terme el procés de comptar (CC), però sense respondre correctament de la mateixa manera que en la prova inicial. L'infant que es manté en el mateix coneixement és l'11, ja que no realitza cap procés per resoldre la suma.

Pel que fa al coneixement informal, hi ha hagut 17 infants que han evolucionat d'estratègia i, inclús, alguns també han progressat de nivell de coneixement. Cal destacar primer els casos que han evolucionat d'estratègia dins el mateix coneixement: el 6, el 29, el 27, el 28 i el 25 han deixat enrere la necessitat de comptar els sumands mitjançant suport (material o pautes digitals) evolucionant cap a procediments mentals portant el compte dels tres sumands. Concretament el cas 6 a passat d'una estratègia CC a una PM anunciant el resultat correcte, el 29 d'una CC a una CPP, el 27 (arribant a una solució correcta a diferència de la primera prova) i el 28 d'una PD a una CPM i el 25 d'una INP a una CPP.

Tot i aquests grans avenços, quatre infants han estat capaços de progressar de nivell aplicant estratègies formals, mentre que en la primera prova necessitaven suport per dur el compte. Específicament l'infant 23, que usava una estratègia CC, ha evolucionat posant en pràctica l'estratègia de "fer deus" i els casos 8, 20 i 24 han deixat enrere l'estratègia de pautes digitals (PD) per usar la de "fer deus". Inclús l'infant 24, en aquesta segona prova, ha resolt correctament la suma a diferència de la primera vegada. Tot i així, l'infant 20 no ha estat capaç de determinar una solució correcta després d'haver usat l'estratègia formal.

Pel que fa als procediments mentals, hi ha hagut sis infants que han evolucionat d'estratègia i, en conseqüència, de coneixement. Els infants 1, 3, 9, 15 i 19, que partien de l'estratègia CPM, han aconseguit aplicar durant la prova final l'estratègia formal de "fer deus". Inclús l'estudiant 14, que usant l'estratègia informal CTM s'havia equivocat en determinar la solució, ha evolucionat emprant l'estratègia de "fer deus" i resolent correctament l'operació.

Tot i així, hi ha hagut casos que s'han mantingut al mateix nivell sense avançar: els infants 4, 5 i 10 que continuen usant l'estratègia CC, tot i que el cas 4 progressa pel que fa a la solució correcta de la suma; els infants 13 i 30, que tot hi haver canviat d'estratègia encara usen suport (de la CC a la PD) i solucionen erròniament la suma; i el cas 26 que segueix usant un procediment mental (CPM). Concretament sis casos continuen utilitzant l'estratègia formal de "fer deus" per resoldre l'operació (el 2, el 12, el 16, el 17, el 21 i el 22), la qual cosa significa que han reforçat l'estratègia adequada que ja utilitzaven durant la primera prova. Específicament l'infant 17 ha evolucionat, ja que ha aconseguit determinar el resultat correcte, a diferència de la primera prova.

En definitiva, el 50% de l'alumnat ha evolucionat d'estratègia emprada en relació a la prova inicial, el 47% ha mantingut l'estratègia usada en la primera prova i només el 3% ha retrocedit d'estratègia (concretament el cas 7 que no usa la mateixa estratègia de "fer deus" que va emprar durant la prova inicial, sinó que retrocedeix aplicant la CPP sense acabar de resoldre correctament la suma).

4.4.7. Operació G: 3+5+7

Prova inicial: Suma 3+5+7																																		
T. C	Estratègies	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	Total		
Int.	φ									X	X								X														3	10%
Coneixement Informal	P. Concrets				X		X			X			X					X						X		X		X				18	60%	
	CC				X		X			X			X					X					X		X		X							
	PD	X											X									X												
	RP					X																					X		X					
Coneixement Informal	P. Mentals														X											X						7	23%	
	CTP																																	
	CPP																										X							
	CTM														X																			
Coneixement Formal	CPM	X	X												X	X	X																	
	Cincs																																	
	Deus																								X									
	Dobles																						X											
	NR																						X											
Compensant																																		

Taula 7. PI - G

Prova final: Suma 3+5+7																																	
T. C	Estratègies	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	Total	
Int.	φ											X																				1	3%
Coneixement Informal	P. Concrets				X						X								X													7	23%
	CC				X						X								X														
	PD					X								X															X				
	RP					X								X															X				
Coneixement Informal	P. Mentals	X					X						X		X							X				X		X				13	43%
	CTP																																
	CPP	X					X						X		X							X				X		X					
	CTM															X													X				
Coneixement Formal	CPM		X	X											X	X	X					X					X		X				
	Cincs																																
	Deus		X						X	X	X							X						X	X	X							
	Dobles								X	X	X								X					X	X	X							
	NR																																
Compensant																																	

Taula 14. PF - G

Visualment es pot apreciar un augment de casos situats a l'apartat de procediments mentals, corresponent al nivell de coneixement informal, respecte a la prova inicial. En conseqüència, s'observa una disminució pel que fa al nombre de casos emmarcats a l'apartat de procediments concrets. A més, es distingeix un augment de casos situats en el nivell de coneixement formal, és a dir, d'un 7% durant la primera prova a un 30% durant la segona.

Analitzant primer els casos de coneixement intuïtiu, s'aprecien dues millores: l'infant 9 i el 18. Concretament aquest primer estudiant evoluciona espectacularment emprant

l'estratègia de "fer deus", emmarcada en el coneixement formal, i resolent correctament la suma, a diferència de la primera prova. L'infant 18, tot i que no resol la suma adequadament, progressa d'estratègia i de tipus de coneixement comptant a partir de material (CC). El cas 11, com en les altres operacions, es manté en el mateix coneixement sense aplicar cap procediment conscient per resoldre l'operació.

Pel que fa al coneixement informal, hi ha sis infants que mantenen la mateixa estratègia que durant la prova inicial per resoldre la suma, és a dir, no evolucionen: el 4 i el 10 utilitzant la CC, el 28 la RP, el 3 i el 16 la CPM i el 25 la CPP. Tot i així, el cas 16 progressa resolent correctament l'operació. Tampoc progressen els infants que canvien d'estratègia (de la CC a la PD o RP), però segueixen utilitzant suport per determinar el resultat de la suma: els casos 30, 5 i 13. A més, aquests dos últims continuen resolent erròniament la suma. L'infant 15, tot i anunciar un resultat correcte en les dues proves, en la prova final usa una estratègia menys eficaç que la utilitzada en la primera prova (d'una CPM a una CPP).

La resta d'infants evolucionen d'estratègia dins del mateix coneixement informal o progressant cap al coneixement formal. Per exemple, els infants 14 i 19 avancen d'estratègia començant a comptar a partir del sumand més gran de l'operació (CPM) i, inclús el cas 14 és capaç de resoldre correctament la suma, a diferència de la primera prova.

Concretament set infants realitzen una evolució molt favorable deixant enrere els processos concrets per aplicar-ne de mentals: l'infant 29 avança a l'estratègia CPM partint d'una CC, de la mateixa manera que el cas 26, però partint des de l'estratègia PD i aconseguint resoldre correctament la suma, a diferència de la primera prova. Els estudiants 1, 6, 27, 12 i 20 van deixar enrere l'estratègia de comptar a partir de les pròpies pautes digitals per aplicar la CPP. Concretament el cas 1 i 20 es van equivocar anunciant el resultat, però el 6 i el 7 van solucionar bé l'operació que, en el cas de la primera prova, havien fallat.

Tot i així, els casos més sorprenents corresponen als infants que en un inici van resoldre la suma a partir de procediments concrets i que, en la prova final, la resolen a través d'aplicar l'estratègia de "fer deus". Concretament són els infants 7, 17 i 23 que durant la primera prova usen l'estratègia CC i els casos 8 i 24 que provenen de l'estratègia PD. Cal remarcar que el 7 i el 24, a més a més de progressar d'estratègia i de coneixement alhora, també avancen resolent la suma correctament, ja que durant

la prova inicial s'equivocaven. Els casos 17 i 23, tot i que avancen, no aconsegueixen anunciar el resultat correcte. Per últim, cal subratllar l'infant 2 que també progressa d'estratègia (de la CPM a la de "fer deus"), de coneixement i de solució correcte.

Tal i com s'ha anunciat amb anterioritat, el nombre de casos emmarcats en el coneixement formal ha augmentant un 23% en relació a la prova inicial. Els dos casos que durant la primera prova ja utilitzaven estratègies formals s'han mantingut i, alhora, han progressat perquè han aconseguit resoldre la suma correctament. L'infant 22 ha seguit la mateixa estratègia que durant la prova inicial (fer deus), però identificant altres nombres que formaven el deu, ja que primer descompon el 7 ($5+2$) i forma el nombre 10 ($5+5$) sumant-hi els altres nombres que falten (el 2 i el 3). L'estudiant 21, que en un principi usava l'estratègia de "fer dobles", l'ha canviat per la de "fer deus".

En definitiva, el 57% de l'alumnat ha evolucionat d'estratègia emprada, el 40% ha continuat posant en pràctica la mateixa estratègia que en la prova inicial i només el 3% ha empitjorat d'estratègia de manera insignificant.

4.5. Síntesi general de la comparació de resultats

Per sintetitzar la comparació de resultats en relació a la prova inicial i final, s'ha dissenyat una taula centrada en comptabilitzar els casos d'infants que han millorat l'estratègia emprada durant la prova inicial o, per contra, l'han empitjorat. També s'assenyalen els infants que no han patit cap evolució ni retrocés pel que fa a les estratègies usades en relació a la primera i segona prova.

Pertanyen al terme "evolució" els infants que han progressat d'estratègia. Per determinar aquests s'han comptabilitzat totes les progressions, excepte les pertanyents a procediments concrets, específicament de l'estratègia de compte concret global (CC) a l'estratègia de pautes digitals (PD). El motiu pel qual s'ha destriat aquest cas ha estat perquè es considera que els infants que en la prova inicial van usar material per numerar i comptar, tornen a fer el mateix procediment quan en la prova final usen les pròpies pautes digitals. És a dir, encara que canviïn l'estratègia emprada, utilitzen suport igualment.

El terme "es manté" està format per tots aquells infants que no evolucionen d'estratègia duent a terme la mateixa que durant la prova inicial. En aquest apartat

s'inclouen els casos descrits anteriorment que tot hi avançar d'estratègia segueixen usant suport per determinar la solució de la suma. En l'últim apartat, el "retrocés", s'inclouen tots els infants que han empitjorat d'estratègia respecte a la primera prova passada.

Pel que fa a les estratègies					
Operacions	Evolució		Es manté		Retrocés
4+1	18	60%	10	33%	2 7%
2+3	14	47%	15	50%	1 3%
5+5	3	10%	27	90%	0 0%
2+8	20	67%	10	33%	0 0%
6+5	17	57%	12	40%	1 3%
1+9+4	15	50%	14	47%	1 3%
3+5+7	17	57%	12	40%	1 3%

Taula 15. Recompte de millores pel que fa a les estratègies

Pel que fa al nivell de coneixement matemàtic, s'han dissenyat dues taules comparatives en les quals es visualitza la progressió dels infants respecte aquest punt de vista. El color verd clar simbolitza el nivell de coneixement intuïtiu, el taronja el coneixement informal i el blau el coneixement formal.

Sumes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
4+1	Orange	Teal	Orange	Orange	Light Green	Orange	Teal	Orange	Teal	Light Green	Light Green	Teal	Orange	Teal	Teal	Orange	Teal	Light Green	Orange	Orange	Teal	Teal	Orange	Orange	Orange	Teal	Orange	Orange	Orange	Orange	
2+3	Orange	Teal	Orange	Orange	Orange	Orange	Teal	Teal	Teal	Orange	Light Green	Teal	Orange	Orange	Teal	Orange	Orange	Light Green	Orange	Orange	Teal	Teal	Orange	Orange	Orange	Teal	Orange	Orange	Orange	Orange	Light Green
5+5	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Light Green	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Light Green	Orange	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	
2+8	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Teal	Orange	Orange	Light Green	Light Green	Teal	Orange	Orange	Teal	Orange	Teal	Light Green	Orange	Orange	Teal	Teal	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Light Green
6+5	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Light Green	Light Green	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Teal	Light Green	Orange	Orange	Teal	Teal	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Light Green
1+9+4	Orange	Teal	Orange	Orange	Orange	Orange	Teal	Orange	Orange	Orange	Light Green	Teal	Orange	Orange	Orange	Teal	Teal	Light Green	Orange	Orange	Teal	Teal	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange
3+5+7	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Light Green	Orange	Light Green	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Light Green	Orange	Orange	Teal	Teal	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange

Taula 16. Prova Inicial

Sumes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
4+1	Teal	Teal	Teal	Orange	Orange	Teal	Teal	Teal	Teal	Light Green	Light Green	Teal	Teal	Teal	Teal	Orange	Teal	Orange	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Orange
2+3	Teal	Teal	Orange	Orange	Orange	Teal	Teal	Teal	Teal	Orange	Light Green	Teal	Orange	Orange	Teal	Orange	Teal	Light Green	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Orange	Teal	Orange	Orange	Orange	Orange
5+5	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal
2+8	Teal	Teal	Teal	Orange	Orange	Orange	Teal	Teal	Teal	Orange	Light Green	Teal	Orange	Teal	Teal	Teal	Teal	Orange	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Orange
6+5	Teal	Teal	Teal	Orange	Orange	Orange	Teal	Orange	Teal	Orange	Light Green	Orange	Orange	Orange	Teal	Orange	Teal	Orange	Teal	Orange	Teal	Teal	Orange	Teal	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange
1+9+4	Teal	Teal	Teal	Orange	Orange	Orange	Orange	Teal	Teal	Orange	Light Green	Teal	Orange	Teal	Teal	Teal	Teal	Orange	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal	Teal
3+5+7	Orange	Teal	Orange	Orange	Orange	Orange	Teal	Teal	Teal	Orange	Light Green	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Teal	Orange	Orange	Orange	Teal	Teal	Teal	Teal	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange	Orange

Taula 17. Prova Inicial

Per poder recollir la informació de manera més precisa s'han elaborat les següents taules que inclouen el nombre de casos que s'emmarquen en cadascun dels tres coneixements, així com també de cada suma; juntament amb el percentatge corresponent:

Sumes	Coneixement Intuïtiu		Coneixement Informal		Coneixement Formal	
4+1	4	13%	16	53%	10	33%
2+3	9	30%	12	40%	9	30%
5+5	2	7%	1	3%	27	90%
2+8	4	13%	20	67%	6	20%
6+5	4	13%	23	77%	3	10%
1+9+4	2	7%	21	70%	7	23%
3+5+7	3	10%	25	83%	2	7%

Taula 18. Tipus de coneixement matemàtic (prova inicial)

Sumes	Coneixement Intuïtiu		Coneixement Informal		Coneixement Formal	
4+1	2	7%	5	17%	23	77%
2+3	2	7%	12	40%	16	53%
5+5	0	0%	0	0%	30	100%
2+8	1	3%	9	30%	20	67%
6+5	1	3%	18	60%	11	37%
1+9+4	1	3%	13	43%	16	53%
3+5+7	1	3%	20	67%	9	30%

Taula 19. Tipus de coneixement matemàtic (prova final)

5. CONCLUSIONS I PROSPECTIVA

En aquest capítol es mostren les conclusions de la investigació relacionades amb els fonaments teòrics detallats al marc teòric i les dades obtingudes durant l'anàlisi de resultats per verificar la hipòtesi inicial. També s'exposa la prospectiva de l'estudi obrint noves línies d'investigació que podrien ser tractades en un futur.

5.1. Conclusions

Amb la realització d'aquest estudi es pretenia verificar la següent hipòtesi:

Incidint específicament en els fets numèrics bàsics de descompondre el 5 i el 10 a través del joc millora el càlcul mental, evoluciona el tipus d'estratègies additives utilitzades pels infants i s'avança cap al coneixement matemàtic formal.

A partir de l'anàlisi dels resultats obtinguts i la teoria exposada s'explicaran les conclusions seguint una estructura coherent. Primer es comprovarà si una metodologia basada en jocs ha aportat millores en l'aprenentatge de les matemàtiques, concretament del càlcul mental. Seguidament es descobrirà si incidint en els fets numèrics bàsics de descompondre el nombre 5 i el nombre 10 els infants han avançat cap al coneixement formal, han millorat el càlcul mental i han evolucionat el tipus d'estratègies additives emprades.

En general, hi ha hagut aprenentatge per part de tots els infants de l'aula analitzada després de posar en pràctica la intervenció basada en jocs que tractava la descomposició del 5 i el 10. Les taules 18 i 19 mostren la millora pel que fa al tipus de coneixement matemàtic i, en conseqüència, la taula 15 evidencia l'evolució d'estratègies additives emprades pels infants.

Per una banda, aquestes millores s'han aconseguit aplicant una metodologia basada en jocs. Aquesta afirmació queda reforçada pels autors defensors del joc com a eina útil i imprescindible en l'ensenyament de les matemàtiques. Concretament Edo (1998) assegura que els jocs ajuden a reforçar o consolidar les habilitats de càlcul mental, així com també el desenvolupament del llenguatge matemàtic. En la mateixa línia, Fosnot i

Dolk (2001) defensen que els jocs de cartes (*Card games*) permeten, sobretot, treballar el concepte de cardinalitat i el desenvolupament d'estratègies de càlcul.

En la comparació dels resultats s'ha apreciat una evolució global de tot l'alumnat independentment dels diferents nivells d'aprenentatge existents. Aquesta evidència es sosté en la teoria exposada per Fosnot i Dolk (2001) assegurant que el joc facilita el treball amb infants que posseeixen diferents nivells d'aprenentatge. Per exemple, en les taules 2 (PI - B) i 9 (PF - B) es pot evidenciar un progrés per part de dos infants que no partien des del mateix nivell de coneixement matemàtic: el cas 30 evoluciona d'un nivell de coneixement intuïtiu cap a un d'informal i, per contra, l'infant 23 avança d'un coneixement informal a un formal.

En la mateixa línia, autors com Chamoso et al. (2004) i Bright et al. (1985) descriuen que els jocs poden ser compresos i apreciats sense la necessitat de tenir molts coneixements previs de matemàtiques provocant situacions on tots els infants poden investigar algun aspecte matemàtic de la mateixa manera o millor que en altres situacions d'aprenentatge. Aquests autors, inclús garanteixen que el joc provoca la millora d'alumnes de baix rendiment. Aquestes proposicions es demostren en la comparació de resultats (apartat 4.4), específicament en totes les taules, en les quals s'observen casos d'infants que evolucionen tot i situar-se, durant la primera prova, en el nivell de coneixement intuïtiu, és a dir, simplement guiant-se per l'aparença o percepció que mostraven els nombres de l'operació anunciant un resultat esporàdic sense haver aplicat instruments més precisos i fiables, com per exemple: numerar i comptar.

Com a mostra és interessant esmentar l'evolució que ha seguit el cas 10 que, durant la prova inicial, s'emmarcava dins un nivell de coneixement intuïtiu sense seguir cap estratègia per solucionar les operacions A, D i E (taula 1. PI-A, 4. PI-D i 5. PI-E) presentant dificultats per entendre la tasca proposada. En canvi, en la prova final, ha aconseguit evolucionar de nivell usant com a suport les pròpies pautes digitals per determinar, correctament, els resultats de les sumes (taula 8. PF-A, 11. PF-D i 12. PF-E).

Per altra banda, treballant els fets numèrics bàsics de descompondre el nombre 5 i el nombre 10 s'ha millorat el càlcul mental, els tipus d'estratègies additives utilitzades pels infants i s'ha avançat cap al coneixement matemàtic formal.

Pel que fa a l'avanç cap al coneixement formal, es comprova a partir de dades concretes que aplicant una seqüència didàctica que tracta els fets numèrics bàsics de descompondre el nombre 5 i el 10 s'avança cap al coneixement matemàtic formal. Centrant l'atenció a la comparació de les taules 18 i 19 es demostra que, en totes les operacions, hi ha hagut infants que han evolucionat cap a un coneixement formal. Sobretot en l'operació D (2+8), on catorze infants deixen enrere el coneixement informal per aplicar estratègies formals per resoldre la suma.

Aquesta evidència es recolza amb la teoria de Van de Walle et al. (2013) a l'afirmar que per aconseguir que els infants avancin en el seu propi aprenentatge fins arribar a un coneixement formal és necessari que desenvolupin el sentit numèric, és a dir, que treballin les relacions i connexions entre els nombres per aconseguir flexibilitat en el pensament numèric, com per exemple, els punts de referència del 5 i el 10 (*Anchors or benchmarks of 5 and 10*).

Concretament, no és sorprenent que els infants vagin abandonant els procediments informals per aplicar-ne de més formals, tal i com es pot comprovar en la comparació dels resultats. Per exemple, en la prova inicial només el 20% de l'alumnat va resoldre l'operació D (2+8) aplicant estratègies formals i, en canvi, en la prova final els procediments formals augmenten fins arribar al 67%. Aquesta evidència queda reforçada per Baroody (1988) a l'afirmar que els infants poden arribar a ser incapaços d'usar procediments informals amb números grans, ja que encara que aquests mètodes proporcionin una solució immediata, no poden proporcionar registres a llarg termini.

A més, Baroody (1988) determina que quan l'ensenyança formal s'introdueix massa ràpid sense haver passat per un coneixement informal el resultat és un aprenentatge memorístic i mecànic. Aquesta mateixa idea la reforcen Fosnot i Dolk (2001) determinant que els infants han d'automatitzar les operacions bàsiques en comptes de memoritzar-les mitjançant la focalització en les relacions i no en les repeticions.

Aquesta idea es manifesta en l'anàlisi de la primera i segona prova, específicament en l'evolució d'un infant concret: l'11. En la prova inicial, concretament en totes les operacions, l'infant es situa en un coneixement intuïtiu sense aplicar cap estratègia per solucionar les sumes. En la prova final passa exactament el mateix excepte en l'operació C (5+5) que passa d'un coneixement intuïtiu, durant la prova inicial, a un coneixement formal resolent correctament la suma sense la necessitat de comptar.

Segons la teoria exposada, aquest infant resol la suma $5+5$ memorísticament, ja que en totes les altres operacions es comprova que no sap sumar i, per tant, no pensa en les possibles relacions que existeixen entre nombres.

Aquest mateix autor defensa que a mesura que els números augmenten, els mètodes informals es van fent cada vegada més propensos a l'error. Analitzant les taules de resultats de l'apartat 4.4 es comprova aquesta idea, ja que a mesura que augmenta la dificultat de les sumes i, en conseqüència, s'opera amb nombres més grans, hi ha més errors quan els infants usen estratègies informals que quan apliquen procediments formals. La taula 13 (PF - F), corresponent a la suma $1+9+4$, n'és un clar exemple: cinc dels tretze infants que apliquen estratègies informals no aconsegueixen resoldre correctament la suma per un error de comptatge i, en canvi, només un dels 16 infants que usen estratègies formals s'equivoca.

Pel que fa a la millora en càlcul mental, Van de Walle et al. (2013) defensen que treballant les relacions entre nombres, específicament els punts de referència del 5 i el 10 i, en conseqüència, les relacions part-tot (*Part-Whole Relationships*) s'aconsegueix que, més endavant, relacions similars puguin ser utilitzades en el desenvolupament de les habilitats de càlcul mental en nombres més grans. Això es manifesta en la comparació de resultats de les operacions F ($1+9+4$) i G ($3+5+7$), en els quals s'observa clarament un increment significatiu de casos que empren estratègies formals relacionades amb el contingut tractat: la descomposició del nombre 10. Durant la intervenció aplicada després d'haver passat la prova inicial no es va treballar a partir d'algorismes de tres sumands i, en canvi, el 53% de l'alumnat (en el cas de l'operació F) va ser capaç de demostrar habilitats de càlcul mental per operar amb estructures més complicades i desconegudes per a l'alumnat.

En la mateixa línia, segons els mateixos autors, realitzar activitats en les quals els infants hagin d'escriure les possibles combinacions de nombres que formen un número, com per exemple completant equacions d'addició tal i com es va dur a terme en l'última sessió de la intervenció, ajuda a reflexionar sobre les relacions entre els nombres permetent, en aquest cas, arribar a solucionar operacions de tres sumands o d'altres més complicades mitjançant estratègies formals. Un exemple concret s'aprecia a les taules comparatives 5 i 12 que s'augmenten un 27% l'aplicació d'estratègies formals respecte a la prova inicial.

Pel que fa a les estratègies, Van de Walle et al. (2013) reafirmen que els infants abandonen els procediments concrets i mentals quan treballen el sentit numèric. Això s'ha pogut apreciar en la comparació de resultats, ja que en totes les operacions ha disminuït la utilització d'estratègies informals augmentant, en conseqüència, les formals.

Tot i que molts infants han evolucionat pel que fa a les estratègies emprades i el tipus de coneixement, els resultats constaten que part de l'alumnat segueix utilitzant suport per realitzar els càlculs, de la mateixa manera que ho feien durant la prova inicial. Aquests resultats són habituals, ja que tal i com explica Baroody (1988), els infants tot i conèixer els mètodes formals continuen utilitzant procediments concrets durant molt de temps.

Tot aquest seguit de conclusions demostren que, en conjunt, cal treballar el sentit numèric (les relacions entre els nombres), concretament la descomposició del 5 i el 10, a partir de jocs que permeten gradualment explorar els nombres, visualitzar-los en un context diferent al convencional, i relacionar-los en maneres que no estan limitades per algorismes tradicionals (Van de Walle et al., 2013).

Finalment, es pot afirmar que s'ha verificat la hipòtesi d'investigació plantejada, a més d'assolir els quatre objectius plantejats inicialment. Absolutament tot l'alumnat ha millorat les estratègies additives emprades respecte a la prova inicial, però no tots han arribat al coneixement formal en la totalitat d'operacions avaluades. Per tant, caldria replantejar-se un nou cicle d'investigació per planificar l'acció següent, tal i com determina una metodologia d'investigació acció. Una opció seria incidir encara més en el treball de la descomposició del nombre 5 i 10 a través del joc per aconseguir que la totalitat d'infants arribessin a adquirir més agilitat en el càlcul mental.

5.2. Prospectiva

Tot i que la investigació ha permès extraure conclusions fermes i interessants, les limitacions temporals de l'estudi provoquen no haver pogut tractar amb suficient profunditat tots els aspectes inherents a la recerca, com per exemple l'anàlisi exhaustiu de l'evolució individual de tots els casos investigats. D'altra banda, com s'ha avançat en l'apartat anterior, les mateixes limitacions temporals no han permès dur a terme una metodologia d'investigació acció completa replantejant un nou cicle d'investigació un cop analitzada i avaluada la primera recerca.

Planificar una nova acció en base a la investigació avaluada permetria tenir més fonaments per contraposar-los i relacionar-los amb autors de referència en l'àmbit tractat a fi d'aconseguir més fiabilitat i, alhora, complementar la informació obtinguda de la nova investigació. Per tant, es podrien obrir noves línies d'investigació d'aquest mateix projecte:

- Tornar a passar la prova l'any vinent als mateixos infants per comprovar la perpetuïtat dels aprenentatges adquirits i una de les característiques bàsiques del joc com a recurs educatiu: generador d'aprenentatges duradors.
- Plantejar el mateix estudi en un altre centre educatiu del mateix curs de primària per comparar les dues investigacions i aprofundir en els resultats.
- Dur a terme la mateixa investigació en una altra aula de primer de primària aplicant una metodologia tradicional a la meitat dels infants de la classe tractant el fet numèric bàsic de descompondre el nombre 5 i el 10. A l'altra meitat es duria a terme una metodologia basada en jocs treballant el mateix contingut per poder comparar resultats i metodologies.
- Seguir investigant sobre el fet numèric bàsic de descompondre el nombre 5 i el 10 analitzant el domini que en tenen infants de cursos més elevats.

6. VALORACIÓ FINAL

Personalment he viscut aquest treball com una oportunitat per iniciar-me dins el món de la recerca i la investigació donant respostes a preguntes que durant el grau universitari em plantejava i no aconseguia solucionar. Sobretot he descobert com dur a terme una investigació acció adonant-me de les dificultats inherents que suposa, ja que aquesta té com a objectiu millorar l'acció educativa.

Deixant enrere els temors he anat fent camí fins aconseguir indagar de manera sistemàtica i rigorosa sobre una temàtica concreta a partir de fonaments teòrics i pràctics. Tot i així, el procés de realització ha estat dur i alhora meravellós passant per moments d'il·lusió i desig per conèixer i aprendre divertint-me i emocionant-me davant les progressions realitzades per a mi mateixa i pels infants investigats; però també hi ha hagut temps pels dubtes i les incerteses que, a vegades, em feien desesperar.

Aquest estudi ha contribuït a reforçar el meu criteri pedagògic, així com també a adquirir nous aprenentatges que em serviran per a la futura pràctica docent tant a nivell conceptual com actitudinal. Evidentment ara conec amb més profunditat la metodologia basada en jocs i el desenvolupament que haurien de realitzar els infants per millorar les habilitats de càlcul mental, però al mateix temps conec com dur a terme un estudi centrat en una metodologia concreta, que extrapolat a la meua futura tasca docent, em servirà per ser una mestra oberta als canvis, a investigar, a vincular l'escola amb la Universitat, a relacionar el dia a dia de l'aula amb fonaments teòrics, etc. En definitiva, a reciclar-me constantment per millorar l'acció educativa en tots els àmbits possibles.

Estic contenta i orgullosa d'haver aportat el meu granet de sorra, en la didàctica de les matemàtiques, investigant i corroborant que el joc és un bon recurs educatiu i que treballar les relacions entre els nombres, sobretot la descomposició del 5 i del 10, serveix per millorar el càlcul mental i evolucionar les estratègies additives emprades i el tipus de coneixement matemàtic. Espero que això només sigui el principi d'un llarg recorregut d'aprenentatges sense descartar la possibilitat de tornar a realitzar un treball d'aquestes magnituds, ja que m'han quedat molts fronts oberts plens d'interès i curiositat.

7. REFERÈNCIES BIBLIOGRÀFIQUES

ANGUERA, María Teresa (1982). *Metodología de la observación en las Ciencias Humanas*. Madrid: Cátedra.

BAROODY, Arthur J. (1988). *El pensamiento matemático de los niños. Un marco para maestros de preescolar, ciclo inicial y educación especial*. Madrid: Visor Distribuciones.

BISHOP, Alan J. (1998). "El papel de los juegos en educación matemática". *Revista Uno*, núm 18.

BRIGHT, George W.; HARVEY, John G.; WHEELER, Margariete (1985). *Learning and mathematics games. Journal for Research in Mathematics Education Monograph, Vol 1*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

CHAMOSO, José María; DURÁN, Jesús; GARCÍA, Juan Francisco; MARTÍN, Javier; RODRÍGUEZ, Mercedes (2004). "Análisis y experimentación de juegos como instrumentos para enseñar matemáticas". *Suma*, núm. 47, p. 47-58.

CHAPIN, Suzanne H.; JOHNSON, Art (2006). *Math Matters. Understanding the math you teach. Grades K-8. 2nd edition*. Sausalito: Math Solutions Publications.

CORBALÁN, Fernando (1994). *Juegos matemáticos para Secundaria y Bachillerato*. Madrid: Síntesis.

CURTH, Mónica de Torres (2001). "El juego en el aula: una experiencia de perfeccionamiento docente en Matemática a nivel institucional". *Suma*, núm. 38, p. 23-29.

Diccionari de la llengua catalana (2007). Barcelona: Institut d'Estudis Catalans.

EDO, Mequè (1998). "Juegos y matemáticas. Una experiencia en el ciclo inicial de primaria". *Revista Uno*, núm 18.

- FOSNOT, Catherine; DOLK, Maarten (2001). *Young mathematicians at work. Constructing Number Sense, Addition, and Subtraction*. Portsmouth: Heinemann.
- GAIRÍN, José María (1990). "Efectos de la utilización de juegos educativos en la enseñanza de las matemáticas". *Educar*, núm. 17, p. 105-118.
- GARDNER, Martin (1995). *El carnaval matemático*. Madrid: Alianza.
- GUZMÁN, Miguel (1984). *Juegos matemáticos en la enseñanza*. Manuscrit no publicat, Facultat de Matemàtiques, Universitat Complutense de Madrid, Madrid, Espanya.
- HUIZINGA, Johan (2012). *Homo Ludens*. Madrid: Alianza.
- KLING, Gina; BAY-WILLIAMS, Jennifer M. (2015). "Three Steps to Mastering Multiplication Facts". *Teaching Children Mathematics*, 21 (9), 550-559.
- LATORRE, Antonio (2008). *La investigación-acción. Conocer y cambiar la práctica educativa*. Barcelona: Editorial Graó.
- LATORRE, Antonio; RINCÓN, Delio; ARNAL, Justo (2005). *Bases metodológicas de la investigación educativa*. Barcelona: Ediciones Experiencia.
- PARRISH, Sherry (2010). *Number Talks. Helping children build mental math and computation strategies. Grades K-5*. California: Math Solutions.
- VAN DE WALLE, Jonh A.; KARP, Karen S.; BAY-WILLIAMS, Jennifer M. (2013). *Elementary and Middle School Mathematics. Teaching Developmentally. 8th edition*. New Jersey: Pearson Education.
- VYGOTSKI, Lev (1979). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Barcelona: Crítica.

**EL JOC COM A EINA EDUCATIVA EN
L'APRENTATGE DE FETS NUMÈRICS BÀSICS
PER MILLORAR EL CÀLCUL MENTAL EN UNA
AULA DE PRIMÀRIA**

Annexos del Treball de Final de Grau de Mestre
d'Educació Primària

IRMA DARNÉ DUQUE

Curs 2015-16

Tutora: Mireia Jurado Salvans

Departament de Didàctica de les Arts i les Ciències

Universitat de Vic – Universitat Central de Catalunya

13 de maig de 2016

ÍNDIX

Annex 1. Targetes de la prova inicial i final	3
Annex 2. Seqüència didàctica: Els jocs del nombre 5 i el 10.....	4
Annex 3. Taules de buidatge de la prova inicial	26
Annex 4. Taules de buidatge de la prova final	33
REFERÈNCIES BIBLIOGRÀFIQUES	40

Annex 1. Targetes de la prova inicial i final

$4 + 1$

$6 + 5$

$2 + 3$

$1 + 9 + 4$

$5 + 5$

$3 + 5 + 7$

$2 + 8$

Annex 2. Seqüència didàctica: Els jocs del nombre 5 i el 10

Graella de programació general

GRUP CLASSE	DURADA	PERÍODE	CURS ESCOLAR	MESTRE/A
1r primària (30 infants)	8 hores	4 setmanes	2015/2016	Irma Darné
ÀREES IMPLICADES		TÍTOL		
Matemàtiques		Jocs de càlcul mental		
CONTINGUTS L'ÀREA	DE	COMPETÈNCIES BÀSIQUES	OBJECTIUS D'APRENTATGE	CRITERIS D'AVUACIÓ
Procedimentals		Competència matemàtica	Ser capaç de descompondre el nombre 5 en dos i tres sumands de diferents maneres.	<ul style="list-style-type: none"> - Compta tot el primer nombre que després sumarà amb el segon? - Afegeix la segona quantitat a la primera? - Utilitza els dits per comptar? - Usa l'estratègia de començar a comptar a partir del nombre més gran? - Té resultats automatitzats? - Verbalitza algun resultat memoritzat?
<ul style="list-style-type: none"> - Càlcul mental - Composició i descomposició - Cerca d'estratègies 			Ser capaç d'aprendre les descomposicions del nombre 5.	
Conceptuals		Competència d'autonomia i iniciativa personal	Ser capaç de descompondre el nombre 10 en dos sumands de diferents maneres.	
<ul style="list-style-type: none"> - Nombres naturals 				

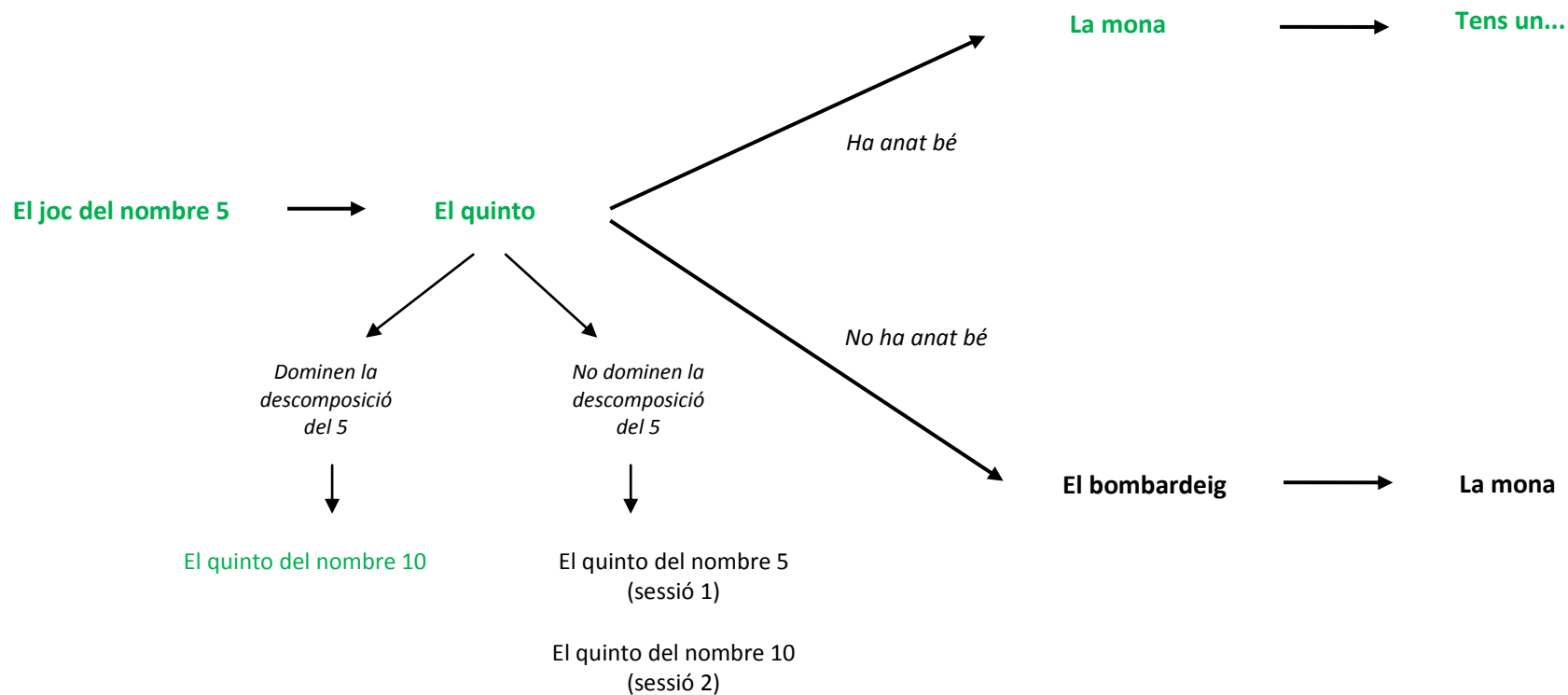
de l'1 al 10 - Noció de suma		Ser capaç d'aprendre les descomposicions del nombre 10.	
Actitudinals	Competència aprendre a aprendre	Ser capaç d'aplicar estratègies favorables per guanyar el joc.	- Usa estratègies que li permeten guanyar el joc?
- Col·laboració en l'organització i el desenvolupament del joc.		Ser capaç de desenvolupar agilitat mental	<ul style="list-style-type: none"> - Com organitzen el joc i distribueixen les cartes? - Com decideixen qui comença? - Com resolen els conflictes? - És capaç de col·laborar amb el company o companya? - Segueix les normes del joc per contribuir al bon funcionament d'aquest? - Accepta la derrota?
- Respecte pels companys.		Ser capaç de seguir les normes del joc.	
- Treball en equip.		Ser capaç de col·laborar amb el company o companya per resoldre conflictes i dur a terme la tasca conjuntament.	
- Acceptar la derrota.		Ser capaç d'afrontar el repte de la competitivitat acceptant la derrota.	
- Interès per intercanviar informacions i suggeriments amb els companys.			

SEQÜÈNCIA DIDÀCTICA						
DESCRIPCIÓ DE LES ACTIVITATS		MATERIALS RECURSOS	ORG. SOCIAL	TEMPS	ATENCIÓ DIVERSITAT	ACTIVITATS AVALUACIÓ / Paper del mestre
INICIALS	<p>1 Avaluació inicial</p> <p><i>Conèixer què saben els infants en relació al contingut a tractar a la fi de programar una seqüència didàctica a mida per a ells i elles.</i></p> <p>Individualment cada infant ha resolt unes sumes de dos i tres sumands que progressivament han anat augmentant de dificultat (4+1, 2+3, 5+5, 2+8, 6+5, 1+9+4 i 3+5+7). La idea era que resolguessin les sumes mentalment i després em comunicuessin verbalment com ho havien fet. Però els qui han volgut han usat material per a comptar i paper per fer els càlculs que necessitaven.</p> <p>Tots els i les alumnes han estat gravats per poder analitzar detingudament les estratègies que han utilitzat per resoldre les operacions.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Targetes amb sumes (vegeu annex 1). - Taps de suro - Paper i llapis 	Individualment	4 hores	Els infants que no sabien fer la suma mentalment disposaven de material i suport per realitzar els càlculs.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Observar i prendre notes sobre com han resolt les operacions 2. Buidatge dels resultats 3. Interpretació dels resultats 4. Presa de decisions
DESENVOLUPAMENT	<p>2 El joc del nombre 5</p>		Parelles i grups de deu nens i nenes	2 hores	Mestra de suport	Autoavaluació per part dels infants sobre els continguts actitudinals
	<p>3 El quinto del nombre 10</p> <p><i>El quinto del nombre 5 (depenent de com hagi funcionat el primer joc)</i></p>		Parelles	2 hores	Adaptació	

	4 La mona		Parelles i grups de deu nens i nenes	2 hores	Mestra de suport	
	5 Tens un...		Parelles i grups de deu nens i nenes	2 hores	Mestra de suport	
SÍNTESI	6 Avaluació final <i>Conèixer què han après els infants en relació al contingut a tractar després de dur a terme la programació creada a partir de jocs.</i> Tornar a fer la mateixa avaluació inicial de manera individual amb les mateixes sumes i argumentant com les han resolt. També es podrà utilitzar material per a comptar i paper per fer càlculs. Es tornarà a gravar per poder analitzar detingudament els progressos que ha realitzat cada infant.	- Targetes amb sumes - Taps de suro - Paper i llapis	Individu alment	4 hores	Els infants que necessitin poden usar material i suport per realitzar els càlculs.	1. Observar i prendre notes sobre com han resolt les operacions 2. Buidatge dels resultats 3. Interpretació dels resultats

Esquema dels jocs segons com vagin evolucionant les sessions

Els dos primers jocs que corresponen a les quatre primeres sessions d'una hora cadascuna sempre seran els mateixos, però a mesura que es vagi desenvolupant la seqüència i depenent del grup-classe i el seu nivell, es duran a terme uns jocs o uns altres. La ruta marcada de color verd és la que prèviament s'ha establert per seguir i, per tant, la de referència. Això significa que en l'apartat següent sobre la planificació específica de cada joc es segueix l'ordre de la ruta de color verd. Però en l'últim apartat s'explica el joc del "bombardeig" que possiblement es dugui a terme a l'aula.



Graelles de programació específiques per cada joc

El primer joc té com a objectiu que els infants aprenguin les possibles descomposicions del nombre cinc perquè realitzant la prova inicial em vaig adonar que molts alumnes encara no les havien automatitzat i necessitaven comptar-ho de cap, amb els dits o inclús amb material. Per tant, el motiu pel qual realitzo aquest joc abans d'introduir els altres focalitzats en la descomposició del deu és per atendre a la diversitat, és a dir, a molts infants els servirà per iniciar la memorització, a d'altres per repassar i sistematitzar el contingut i inclús alguns descobriran alguna estratègia de càlcul.

Sessió 1 i 2: EL JOC DEL NOMBRE 5	
Material: Quatre baralles espanyoles per cada cinc parelles jugadores: de dues agafem de l'1 al 4, de cada pal, $4 \times 8 = 32$. De les altres dos agafem els 1 i els 2 de cada pal, $4 \times 2 = 16$. En total $32 + 16 = 48$ cartes.	Normes del joc: <ul style="list-style-type: none">- Es reparteixen totes les cartes entre les parelles que hi participen.- Cada parella col·loca les seves cartes boca avall, una sobre l'altra.- Cada parella jugadora, seguint un ordre, destapen la primera carta del seu pilonet i la col·loca damunt la taula.- Es tracta de sumar cinc amb la carta pròpia i una o més cartes que la resta de jugadors han deixat damunt la taula anteriorment.- Si es pot sumar cinc s'emporten les cartes sumades a un pilonet particular de cartes guanyades. Si no poden deixen la seva carta damunt la taula.- Guanyarà qui s'hagi emportat més cartes.
Número de jugadors i distribució: Cinc parelles d'alumnes. En total 10 infants a cada taula i tres taules jugant el mateix joc.	

Continguts procedimentals	Objectius	Desenvolupament		Temps
<ul style="list-style-type: none"> - Càlcul mental - Composició i descomposició - Utilització de la sèrie numèrica per determinar la mida d'una col·lecció 	<ul style="list-style-type: none"> - Ser capaç de sumar dos o més nombres per obtenir un resultat de 5. - Ser capaç d'utilitzar un procediment efectiu per determinar qui té més cartes al finalitzar el joc. - Ser capaç de col·laborar amb els companys per resoldre els possibles conflictes i realitzar la tasca conjuntament. - Ser capaç de seguir les regles del joc. 	Sessió 1	<p>1. Presentació de les 8 sessions i del primer joc:</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Per no perdre temps en organització, prèviament agrupar els infants per parelles i en tres taules de deu alumnes cadascuna. Col·locar a cada taula uns paperets amb els noms de les parelles que formen l'equip prèviament elaborats amb lletra lligada. ○ Explicació del què farem durant les vuit sessions i explicitació de l'objectiu final. ○ Consensuar amb els infants les normes de comportament que cal seguir durant totes les sessions per jugar. ○ Donar una baralla de cartes a cada taula i explicar el funcionament del joc de manera pautaada a mesura que aquest va avançant. 	20 min
			<p>2. Jugar: cada taula començarà a jugar de manera independent amb l'ajuda de les tres mestres que hi hauran a l'aula. Cadascuna s'ocuparà d'un grup i actuaran de guia solucionant, si cal, dubtes i altres qüestions.</p>	25 min

			<p>3. Reflexió: verbalitzar les estratègies que s'han utilitzat i tots els problemes conceptuals, procedimentals i actitudinals que han anat sorgint durant el joc. El docent pot fer les següents preguntes:</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Amb quines cartes hem pogut fer un 5? ○ Amb quantes cartes podem fer un 5? ○ Si tiro un 3, quantes cartes podré agafar? Quines? <p>Explicar la graella d'autoavaluació que hauran d'omplir juntament amb la seva parella escoltant i reflexionant el que els altres companys de joc i la mestra opinin. El docent podrà posar gomet (una cara somrient) només si han complert l'ítem que se'ls demanava.</p> <p>A la cartolina que hi ha l'autoavaluació, també hi ha un requadre on cada parella haurà d'escriure els seus noms o dibuixar algun objecte, codi o senyal que els identifiqui com a parella de joc.</p>	15 min
--	--	--	---	--------

		Sessió 2	1. Recordatori de les normes del joc: preparació prèvia de les taules i explicació del joc.	10 min
			2. Jugar: cada taula començarà a jugar de manera independent amb l'ajuda de les tres mestres que hi hauran a l'aula. Cadascuna s'ocuparà d'un grup i actuaran de guia solucionant, si cal, dubtes i altres qüestions.	40 min
			3. Reflexió: les mateixes preguntes que el dia anterior i autoavaluació.	10 min

Sessió 3 i 4: EL QUINTO DEL NOMBRE 10

Material:

- 15 cartons amb diferents nombres de l'1 al 9.
- Cigrons per marcar els nombres. Així es podrà jugar més d'una vegada amb els mateixos cartons.
- Paperets de l'1 al 9.



Número de jugadors i distribució:

Quinze parelles d'alumnes amb un cartró cadascuna. Juguen tots els infants al mateix moment.

Normes del joc:

- Cada parella té un cartró. En cada taula hi ha cigrons per marcar els nombres.
- El docent desplegarà un paperet i cantarà el nombre que hi hagi escrit.
- Tots els infants que tinguin en el seu cartró el nombre complementari del que s'ha cantat que permeti fer un deu, el marquen amb un cigró. Per exemple: la mestra canta el nombre vuit, per tant, tots els infants que tinguin el nombre dos en el seu cartró l'han de marcar amb el cigró.
- *Depenent de com hagi funcionat el joc anterior, es pot començar construint el nombre 5 i evolucionar de nivell, a la sessió següent, continuant amb el nombre 10.*
- Guanya la parella que primer aconsegueixi marcar tots els nombres del cartró. Haurà d'alçar la mà i cridar: quinto!
- La parella guanyadora tindrà el privilegi de cantar els nombres durant la pròxima partida i així successivament.

Continguts procedimentals	Objectius	Desenvolupament		Temps
- Càlcul mental	- Ser capaç de reconèixer	Sessió 3	1. Presentació del joc: explicació i conversació sobre els objectius	15 min

<ul style="list-style-type: none"> - Composició i descomposició 	<ul style="list-style-type: none"> les parelles de nombres que sumats fan 10. - Donat qualsevol nombre entre l'1 i el 9, saber el complementari per sumar deu. - Ser capaç de col·laborar amb els companys per resoldre els possibles conflictes i realitzar la tasca conjuntament. - Ser capaç de seguir les regles del joc. 		<p>matemàtics i actitudinals que s'espera que assoleixin. Agrupar els infants per parelles i donar-los el material: un cartró per cadascun (<i>vegeu annex 3</i>) i una plata de cigrons per cada taula.</p>	
			<p>2. Jugar: començarà el docent a cantar els nombres deixant bastant temps perquè els infants puguin pensar i decidir amb el company el resultat. A mesura que es vagin jugant més partides, la velocitat del joc canviarà deixant menys temps entre nombre i nombre. A més, els guanyadors de cada partida seran els encarregats de cantar els pròxims nombres. Quan cantin "quinto" el docent sempre comprovarà el cartró.</p>	30 min
			<p>3. Reflexió: verbalitzar les estratègies que s'han utilitzat i tots els problemes conceptuals, procedimentals i actitudinals que han anat sorgint durant el joc.</p> <p>Omplir graella d'autoavaluació.</p>	15 min
		<p>Sessió 4</p>	<p>1. Recordatori de les normes del joc. Preparació del material i agrupacions.</p>	10 min
			<p>2. Jugar</p>	40 min
			<p>3. Reflexió</p>	10 min

Sessió 5 i 6: La mona				
Material: Una baralla de cartes espanyoles per cada cinc parelles jugadores: seleccionem de l'1 al 9 de cada pal.		Normes del joc:		
Número de jugadors i distribució: Cinc parelles d'alumnes. En total 10 infants a cada taula i tres taules jugant el mateix joc. <i>Depenent de com hagin funcionat els jocs anteriors es pot dur a terme individualment.</i>		<ul style="list-style-type: none"> - S'agafa una carta de la baralla, es mira i s'ensenya a tots els jugadors. Es deixa a part durant tota la partida, de manera que quan aquesta s'acabi quedarà una carta sense emparellar. - Es reparteixen totes les cartes. Cada parella jugadora descarta totes les parelles que tingui que sumin 10 posant-les damunt la taula. - Seguidament, per torns, amb les cartes a la mà en forma de ventall, deixen que la parella de la seva dreta agafi una carta sense mirar. Si poden emparellar-la amb una carta de les seves i sumar 10, aquestes les deixen damunt la taula. Si no poden, s'han de quedar la carta. A continuació, ofereixen el seu ventall de cartes a la pròxima parella. - El joc continua fins que queda una sola persona amb la carta sense parella i perd. 		
Continguts procedimentals	Objectius	Desenvolupament		Temps
<ul style="list-style-type: none"> - Càlcul mental - Composició i descomposició de números. 	<ul style="list-style-type: none"> - Ser capaç de reconèixer les parelles de números que sumats fan 10. 	Sessió 5	1. Presentació del joc: explicació i conversació sobre els objectius matemàtics i actitudinals que s'espera que assoleixin. Agrupar els infants per parelles i en tres taules de deu alumnes cadascuna. Donar-los el material. Recreació, si cal, d'una partida perquè els infants vegin el funcionament, ja que és difícil d'entendre.	20 min

<ul style="list-style-type: none"> - Donat qualsevol nombre entre l'1 i el 9, saber el complementari per sumar deu. - Memoritzar algunes de les parelles de números que sumen deu. - Ser capaç d'escoltar i valorar l'opinió dels companys. - Ser capaç de col·laborar amb els companys per resoldre els possibles conflictes i realitzar la tasca conjuntament. 		<p>2. Jugar: començar a jugar respectant que cada taula de joc té el seu ritme. El docent actuarà de guia passant per cada taula i solucionant, si cal, dubtes i altres qüestions.</p>	25 min
		<p>3. Reflexió: verbalitzar les estratègies que s'han utilitzat i tots els problemes conceptuals, procedimentals i actitudinals que han anat sorgint durant el joc.</p>	15 min
	Sessió 6	<p>1. Recordatori de les normes del joc. Preparació del material i agrupacions.</p>	10 min
		<p>2. Jugar: cada vegada que acabin una partida s'hauran d'anotar en un full totes les maneres amb les quals han aconseguit formar un deu. Després ho comunicaran a la resta de companys i companyes de la taula per compartir les diverses estratègies.</p>	40 min
		<p>3. Reflexió</p>	10 min

Amb aquest últim joc es pretén que els infants repassin totes les possibles combinacions de dos sumands que juntes formen el nombre 10 i, sobretot, que tinguin la possibilitat d'aplicar estratègies favorables per guanyar la partida, com per exemple: deduir les cartes que tenen els companys. En definitiva, aquest joc és l'evolució del joc anterior donant la possibilitat, als infants que ja dominen la descomposició del 10, d'anar més enllà aplicant estratègies més complicades.

Sessió 7 i 8: Tens un...	
<p>Material: Una baralla de cartes espanyoles per cada cinc parelles jugadores: seleccionem de l'1 al 9 de cada pal ($9 \times 4 = 36$).</p>	<p>Normes del joc:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Es reparteixen totes les cartes. Cada parella jugadora descarta totes les parelles que tingui que sumin 10 i les posa en un pilonet particular. - A continuació, la primera parella jugadora demana una carta a una altra parella, a la que vulgui. Per exemple: <i>Jordi i Maria, teniu un 2?</i> Si aquests tenen la carta que han demanat obligatòriament els hi ha de donar. Llavors els qui hagin demanat la carta han d'ensenyar a la resta de companys l'altre carta amb la qual formen un 10 ($2 + 8$). Després se les guarden juntament amb el seu propi pilonet de cartes. Segueixen demanant cartes fins que es topen amb alguna parella que no tenen la carta que demanen. - Quan fallen passa el torn a la parella que ha dit que no tenien la carta. - Guanya la parella que ha fet més parelles al final de la partida.
<p>Número de jugadors i distribució: Cinc parelles d'alumnes. En total 10 infants a cada taula i tres taules jugant el mateix joc.</p>	

Continguts procedimentals	Objectius	Desenvolupament		Temps
<ul style="list-style-type: none"> - Càlcul mental - Composició i descomposició de números. - Cerca d'estratègies 	<ul style="list-style-type: none"> - Ser capaç de reconèixer les parelles de números que sumats fan 10. - Donat qualsevol nombre entre l'1 i el 9, saber el complementari per sumar deu. - Memoritzar algunes de les parelles de números que sumen deu. - Saber estar atent als números que demanen els companys i actuar amb conseqüència. 	Sessió 7	1. Presentació del joc: explicació i conversació sobre els objectius matemàtics i actitudinals que s'espera que assoleixin. Agrupar els infants per parelles i en tres taules de deu alumnes cadascuna. Donar-los el material. Recreació, si cal, d'una partida perquè els infants vegin el funcionament, ja que és difícil d'entendre.	20 min
			2. Jugar: començar a jugar respectant que cada taula de joc té el seu ritme. El docent actuarà de guia passant per cada taula i solucionant, si cal, dubtes i altres qüestions.	25 min
			3. Reflexió: verbalitzar les estratègies que s'han utilitzat i tots els problemes conceptuals, procedimentals i actitudinals que han anat sorgint durant el joc.	15 min

	<p>- Ser capaç de col·laborar amb els companys per resoldre els possibles conflictes i realitzar la tasca conjuntament.</p>	<p>Sessió 8</p>	<p>1. Recordatori de les normes del joc. Preparació del material i agrupacions.</p>	10 min
			<p>2. Jugar: cada vegada que acabin una partida s'hauran d'anotar en un full totes les maneres amb les quals han aconseguit formar un deu. Després ho comunicaran a la resta de companys i companyes de la taula per compartir les diverses estratègies.</p>	40 min
			<p>3. Reflexió</p>	10 min

Joc provisional

Sessió 5 i 6: El bombardeig				
Material: Baralla de cartes de l'1 al 9.		Normes del joc:		
Número de jugadors i distribució: Dos jugadors, un contra l'altre. En total hi hauran quinze parelles jugant.		<ul style="list-style-type: none"> - Els jugadors es col·loquen un davant de l'altre. Es reparteixen totes les cartes entre els dos participants. Cadascun se les col·loca davant seu apilades boca avall. - Alhora, els dos jugadors, destapen una carta del pilonet i la posen davant seu. - Si les dues cartes sumen deu, el primer que digui "deu" en veu alta guanya totes les cartes obertes que quedin sobre la taula i les afegeix al seu pilonet personal, a sota de tot sense mirar-se-les. - Guanya qui es quedi amb totes les cartes. També hi pot haver un temps limitat i que guanyi qui, quan es pari el temps, tingui més cartes. 		
Continguts procedimentals	Objectius	Desenvolupament		Temps
<ul style="list-style-type: none"> - Càlcul mental - Composició i descomposició de números. 	<ul style="list-style-type: none"> - Ser capaç de reconèixer les parelles de números que sumats fan 10. 	Sessió 5	1. Presentació del joc: explicació i conversació sobre els objectius matemàtics i actitudinals que s'espera que assoleixin. Agrupar els infants per parelles. Donar-los el material. Recreació, si cal, d'una partida perquè els infants vegin el funcionament, ja que és difícil d'entendre.	20 min

<p>- Cerca d'estratègies</p>	<p>- Memoritzar algunes de les parelles de números que sumen deu amb la intenció de ser més veloç per aconseguir guanyar el joc.</p>		<p>2. Jugar: començar a jugar respectant que cada parella de joc té el seu ritme. El docent actuarà de guia passant per cada taula i solucionant, si cal, dubtes i altres qüestions.</p>	25 min
			<p>3. Reflexió: verbalitzar les estratègies que s'han utilitzat i tots els problemes conceptuals, procedimentals i actitudinals que han anat sorgint durant el joc.</p>	15 min
	<p>- Ser capaç de seguir les regles del joc.</p>	<p>Sessió 6</p>	<p>1. Recordatori de les normes del joc. Preparació del material i agrupacions.</p>	10 min
	<p>- Ser capaç de col·laborar amb els companys per resoldre els possibles conflictes i realitzar la tasca conjuntament.</p>		<p>2. Jugar: cada vegada que acabin una partida s'hauran d'anotar en un full totes les maneres amb les quals han aconseguit formar un deu. Després ho comunicaran a la resta de companys i companyes de la taula per compartir les diverses estratègies.</p>	40 min
			<p>3. Reflexió</p>	10 min

Millors per incorporar a la planificació

Durant el desenvolupament de totes les sessions s'han anat realitzant propostes de millora a incorporar a la planificació prèvia després de veure'n l'aplicació a l'aula. Majoritàriament totes s'han posat en pràctica en sessions posteriors al comprovar el que no funcionava a fi d'aconseguir els objectius plantejats des d'un inici. Això ha estat possible perquè la mecànica de les sessions ho ha permès, ja que era sempre la mateixa.

Millors més importants incorporades a la planificació de la seqüència didàctica:

- Fer dos jocs durant la mateixa sessió per evitar el mal comportament i el cansament que mostraven els infants jugant durant tres quarts d'hora o mitja hora al mateix joc. D'aquesta manera vaig aconseguir adaptar-me a la manera de treballar d'aquell grup adonant-me que necessitaven realitzar activitats curtes i variades.
- Introduir un joc nou: El memory. Vaig poder presentar-lo durant la sessió programada per jugar al Quinto amb l'objectiu de donar més varietat als infants i treballar d'una altra manera l'objectiu preestablert.



- Després de provar totes les agrupacions d'infants possibles, em vaig adonar que, en aquest cas, funcionaven els grups homogenis pel que fa a nivells

d'aprenentatge. És a dir, era un fracàs agrupar infants que encara necessitaven comptar per determinar les parelles que sumaven deu amb d'altres que no sabien sumar i, a més a més, amb uns altres que pràcticament ja tenien automatitzada la descomposició del deu. Tots ells es desmotivaven perquè uns necessitaven un joc més ràpid per adquirir aprenentatge i els altres més lent per poder entendre el joc. Els jocs van començar a funcionar millor quan vaig determinar el que passava i vaig agrupar aquests tres casos junts. Cada grup anava al seu ritme i tant la mestra tutora com jo podíem dedicar-nos als infants que els costava més.

- Desdoblar el grup-classe per treballar més còmodament, sense xivarri i poder dur a terme una atenció individualitzada per a cada infant a la fi de garantir el seu aprenentatge. Aquesta millora juntament amb les altres dues van ser el punt i final a les sessions feixugues pel que fa al comportament. Gràcies a aquestes estratègies vaig poder aconseguir el que des d'un principi m'havia proposat després d'haver conegut al grup: aprendre sota un clima de tranquil·litat i respecte.

Millores per incorporar a la planificació:

Tot i que el planteig general de les vuit sessions ha funcionat i, a més, ha donat bons resultats pel que fa al contingut; se m'ocorre una altra manera de presentar les sessions de joc que, possiblement, hagués donat més bons resultats pel que fa l'àmbit actitudinal: fer sessions de vint minuts cada dia o cada dos dies només per jugar una o dues partides del joc que aquella setmana toqués. D'aquesta manera evitaria el cansament que mostren els infants quan han passat els primers trenta minuts de classe. L'alumnat sabia que només té vint minuts per jugar i, per tant, s'ho agafarien més seriosament sense perdre temps voltant per l'aula o molestant als companys. A més, realitzant les sessions, he descobert que la metodologia que funciona concretament en aquesta aula és realitzar activitats curtes i variades.

Pel que fa a la programació, crec que vaig cometre l'error de capficar-me més en aspectes de contingut i metodologia per afavorir els aprenentatge dels infants que en buscar estratègies perquè els infants adoptessin bons hàbits de comportament i escolta. Aquestes estratègies les vaig haver d'anar incorporant a mesura que avançaven les sessions. Tot i que considero que al final vaig ser capaç d'afrontar el

seguit de problemes que se'm presentaven aplicant diverses metodologies fins arribar a trobar l'adequada.

Com a millora, podria haver tingut un ventall més ampli d'estratègies abans de posar en pràctica la seqüència didàctica havent previst els possibles conflictes. Tot i així, sóc conscient que els problemes els vaig anar resolent a mesura que apareixien i que, de fet, són impossibles de percebre abans, ja que realment no sabia del cert què funcionaria i què no. A més, aquest seguit d'estratègies que penso que em van faltar abans de posar en pràctica la sessió són fruit d'una llarga experiència practicant la professió de mestra i, per tant, és normal que encara no posseeixi.

Tanmateix, abans de dur a terme les sessions podria haver planificat més detalladament els plans que seguirien els infants que necessitaven més suport i ajudes que la resta de companys. En cap moment vaig deixar de pensar en ells i en cada sessió tenien una mestra de suport i diferents ajudes per poder fer la tasca al seu nivell. Tot i així, podria haver creat material adaptat a les seves necessitats abans de topar-me amb el problema, tal i com va passar amb el joc del "Memory". A la següent sessió vaig rectificar creant el material específicament adaptat.

Pel que fa al moment d'autoavaluació que es produïa al final de cada sessió, en general penso que va servir per relacionar les vuit sessions que es van fer, ja que dia rere dia els infants mateixos s'autoavaluaven sobre com havia funcionat la sessió i quins objectius es marcarien per a la pròxima. A més, els infants estaven il·lusionats amb aquella part de la sessió, ja que havien creat el seu propi "logotip" com a jugadors de cartes i cada dia adquirien gomets pels ítems que havien fet bé. Tot i així, crec que els infants eren massa petits per acabar d'entendre el funcionament real d'aquella tasca, ja que molts d'ells demanaven gomets sense cap mena d'argument.

Per millorar aquesta part i fer-la més real, hagués estat bé treballar-la amb anterioritat en qualsevol tasca normal de l'aula. Va ser difícil entrar en la mecànica de funcionament de l'autoavaluació perquè l'alumnat no estava acostumat a fer aquesta tipologia d'activitats. Ara que conec amb més profunditat el grup-classe, potser penso que hagués funcionat millor una altra activitat simplement per donar sentit i temàtica a tota la seqüència didàctica, ja que només amb vuit sessions és gairebé impossible que s'acostumin a ser crítics amb ells mateixos.

Una de les millores a fer respecte a la posada en pràctica de les sessions és l'adequació als temps de reflexió. Concretament en dos sessions no vaig realitzar la reflexió posterior als jocs que prèviament tenia programada. En aquell moment em semblava més important aprofitar els moments gloriosos de bon comportament i concentració dels infants per seguir jugant. No puc saber si aquesta decisió va afavorir a l'aprenentatge dels infants, però si puc determinar que el fet de no fer aquestes reflexions finals perjudicava a altres infants que els funcionava més que la metodologia basada en jocs veure, per exemple, l'algoritme de la suma o fer-se una idea general sobre què estàvem aprenent.

Crec en la metodologia basada en jocs, però també crec en una educació feta a mida per a cada estudiant comprenent que tots som diferents i que, per tant, tots necessitem la nostra pròpia metodologia. És impossible dur a terme una metodologia per a cada alumne essent trenta infants, però si que es poden oferir diverses maneres d'aprendre un determinat contingut per garantir l'aprenentatge de tots els infants.

Annex 3. Taules de buidatge de la prova inicial

Alumnat	Suma 4 + 1						
	Procés			Resposta			
	Desenvolupament	Errors	Material	Estratègia	Automat.	Resultat	T. Coneixement
1	Ha retingut al cap el número més gran (4) i per resoldre la suma ja sabia que després del 4 venia el 5 (que era un més)	No	No	CPM	No	5	Informal
2	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
3	Ha començat a comptar pel nombre més gran (1,2,3,4) i, després, hi ha afegit l'1	No	No	CTM	No	5	Informal
4	Compta per representar el primer sumand, torna a comptar per representar el segon sumand i, al final, ho compta tot junt	Primer diu que el resultat de la suma és 4, però de seguida canvia d'opinió perquè compta els dits de la mà	Dits	CC	No	5	Informal
5	Directament diu un resultat sense comptar	No suma	No	ϕ	No	3	Intuitiu
6	Ha sumat mentalment comptant primer el nombre 4 i, després, afegint-hi l'1	No	No	CTM	No	5	Informal
7	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
8	Ha començat a comptar pel nombre més gran (1,2,3,4) amb suport i, després, hi ha afegit l'1	No	Dits	CC	No	5	Informal
9	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
10	Directament diu un resultat sense comptar	No suma	No	ϕ	No	6	Intuitiu
11	Directament diu un resultat sense comptar i quan se li ofereix el material, només agafa dos taps i els compta	No entén què és sumar	No	ϕ	No	2	Intuitiu
12	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
13	Ha retingut al cap el número més gran (4) i, després, n'ha afegit un	No	No	CPM	No	5	Informal
14	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
15	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
16	Ha retingut al cap el número més gran (4) i, després, n'ha afegit un	No	No	CPM	No	5	Informal
17	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
18	Directament diu un resultat sense comptar i, després, quan obté el material agafa set taps de suro i a mesura que els va posant drets els compta així: 1, 2, 3, 4, 5, 7 i 8	Primer respon que la suma fa 2 sense haver-ho comptat. No segueix bé la recta numèrica quan compta amb material	Taps de suro	ϕ	No	7	Informal
19	Ha retingut al cap el número més gran (4) i, després, n'ha afegit un	No	No	CPM	No	5	Informal
20	Ha retingut al cap el número més gran (4) i, després, n'ha afegit un	No	No	CPM	No	5	Informal
21	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
22	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
23	Ha retingut al cap el número més gran (4) i, després, n'ha afegit un	No	No	CPM	No	5	Informal
24	Ha retingut al cap el número més gran (4) i, després, n'ha afegit un	No	No	CPM	No	5	Informal
25	Ha retingut al cap el número més gran (4) i, després, n'ha afegit un	No	No	CPM	No	5	Informal
26	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
27	Forma una pauta digital per formar el primer sumand, després hi afegeix el segon sumand i reconeix directament el resultat (un mà amb cinc dits alçats)	No	Dits	RP	No	5	Informal
28	Ha començat a comptar pel nombre més gran (1,2,3,4) amb suport i, després, hi ha afegit l'1	No	Dits	PD	No	5	Informal
29	Ha començat a comptar pel nombre més gran (1,2,3,4) amb suport i, després, hi ha afegit l'1	No	Taps de suro	CC	No	5	Informal
30	Ha sumat mentalment comptant primer el nombre 4 i, després, afegint-hi l'1	No	No	CTM	No	5	Informal

Alumnat	Suma 2 + 3						
	Procés			Resposta			
	Desenvolupament	Errors	Material	Estratègia	Automat.	Resultat	T. Coneixement
1	Ha començat a comptar a partir del 2 seguint aquest procés: 2 (sense comptar-lo); 3, 4 i 5	No	No	CPP	No	5	Informal
2	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
3	Ha començat a comptar a partir del nombre major: 3 (sense comptar-lo); 4 i 5.	No	No	CPM	No	5	Informal
4	Forma una pauta digital per representar el primer sumand, després fa el mateix per formar el segon sumand. Al final, ho compta tot per donar el resultat	Primer diu un resultat erroni perquè en comptes de representar amb els dits el nombre tres, forma el dos	Dits	PD	No	5	Informal
5	Compta dos taps de suro per formar el primer sumand i els separa dels altres. Realitza el mateix procés per representar el segon sumand (el nombre tres). Quan té els dos pilonets compta tots els taps per saber el resultat	Abans d'utilitzar el material diu un resultat qualsevol: 2	Taps de suro	CC	No	5	Informal
6	Ha començat a comptar a partir del 2 seguint aquest procés: 2 (sense comptar-lo); 3, 4 i 5	No	No	CPP	No	5	Informal
7	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
8	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
9	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
10	Compta dos taps de suro per formar el primer sumand i els separa dels altres. Realitza el mateix procés per representar el segon sumand (el nombre tres). Quan té els dos pilonets compta tots els taps agafant-los amb la mà per saber el resultat	No	Taps de suro	CC	No	5	Informal
11	Forma el segon sumand amb material, però no aconsegueix resoldre la suma	No forma els dos nombres per, després, comptar-los	Taps de suro	∅	No	9	Intuítiu
12	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
13	Ha començat a comptar a partir del 2 seguint aquest procés: 2 (sense comptar-lo); 3, 4 i 5	No	No	CPP	No	5	Informal
14	Ha comptat el primer sumand i, després, ha afegit el segon sumand seguint aquest procés: 1, 2; 3, 4 i 5	No	No	CTP	No	5	Informal
15	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
16	Ha començat a comptar a partir del nombre major: 1, 2, 3; 4 i 5.	No	No	CTM	No	5	Informal
17	Ha començat a comptar a partir del nombre major: 1, 2, 3; 4 i 5.	No	No	CTM	No	5	Informal
18	Compta material que ha utilitzat per fer la suma anterior sense cap significat ni intenció	No suma, només compta material que ha utilitzat per fer la suma anterior sense cap significat ni intenció	Taps de suro	∅	No	7	Intuítiu
19	Ha començat a comptar a partir del 2 seguint aquest procés: 2 (sense comptar-lo); 3, 4 i 5	No	No	CPP	No	5	Informal
20	Ha comptat el primer sumand i, després, ha afegit el segon sumand seguint aquest procés: 1, 2; 3, 4 i 5	No	No	CTP	No	5	Informal
21	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
22	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
23	Ha començat a comptar a partir del 2 seguint aquest procés: 2 (sense comptar-lo); 3, 4 i 5	No	No	CPP	No	5	Informal
24	Ha començat a comptar a partir del 2 seguint aquest procés: 2 (sense comptar-lo); 3, 4 i 5	No	No	CPP	No	5	Informal
25	Ha comptat els extrems dels números	No	Extrems dels números	INP	No	5	Informal
26	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
27	Ha format una pauta digital per representar el tres i, amb la mateixa mà, ha format el dos i s'ha adonat que el resultat era cinc perquè reconeix sense comptar la pauta digital final	No	Dits	RP	No	5	Informal
28	Ha començat a comptar el nombre major amb els dits (1, 2, 3) i, després, ha afegit dos dits sense perdre el compte (4 i 5)	No	Dits	PD	No	5	Informal
29	Ha comptat el primer sumand i, després, ha afegit el segon sumand seguint aquest procés: 1, 2; 3, 4 i 5	No	No	CTP	No	5	Informal
30	Exposa ràpidament que el resultat és 4 perquè després del 3 ve el 4	No entén què ha de fer, ja que veu 2+3 i es pensa que ha de dir 4 seguint la recta numèrica perquè després del 3 ve el 4.	No	∅	No	4	Intuítiu

Alumnat	Suma 5 + 5						
	Procés			Resposta			
	Desenvolupament	Errors	Material	Estratègia	Automat.	Resultat	T. Coneixement
1	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	5	Formal
2	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	5	Formal
3	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	5	Formal
4	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	5	Formal
5	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	5	Formal
6	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	5	Formal
7	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	5	Formal
8	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	5	Formal
9	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	5	Formal
10	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	5	Formal
11	Diu esporàdicament que el resultat de la suma és 4 i, després, agafa material i l'ajunta sense cap sentit	No entén què és sumar	Taps de suro	ϕ	No	4	Intúitiu
12	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	5	Formal
13	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	5	Formal
14	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	5	Formal
15	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	5	Formal
16	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	5	Formal
17	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	5	Formal
18	Compta material que ha utilitzat per fer la suma anterior sense cap significat ni intenció	No segueix bé la recta numèrica (1, 2, 3, 4 i 6)	Taps de suro	ϕ	No	4	Intúitiu
19	Ha retingut al cap el 5 i, després, ha comptat 5 més (6, 7, 8, 9 i 10)	No	No	CPP	No	5	Informal
20	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	5	Formal
21	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	5	Formal
22	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	5	Formal
23	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	5	Formal
24	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	5	Formal
25	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	5	Formal
26	Utilitza la suma 4+4 que té automatitzada per resoldre 5+5. Quan té al cap el resultat de 4+4=8, n'hi suma dos més que són els que ha tret als dos cincs	No	No	Dobles	Si	5	Formal
27	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	5	Formal
28	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	5	Formal
29	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	5	Formal
30	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	5	Formal

Alumnat	Suma 2 + 8						
	Procés			Resposta			
	Desenvolupament	Errors	Material	Estratègia	Automat.	Resultat	T. Coneixement
1	Ha començat a comptar a partir del nombre major i, després, ha afegit el dos seguint aquest procés: 8 (sense comptar-lo); 9 i 10.	No	No	CPM	No	10	Informal
2	Ha començat a comptar a partir del nombre major i, després, ha afegit el dos seguint aquest procés: 8 (sense comptar-lo); 9 i 10.	No	No	CPM	No	10	Informal
3	Ha començat a comptar a partir del nombre major i, després, ha afegit el dos seguint aquest procés: 8 (sense comptar-lo); 9 i 10.	No	No	CPM	No	10	Informal
4	Representa el nombre major (8) amb pautes digitals assegurant-se que ho ha fet bé comptant els dits. Manifesta que no té prous dits per comptar i li deixo la meua mà formant els vuit dits que ja havia comptat ell. Després forma la pauta digital del nombre dos, sense comptar, amb els seus dits i ho torna a comptar tot.	Li falten dits per comptar	Dits	PD	No	10	Informal
5	Primer diu un resultat sense comptar (7). Quan agafa el material representa primer el 2 apartant-lo de la resta de taps i, després, fa el mateix procediment per formar el 8. Al final, ho compta tot junt.	Al final es deixa un tap per comptar	Taps de suro	CC	No	9	Informal
6	Intenta resoldre la suma sense utilitzar material, però al final forma la pauta digital del nombre vuit sense comptar. Tot i així, no acaba de resoldre la suma.	Es bloqueja i no acaba de sumar el nombre 2	Dits	RP	No	9	Informal
7	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	10	Formal
8	Ha comptat el nombre major (8) començant per l'1 i, després, n'hi ha acabat d'afegir dos més seguint aquest procés: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8; 9 i 10.	No	No	CTM	No	10	Informal
9	Ha començat a comptar a partir del nombre major i, després, ha afegit el dos seguint aquest procés: 8 (sense comptar-lo); 9 i 10.	No	No	CPM	No	10	Informal
10	Forma el 8 amb material i, després, només hi afegeix un tap dient en veu alta: i 9.	No forma amb material el primer sumand	Taps de suro	ϕ	No	9	Informal
11	Diu esporàdicament un nombre sense haver comptat	No entén què és sumar	No	ϕ	No	7	Intuïtiu
12	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	10	Formal
13	Forma amb material el primer sumand (comptant un per un) i l'aparta de la resta de taps. Fa el mateix procés per formar el segon sumand. Al final, ho compta tot junt.	No	Taps de suro	CC	No	10	Informal
14	Ha començat a comptar a partir del nombre major i, després, ha afegit el dos seguint aquest procés: 8 (sense comptar-lo); 9 i 10.	No	No	CPM	No	10	Informal
15	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	10	Formal
16	Ha començat a comptar a partir del nombre major i, després, ha afegit el dos seguint aquest procés: 8 (sense comptar-lo); 9 i 10.	No	No	CPM	No	10	Informal
17	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	10	Formal
18	Compta material que ha utilitzat per fer la suma anterior sense cap significat ni intenció	No segueix bé la recta numèrica (1, 2, 3, 4 i 6)	Taps de suro	ϕ	No	4	Intuïtiu
19	Ha començat a comptar a partir del nombre major i, després, ha afegit el dos seguint aquest procés: 8 (sense comptar-lo); 9 i 10.	No	No	CPM	No	10	Informal
20	Ha comptat el nombre major (8) començant per l'1 i, després, n'hi ha acabat d'afegir dos més seguint aquest procés: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8; 9 i 10.	No	No	CTM	No	10	Informal
21	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	10	Formal
22	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	10	Formal
23	Ha retingut el 2 al cap i, després, hi ha sumat el 8: 2;3,4,5,6,7,8,9,10.	No	No	CPP	No	10	Informal
24	Ha començat a comptar a partir del nombre major i, després, ha afegit el dos seguint aquest procés: 8 (sense comptar-lo); 9 i 10.	No	No	CPM	No	10	Informal
25	S'ha retingut el 8 al cap i, després, ha comptat els extrems del nombre dos.	No	Extrems dels números	INP	No	10	Informal
26	Ha començat a comptar a partir del nombre major i, després, ha afegit el dos seguint aquest procés: 8 (sense comptar-lo); 9 i 10.	No	No	CPM	No	10	Informal
27	Ha representat la pauta digital del nombre 8 (comptant) i, després, la del nombre 2. Ha reconegut directament les pautes digitals del resultat.	No	Dits	RP	No	10	Informal
28	Ha representat la pauta digital del nombre 8 (comptant) i, després, la del nombre 2. Ha reconegut directament les pautes digitals del resultat.	No	Dits	RP	No	10	Informal
29	Forma el 8 amb material, després el 2 i ho compta tot junt	No	Taps de suro	CC	No	10	Informal
30	Diu un resultat qualsevol	No entén què és sumar	No	ϕ	No	9	Intuïtiu

Alumnat	Suma 6 + 5						
	Procés			Resposta			
	Desenvolupament	Errors	Material	Estratègia	Automat.	Resultat	T. Coneixement
1	Ha retingut al cap el número més petit (5) i ha continuat comptant, amb l'ajuda dels dits, el nombre que li faltava d'aquesta manera: 5; 6, 7, 8, 9, 10 i 11.	No	Dits	PD	No	11	Informal
2	Ha retingut al cap el número més gran (6) i n'hi ha afegit cinc: 6; 7, 8, 9, 10 i 11.	No	No	CPM	No	11	Informal
3	Ha retingut al cap el número més gran (6) i n'hi ha afegit cinc: 6; 7, 8, 9, 10 i 11.	No	No	CPM	No	11	Informal
4	Primer intent a resoldre la suma amb els dits, però s'adona que no té prous dits per acabar de sumar. Després agafa material i intenta formar el primer sumand, però només agafant quatre taps. El segon sumand tampoc el forma bé, ja que en comptes d'agafar cinc taps només n'agafa quatre. Al final compta tots els taps	Li falten dits de la mà per sumar. No etiqueta el nombre al material corresponent. Es salta números de la recta numèrica.	Taps de suro	CC	No	9	Informal
5	Forma amb material el primer sumand (comptant un per un) i l'aparta de la resta de taps. Fa el mateix procés per formar el segon sumand. Al final, ho compta tot junt.	No	Taps de suro	CC	No	11	Informal
6	Ha retingut al cap el número més petit (5) i ha continuat comptant, amb l'ajuda dels dits, el nombre que li faltava d'aquesta manera: 5; 6, 7, 8, 9, 10 i 11.	No	Dits	PD	No	11	Informal
7	Ha retingut al cap el número més gran (6) i n'hi ha afegit cinc: 6; 7, 8, 9, 10 i 11.	No	No	CPM	No	11	Informal
8	Ha començat a comptar pel nombre més gran (1,2,3,4,5,6) i, després, hi ha afegit el 5 a mesura que alçava els dits d'una mà (7,8,9,10 i 11)	No	Dits	PD	No	11	Informal
9	Ha retingut al cap el número més gran (6) i n'hi ha afegit cinc: 6; 7, 8, 9, 10 i 11.	No	No	CPM	No	11	Informal
10	Es precipita dient un resultat espontani (5). Després utilitza el material: forma el primer sumand amb material i d'aquell mateix pilot n'agafa 5 i respon que el resultat és 1.	Confon suma per resta	Taps de suro	ϕ	No	1	Informal
11	Diu esporàdicament un nombre sense haver comptat	No entén què és sumar	No	ϕ	No	7	Intuitiu
12	Ha retingut al cap el número més petit (5) i ha continuat comptant, amb l'ajuda dels dits, el nombre que li faltava d'aquesta manera: 5; 6, 7, 8, 9, 10 i 11.	No	Dits	PD	No	11	Informal
13	Ha retingut al cap el número més gran (6) i n'hi ha afegit cinc sense comptar-ho correctament	No sap portar el compte mentalment	No	CPM	No	15	Informal
14	Ha retingut al cap el número més gran (6) i n'hi ha afegit cinc: 6; 7, 8, 9, 10 i 11.	S'ha descomptat	No	CPM	No	13	Informal
15	Diu esporàdicament un nombre sense haver comptat (12). Després ha vist que havia de comptar per solucionar-ho: ha retingut al cap el número més gran (6) i n'hi ha afegit cinc: 6; 7, 8, 9, 10 i 11.	No	No	CPM	No	11	Informal
16	Ha retingut al cap el número més gran (6) i n'hi ha afegit cinc: 6; 7, 8, 9, 10 i 11.	No	No	CPM	No	11	Informal
17	Identifica que 5+5=10 i, després, n'hi suma 1	No	No	Deus	Si	11	Formal
18	Compta material que ha utilitzat per fer la suma anterior sense cap significat ni intenció	No segueix bé la recta numèrica (1, 2, 3, 4, 6 i 7)	Taps de suro	ϕ	No	7	Intuitiu
19	Ha retingut al cap el número més gran (6) i n'hi ha afegit cinc: 6; 7, 8, 9, 10 i 11.	No	No	CPM	No	11	Informal
20	Ha retingut al cap el número més gran (6) i n'hi ha afegit cinc sense comptar-ho correctament	S'ha descomptat	No	CPM	No	12	Informal
21	Identifica que 5+5=10 i, després, n'hi suma 1	No	No	Deus	Si	11	Formal
22	Identifica que 5+5=10 i, després, n'hi suma 1	No	No	Deus	Si	11	Formal
23	Ha retingut al cap el número més gran (6) i n'hi ha afegit cinc: 6; 7, 8, 9, 10 i 11.	No	No	CPM	No	11	Informal
24	Ha retingut al cap el número més petit (5) i ha continuat comptant, amb l'ajuda dels dits, el nombre que li faltava d'aquesta manera: 5; 6, 7, 8, 9, 10 i 11.	No	Dits	PD	No	11	Informal
25	Ha retingut al cap el número més gran (6) i n'hi ha afegit cinc sense comptar-ho correctament	S'ha descomptat	No	CPM	No	8	Informal
26	Ha retingut al cap el número més gran (6) i n'hi ha afegit cinc: 6; 7, 8, 9, 10 i 11.	No	No	CPM	No	11	Informal
27	Forma la pauta digital del nombre 6 directament. Després compta cinc dits més.	Es descompta quan compta l'últim sumand	Dits	PD	No	12	Informal
28	Forma la pauta digital del nombre 6 directament. Després compta cinc dits més.	No	Dits	PD	No	11	Informal
29	Forma el 6 amb material, després el 5 i ho compta tot junt	No	Taps de suro	CC	No	11	Informal
30	Diu un resultat qualsevol	No entén què és sumar	No	ϕ	No	7	Intuitiu

Alumnat	Suma 1 + 9 + 4						
	Procés			Resposta			
	Desenvolupament	Error	Material	Estratègia	Automat.	Resultat	T. Coneixement
1	Ha retingut al cap el nombre més gran (9) i li ha sumat l'1. Quan ha tingut el 10 li ha sumat el 4.	No	No	CPM	No	14	Informal
2	Ha identificat el nombre 10 (1+9) i, ràpidament, ha resolt la suma ja que només ha hagut de canviar el zero del deu per un quatre	No	No	Deus	Si	14	Formal
3	Ha retingut al cap el nombre més gran (9) i li ha sumat el 4. Quan ha tingut el 13 li ha acabat de sumar l'1.	No	No	CPM	No	14	Informal
4	Forma amb material el primer sumand i l'aparta de la resta de taps. Fa el mateix procés per formar el segon i el tercer sumand. Al final, ho compta tot junt.	Confon el 6 pel 9	Taps de suro	CC	No	12	Informal
5	Forma amb material el primer sumand i l'aparta de la resta de taps. Fa el mateix procés per formar el segon i el tercer sumand. Al final, ho compta tot junt.	No	Taps de suro	CC	No	14	Informal
6	Forma la pauta digital del nombre 1 i amb l'altra mà comença a comptar fins que li queden tots els dits de les dues mans alçats. Però de seguida es bloqueja i intenta resoldre la suma amb material, primer formant el nombre 9 i, després, el 4. Però per representar aquest últim nombre només posa tres taps. Quan compta tot el material només li surten 12 taps.	No forma els tres nombres	Taps de suro	CC	No	12	Informal
7	Ha identificat el nombre 10 (1+9) i, ràpidament, ha resolt la suma ja que només ha hagut de canviar el zero del deu per un quatre.	No	No	Deus	Si	14	Formal
8	Ha començat a comptar pel nombre més gran (1,2,3,4,5,6,7,8,9) i, després, hi ha afegit el 4 a mesura que alçava els dits d'una mà (10,11,12,13). Al final, només ha hagut d'afegir-li un 1 per formar el 14.	No	Dits	PD	No	14	Informal
9	Ha retingut al cap el nombre més gran (9) i li ha sumat l'1. Quan ha tingut el 10 li ha sumat el 4.	No	No	CPM	No	14	Informal
10	Forma amb material el nombre 9 i, després, fa el mateix procés per formar el 4. Al final, ho compta tot junt.	Es deixa l'1 a l'hora de formar els tres sumands	Taps de suro	CC	No	13	Informal
11	Diu esporàdicament un nombre sense haver comptat	No entén què és sumar	No	ϕ	No	7	Intuïtiu
12	Ha identificat el nombre 10 (1+9) i, ràpidament, ha resolt la suma ja que només ha hagut de canviar el zero del deu per un quatre	No	No	Deus	Si	14	Formal
13	Forma amb material el primer sumand i l'aparta de la resta de taps. Per formar el segon sumand compta fins a nou taps, però no els separa de la resta. A continuació, senyala (un per un) quatre taps mentre continua portant el compte del 9: 10, 11, 12 i 13. Acaba afirmant que 13 és el resultat final.	S'oblida del primer sumand a l'hora de comptar i anunciar el resultat	Taps de suro	CC	No	13	Informal
14	Ha comptat el 9 (1,2,3,4,5,6,7,8,9) i, després, hi ha afegit el 4 (10,11,12 i 13).	S'ha deixat l'1 per comptar	No	CTM	No	13	Informal
15	Diu esporàdicament un nombre sense haver comptat (15). Després ha vist que havia de comptar per solucionar-ho: ha retingut al cap el nombre més gran (9) i li ha sumat el 4. Quan ha tingut el 13 li ha acabat de sumar l'1.	No	No	CPM	No	14	Informal
16	Ha identificat el nombre 10 (1+9) i, ràpidament, ha resolt la suma ja que només ha hagut de canviar el zero del deu per un quatre	No	No	Deus	Si	14	Formal
17	Ha identificat el nombre 10 (1+9) i, després, ha sumat el 4.	S'ha descomptat quan ha sumat l'últim nombre	No	Deus	Si	13	Informal
18	*	*	*	ϕ	*	*	*
19	Ha retingut al cap el nombre més gran (9) i li ha sumat l'1. Quan ha tingut el 10 li ha sumat el 4.	No	No	CPM	No	14	Informal
20	Forma directament la pauta digital del nou i la compta. Després s'adona que amb l'1 ja forma el 10. Al final, hi afegeix el 4 comptant-lo mentre el forma amb els dits	No	Dits	PD	No	14	Informal
21	Ha identificat el nombre 10 (1+9) i, ràpidament, ha resolt la suma ja que només ha hagut de canviar el zero del deu per un quatre	No	No	Deus	Si	14	Formal
22	Ha identificat el nombre 10 (1+9) i, ràpidament, ha resolt la suma ja que només ha hagut de canviar el zero del deu per un quatre	No	No	Deus	Si	14	Formal
23	Utilitza el material per formar el primer sumand i el segon. Però després es bloqueja i no aconsegueix donar un resultat.	No forma amb material el tercer sumand	Taps de suro	CC	No	*	Informal
24	Ha retingut al cap el nombre més gran (9) i li ha sumat l'1. Després ha utilitzat els dits per acabar de comptar-hi el quatre.	S'ha descomptat quan ha sumat l'últim nombre	Dits	PD	No	13	Informal
25	Ha retingut al cap el nombre més gran (9) i li ha sumat l'1. Quan ha tingut el 10 li ha sumat el 4 perquè s'ha imaginat dos puntets.	No	No	INP	No	14	Informal
26	Ha retingut al cap el nombre més gran (9) i li ha sumat l'1. Quan ha tingut el 10 li ha sumat el 4.	No	No	CPM	No	14	Informal
27	Forma la pauta digital del 9 i de l'1. Després en compta, utilitzant els dits, quatre més.	S'ha descomptat quan ha sumat l'últim nombre	Dits	PD	No	13	Informal
28	Forma la pauta digital del 9 i de l'1. Després en compta, utilitzant els dits, quatre més.	No	Dits	PD	No	14	Informal
29	Forma l'1 amb material, després el 9 i, per acabar, el 4. Ho compta tot junt per donar la solució	No	Taps de suro	CC	No	14	Informal
30	Forma l'1 amb material, després el 9 i, per acabar, el 4. Ho compta tot junt per donar la solució	No	Taps de suro	CC	No	14	Informal

Alumnat	Suma 3 + 5 + 7						
	Procés			Resposta			
	Desenvolupament	Errors	Material	Estratègia	Automat.	Resultat	T. Coneixement
1	Ha retingut al cap el 5 i li ha sumat el 3. Quan ha tingut el 8, amb l'ajuda dels dits, ha acabat de sumar-hi el 7	No	Dits	PD	No	15	Informal
2	Ha retingut al cap el nombre major (7) i li ha sumat el 5. Després hi ha acabat de sumar el 3	S'ha descomptat	No	CPM	No	14	Informal
3	Ha retingut al cap el nombre major (7) i li ha sumat el 5. Després hi ha acabat de sumar el 3	No	No	CPM	No	15	Informal
4	Forma amb material el primer sumand i l'aparta de la resta de taps. Fa el mateix procés per formar el segon i el tercer sumand. Al final, ho compta tot junt fent petites parades per recordar-se del número de la recta numèrica en el qual passa	No	Taps de suro	CC	No	15	Informal
5	Forma amb material el primer sumand i l'aparta de la resta de taps. Fa el mateix procés per formar el segon i el tercer sumand. Al final, ho compta tot junt	Es deixa un tap alçat utilitzat durant la suma anterior. Quan fa el recompte final també el compta	Taps de suro	CC	No	16	Informal
6	Forma la pauta digital del nombre tres sense comptar. A mesura que alça els dits de l'altra mà va comptant el nombre cinc fins que obté com a resultat el 8. Després hi afegeix el 7 tornant a comptar amb els dits	Quan hi suma el 7 es confon de pauta digital i n'acaba sumant 8	Dits	RP	No	16	Informal
7	Primer ha intentat resoldre la suma sense material, però després ha agafat taps de suro per representar els nombres. Ha format el 10 i, després, n'hi ha afegit dos.	No ha format correctament els tres sumands de la suma	Taps de suro	CC	No	12	Informal
8	Ha començat a comptar pel nombre més gran (1,2,3,4,5,6,7) i, després, hi ha afegit el 5 a mesura que alçava els dits d'una mà (8,9,10,11,12). Al final, només ha hagut d'afegir-hi el 3 també amb l'ajuda dels dits (13,14 i 15).	No	Dits	PD	No	15	Informal
9	S'ha bloquejat perquè no volia utilitzar material per fer la suma.	*	*	∅	*	*	*
10	Forma amb material el primer sumand i l'aparta de la resta de taps. Fa el mateix procés per formar el segon i el tercer sumand. Al final, ho compta tot junt.	No	Taps de suro	CC	No	15	Informal
11	*	*	*	*	*	*	*
12	Ha retingut al cap el 3 i li ha sumat el 5. Quan ha tingut el 8, amb l'ajuda dels dits, ha acabat de sumar-hi el 7	No	Dits	PD	No	15	Informal
13	Forma amb material el primer sumand (3). Quan vol formar el segon, no comença a comptar a partir de l'1, sinó que continua el compte que portava a l'inici. Es fa un embolic i acaba comptant així: 4, 5, 6, 17, 18, 19, 20, 21, 22 i 23.	No forma amb material els tres sumands per comptar-los al final. No segueix la recta numèrica	Taps de suro	CC	No	23	Informal
14	Ha començat a comptar pel nombre més gran (1,2,3,4,5,6,7) i, després, hi ha afegit el 5 descomptant-se (8,9,10). I finalment hi ha afegit el 3 (11,12 i 13).	S'ha descomptat quan ha comptat mentalment el 5	No	CTM	No	13	Informal
15	Diu esporàdicament un nombre sense haver comptat (19). Després ha vist que havia de comptar per solucionar-ho: ha retingut al cap el nombre més gran (7) i li ha sumat el 5 i el 3.	S'ha descomptat		CPM	No	17	Informal
16	Ha retingut al cap el nombre 5 i li ha sumat el 7. Després hi ha acabat de sumar el 3	S'ha descomptat	No	CPM	No	17	Informal
17	Ha escrit el primer sumand en un full d'aquesta manera: 1, 2, 3. A continuació ha escrit cinc números més representant el nombre 5: 4, 5, 6, 7, 8. Ha seguit el mateix procediment per formar el 7: 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15.	No	Paper i llapis	CC	No	15	Informal
18	*	*	*	∅	*	*	*
19	Ha retingut al cap el 3 i li ha sumat el 5. Quan ha tingut el 8, ha acabat de sumar-hi el 7	No	No	CPP	No	15	Informal
20	Ha retingut al cap el tres i, amb l'ajuda dels dits, hi ha afegit el cinc: 3; 4, 5, 6, 7, 8. Després ha format directament la pauta digital del 7 i a mesura que anava baixant els dits seguia el compte anterior: 9, 10, 11, 12, 13, 14 i 15.	No	No	PD	No	15	Informal
21	Ha calculat que 3+5 fan 7 i, per tant, 7+7 fan 14	S'ha descomptat amb 3+5, ja que no fan 7	No	Dobles	Si	14	Formal
22	Determina que 5+5=10. D'aquest 10 en treu 3 i fan 7. Al final respon que 7+7=18	S'ha descomptat	No	Deus	Si	18	Formal
23	Representa el primer sumand dibuixant tres palets, el segon sumand dibuixant-ne 5 i el tercer 7. Al final els compta tots per saber el resultat.	No	No	CC	No	15	Informal
24	Ha retingut el 3 al cap i, amb l'ajuda dels dits, n'ha sumat 5 (en veu alta ha dit 8). Hi ha afegit el set comptant-lo amb els dits.	S'ha descomptat quan ha afegit l'últim nombre	Dits	PD	No	12	Informal
25	Ha retingut al cap el 3 i li ha sumat el 5. Després ha acabat de sumar-hi el 7	S'ha descomptat	No	CPP	No	13	Informal
26	Ha retingut el 3 al cap i li ha sumat 5. Amb l'ajuda dels dits, ha acabat de comptar el tercer sumand.	S'ha descomptat quan hi ha afegit l'últim sumand	Dits	PD	No	13	Informal
27	Ha format una pauta digital pel 5 i li ha sumat 3 alçant els dits de la mà. Al final ha comptat fins a 7 seguint la recta numèrica anterior amb l'ajuda dels dits.	S'ha descomptat quan hi ha afegit l'últim sumand	Dits	RP	No	17	Informal
28	Ha format una pauta digital pel 7 i li ha sumat 5 alçant els dits de la mà. Al final ha comptat fins a 3 seguint la recta numèrica anterior amb l'ajuda dels dits.	No	Dits	RP	No	15	Informal
29	Forma el 3 amb material, després el 5 i, per acabar, el 7. Ho compta tot junt per donar la solució	No	Taps de suro	CC	No	15	Informal
30	Forma el 3 amb material, després el 5 i, per acabar, el 7. Ho compta tot junt per donar la solució	No	Taps de suro	CC	No	15	Informal

Annex 4. Taules de buidatge de la prova final

Alumnat	Suma 4 + 1						
	Procés			Resposta			
	Desenvolupament	Errors	Material	Estratègia	Automat.	Resultat	T. Coneixement
1	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
2	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
3	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
4	Representa el número 4 amb els dit i de seguida diu el resultat, ja que reconeix que tots els dits alçats d'una mà formen el 5	No	Dits	RP	No	5	Informal
5	Ha sumat mentalment comptant primer el nombre 4 i, després, afegint-hi l'1	No	No	CTM	No	5	Informal
6	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
7	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
8	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
9	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
10	Forma una pauta digital per representar el 4, després ho compta i hi afegeix un dit més per acabar de donar el resultat	No	Dits	PD	No	5	Intuïtiu
11	Directament diu un resultats sense comptar	No suma	No	ϕ	No	2	Intuïtiu
12	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
13	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
14	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
15	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
16	Ha sumat mentalment comptant primer el nombre 4 i, després, afegint-hi l'1	No	No	CTM	No	5	Informal
17	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
18	Ha sumat mentalment comptant primer el nombre 4 i, després, afegint-hi l'1	No	No	CTM	No	5	Informal
19	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
20	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
21	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
22	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
23	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
24	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
25	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
26	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
27	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
28	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
29	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
30	Forma una pauta digital per formar el primer sumand i en torna a formar una altra per representar el segon sumand. Al final ho compta tot.	No	Dits	PD	No	5	Informal

Alumnat	Suma 2 + 3						
	Procés			Resposta			
	Desenvolupament	Errors	Material	Estratègia	Automat.	Resultat	T. Coneixement
1	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
2	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
3	Ha començat a comptar a partir del nombre major: 3 (sense comptar-lo); 4 i 5.	No	No	CPM	No	5	Informal
4	Forma una pauta digital per representar el primer sumand, després fa el mateix per formar el segon sumand. Al final, ho compta tot per donar el resultat	No	Dits	PD	No	5	Informal
5	Ha començat a comptar a partir del nombre major: 1, 2, 3; 4 i 5.	No	No	CTM	No	5	Informal
6	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
7	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
8	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
9	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
10	Ha format una pauta digital per representar el tres i una altra pel 2. Després ha comptat tots els dits.	No	Dits	PD	No	5	Informal
11	Va agafant taps sense motiu fins que en compta 6	No forma els dos nombres per, després, comptar-los	Taps de suro	ϕ	No	6	Intuïtiu
12	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
13	Ha format una pauta digital per representar el dos i, seguidament, ha comptat el tres (3,4 i 5)	No	Dits	RP	No	5	Informal
14	Ha començat a comptar a partir del nombre major: 3 (sense comptar-lo); 4 i 5.	No	No	CPM	No	5	Informal
15	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
16	Ha començat a comptar a partir del nombre major: 3 (sense comptar-lo); 4 i 5.	No	No	CPM	No	5	Informal
17	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
18	Anuncia un resultat esporàdicament (4). Però després rectifica i diu 5, sense haver comptat.	El principi diu un resultat erroni	No	ϕ	No	5	Intuïtiu
19	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
20	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
21	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
22	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
23	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
24	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
25	Ha començat a comptar a partir del 2 seguint aquest procés: 2 (sense comptar-lo); 3, 4 i 5	No	No	CPP	No	5	Informal
26	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Cincs	Si	5	Formal
27	Ha començat a comptar a partir del 2 seguint aquest procés: 2 (sense comptar-lo); 3, 4 i 5	No	No	CPP	No	5	Informal
28	Ha començat a comptar a partir del 2 seguint aquest procés: 2 (sense comptar-lo); 3, 4 i 5	El principi diu un resultat erroni (9)	No	CPP	No	5	Informal
29	Ha començat a comptar a partir del 2 seguint aquest procés: 2 (sense comptar-lo); 3, 4 i 5	No	No	CPP	No	5	Informal
30	Forma una pauta digital per representar el primer sumand, després fa el mateix per formar el segon sumand. Al final, ho compta tot per donar el resultat	No	Dits	PD	No	5	Informal

Alumnat	Suma 5 + 5						
	Procés			Resposta			
	Desenvolupament	Errors	Material	Estratègia	Automat.	Resultat	T. Coneixement
1	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	5	Formal
2	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	5	Formal
3	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	5	Formal
4	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	5	Formal
5	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	5	Formal
6	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	5	Formal
7	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	5	Formal
8	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	5	Formal
9	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	5	Formal
10	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	5	Formal
11	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	5	Formal
12	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	5	Formal
13	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	5	Formal
14	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	5	Formal
15	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	5	Formal
16	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	5	Formal
17	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	5	Formal
18	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	5	Formal
19	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	5	Formal
20	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	5	Formal
21	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	5	Formal
22	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	5	Formal
23	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	5	Formal
24	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	5	Formal
25	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	5	Formal
26	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	5	Formal
27	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	5	Formal
28	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	5	Formal
29	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	5	Formal
30	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	5	Formal

Alumnat	Suma 2 + 8						
	Procés			Resposta			
	Desenvolupament	Errors	Material	Estratègia	Automat.	Resultat	T. Coneixement
1	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	10	Formal
2	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	10	Formal
3	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	10	Formal
4	Forma amb material el primer sumand (comptant un per un) i l'aparta de la resta de taps. Fa el mateix procés per formar el segon sumand. Al final, ho compta tot junt.	No	Taps de suro	CC	No	10	Informal
5	Primer diu un resultat sense comptar (7). Quan agafa el material representa primer el 2 apartant-lo de la resta de taps i, després, fa el mateix procediment per formar el 8. Al final, ho compta tot junt.	No	Taps de suro	CC	No	10	Informal
6	Ha començat a comptar a partir del nombre major i, després, ha afegit el dos seguint aquest procés: 8 (sense comptar-lo); 9 i 10.	No	No	CPM	No	10	Informal
7	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	10	Formal
8	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	10	Formal
9	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	10	Formal
10	Primer forma en una mà el nombre dos. En l'altra mà intenta formar el vuit, però es queda sense dits. Rectifica i torna a començar formant amb pautes	No	Dits	PD	No	10	Informal
11	Diu esporàdicament un nombre sense haver comptat	No entén què és sumar	No	ϕ	No	7	Intuïtiu
12	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	10	Formal
13	Forma el nombre 8 amb pautes digitals i, després, li suma 2 (9 i 10).	Primer volia formar el dos amb els dits, però es col·lapsava perquè després no li cabia el 8	Dits	PD	No	10	Informal
14	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	10	Formal
15	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	10	Formal
16	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	10	Formal
17	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	10	Formal
18	Forma amb material el nombre 8, però durant el procés diu que el resultat és 7. A continuació posa un tap més per acabar de formar el 8. Després hi posa un altre tap i ho compta tot junt	No construeix amb material el primer sumand (el 2)	Taps de suro	CC	No	9	Informal
19	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	10	Formal
20	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	10	Formal
21	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	10	Formal
22	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	10	Formal
23	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	10	Formal
24	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	10	Formal
25	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	Primer anuncia que el resultat és 11, però després rectifica.	No	Deus	Si	10	Formal
26	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	10	Formal
27	Ha començat a comptar a partir del nombre major i, després, ha afegit el dos seguint aquest procés: 8 (sense comptar-lo); 9 i 10.	No	No	CPM	No	10	Informal
28	Ha resolt la suma sense la necessitat de comptar	No	No	Deus	Si	10	Formal
29	Ha començat a comptar a partir del nombre major i, després, ha afegit el dos seguint aquest procés: 8 (sense comptar-lo); 9 i 10.	No	No	CPM	No	10	Informal
30	Ha representat la pauta digital del nombre 8 (comptant) i, després, la del nombre 2. Ha reconegut directament les pautes digitals del resultat.	No	Dits	RP	No	10	Informal

Alumnat	Suma 6 + 5						
	Procés			Resposta			
	Desenvolupament	Error	Material	Estratègia	Automat.	Resultat	T. Coneixement
1	Identifica que $5+5=10$ i, després, n'hi suma 1	No	No	Deus	Si	11	Formal
2	Descompon el 5: $4+1$. Ha determinat que $6+4=10$ i, al final, ha sumat l'1 que li quedava	No	No	Cincs i Deus	Si	11	Formal
3	Identifica que $5+5=10$ i, després, n'hi suma 1	No	No	Deus	Si	11	Formal
4	Ha començat a comptar pel nombre més gran (1,2,3,4,5,6) i, després, hi ha afegit el 5 a mesura que alçava els dits d'una mà (7,8,9,10 i 11)	No	Dits	PD	No	11	Informal
5	Forma amb material el primer sumand (comptant un per un) i l'aparta de la resta de taps. Fa el mateix procés per formar el segon sumand. Al final, ho compta tot junt.	No	Taps de suro	CC	No	11	Informal
6	Ha retingut al cap el número més gran (6) i n'hi ha afegit cinc: 6; 7, 8, 9, 10 i 11.	No	No	CPM	No	11	Informal
7	Identifica que $5+5=10$ i, després, n'hi suma 1	No	No	Deus	Si	11	Formal
8	Ha retingut al cap el número més gran (6) i n'hi ha afegit cinc: 6; 7, 8, 9, 10 i 11.	No	No	CPM	No	11	Informal
9	Identifica que $6+6=12$ i, després, n'hi resta 1.	No	No	Dobles	Si	11	Formal
10	Forma la pauta digital del nombre 6 directament. Després compta cinc dits més.	No	Dits	RP	No	11	Informal
11	Diu esporàdicament un nombre sense haver comptat	No entén què és sumar	No	ϕ	No	10	Intuïtiu
12	Ha retingut al cap el número més gran (6) i n'hi ha afegit cinc: 6; 7, 8, 9, 10 i 11.	No	No	CPM	No	11	Informal
13	Ha retingut al cap el número més gran (6) i n'hi ha afegit cinc, amb l'ajuda dels dits, sense comptar-ho correctament	S'ha descomptat	Dits	PD	No	10	Informal
14	Ha retingut al cap el número més gran (6) i n'hi ha afegit cinc: 6; 7, 8, 9, 10 i 11.	No	No	CPM	No	11	Informal
15	Identifica que $5+5=10$ i, després, n'hi suma 1	No	No	Deus	Si	11	Formal
16	Ha retingut al cap el número més gran (6) i n'hi ha afegit cinc: 6; 7, 8, 9, 10 i 11.	No	No	CPM	No	11	Informal
17	Identifica que $5+5=10$ i, després, n'hi suma 1	No	No	Deus	Si	11	Formal
18	Diu sense comptar un resultat (4). Després agafa material i intenta formar l primer sumand, però acaba agafant un tap de més. Seguidament ho compta tot junt i anuncia que el resultat de la suma és 7	No forma bé amb material el nombre 6 i no construeix el 5 per, després, comptar-ho tot junt	Taps de suro	CC	No	7	Informal
19	Identifica que $5+5=10$ i, després, n'hi suma 1	No	No	Deus	Si	11	Formal
20	Ha retingut al cap el número més gran (6) i n'hi ha afegit cinc: 6; 7, 8, 9, 10 i 11.	No	No	CPM	No	11	Informal
21	Identifica que $5+5=10$ i, després, n'hi suma 1	No	No	Deus	Si	11	Formal
22	Identifica que $5+5=10$ i, després, n'hi suma 1	No	No	Deus	Si	11	Formal
23	Ha retingut al cap el número més gran (6) i n'hi ha afegit cinc: 6; 7, 8, 9, 10 i 11.	S'ha descomptat	No	CPM	No	12	Informal
24	Identifica que $5+5=10$ i, després, n'hi suma 1	Primer anuncia que el resultat és 9, però després rectifica	No	Deus	Si	11	Formal
25	Ha retingut al cap el número més gran (6) i n'hi ha afegit cinc: 6; 7, 8, 9, 10 i 11.	No	No	CPM	No	11	Informal
26	Ha retingut al cap el número més gran (6) i n'hi ha afegit cinc.	S'ha descomptat	No	CPM	No	9	Informal
27	Ha retingut al cap el número més gran (6) i n'hi ha afegit cinc: 6; 7, 8, 9, 10 i 11.	No	No	CPM	No	11	Informal
28	Forma la pauta digital del nombre 6 directament. Després compta cinc dits més.	No	Dits	PD	No	11	Informal
29	Ha retingut el 5 al cap i n'hi ha afegit sis més: 5; 6, 7, 8, 9, 10 i 11.	No	No	CPP	No	11	Informal
30	Forma la pauta digital del nombre 6 directament. Després compta cinc dits més.	No	Dits	PD	No	11	Informal

Alumnat	Suma 1 + 9 + 4						
	Procés			Resposta			
	Desenvolupament	Errors	Material	Estratègia	Automat.	Resultat	T. Coneixement
1	Ha identificat el nombre 10 (1+9) i, ràpidament, ha resolt la suma ja que només ha hagut de canviar el zero del deu per un quatre	No	No	Deus	Si	14	Formal
2	Ha identificat el nombre 10 (1+9) i, ràpidament, ha resolt la suma ja que només ha hagut de canviar el zero del deu per un quatre	No	No	Deus	Si	14	Formal
3	Ha identificat el nombre 10 (1+9) i, ràpidament, ha resolt la suma ja que només ha hagut de canviar el zero del deu per un quatre	No	No	Deus	Si	14	Formal
4	Forma amb material el primer sumand i l'aparta de la resta de taps. Fa el mateix procés per formar el segon i el tercer sumand. Al final, ho compta tot junt.	No	Taps de suro	CC	No	14	Informal
5	Primer suma 9+1=10. Després agafa quatre taps i acaba de comptar	Diu resultats sense comptar	Taps de suro	CC	No	14	Informal
6	Ha retingut al cap el nombre més gran (9) i li ha sumat l'1. Quan ha tingut el 10 li ha sumat el 4.	No	No	CPM	No	14	Informal
7	Al principi es bloqueja. Primer ha sumat l'1 i el 4 i, després, el 9.	S'ha descomptat	No	CPP	No	15	Informal
8	Ha identificat el nombre 10 (1+9) i, ràpidament, ha resolt la suma ja que només ha hagut de canviar el zero del deu per un quatre	No	No	Deus	Si	14	Formal
9	Ha identificat el nombre 10 (1+9) i, ràpidament, ha resolt la suma ja que només ha hagut de canviar el zero del deu per un quatre	No	No	Deus	Si	14	Formal
10	Intenta resoldre la suma amb els dits, però no en té suficients. Agafa el material i forma primer l'1, després el 9 i, per acabar, el 4. Al final ho compta tot junt.	No	Taps de suro	CC	No	14	Informal
11	Exposa que aquesta és massa complicada	*	*	∅	*	*	Intúitiu
12	Ha identificat el nombre 10 (1+9) i, ràpidament, ha resolt la suma ja que només ha hagut de canviar el zero del deu per un quatre	No	No	Deus	Si	14	Formal
13	Ha retingut el primer sumand (l'1) i, amb els dits, a continuat comptant: 2,3,4,5,6,7,8,9,10. A l'arribar a 10 n'ha comptat cinc més.	En comptes de comptar-ne 4, n'ha comptat 5	Dits	PD-CTM	No	15	Informal
14	Ha identificat el nombre 10 (1+9) i, ràpidament, ha resolt la suma ja que només ha hagut de canviar el zero del deu per un quatre	No	No	Deus	Si	14	Formal
15	Ha identificat el nombre 10 (1+9) i, ràpidament, ha resolt la suma ja que només ha hagut de canviar el zero del deu per un quatre	No	No	Deus	Si	14	Formal
16	Ha identificat el nombre 10 (1+9) i, ràpidament, ha resolt la suma ja que només ha hagut de canviar el zero del deu per un quatre	No	No	Deus	Si	14	Formal
17	Ha identificat el nombre 10 (1+9) i, ràpidament, ha resolt la suma ja que només ha hagut de canviar el zero del deu per un quatre	No	No	Deus	Si	14	Formal
18	Identifica que 1+9=10. Però no acaba de sumar-hi el quatre, tot i que agafa material per poder-lo comptar.	No entén el que ha de fer	Taps de suro	CC	No	10	Informal
19	Ha identificat el nombre 10 (1+9) i, ràpidament, ha resolt la suma ja que només ha hagut de canviar el zero del deu per un quatre	No	No	Deus	Si	14	Formal
20	Identifica que 9+1=10. Al final, hi afegeix el 4 comptant-lo mentre el forma amb els dits	S'ha descomptat quan ha sumat l'últim sumand	Dits	Deus	Si	13	Formal
21	Ha identificat el nombre 10 (1+9) i, ràpidament, ha resolt la suma ja que només ha hagut de canviar el zero del deu per un quatre	No	No	Deus	Si	14	Formal
22	Ha identificat el nombre 10 (1+9) i, ràpidament, ha resolt la suma ja que només ha hagut de canviar el zero del deu per un quatre	No	No	Deus	Si	14	Formal
23	Ha identificat el nombre 10 (1+9) i, ràpidament, ha resolt la suma ja que només ha hagut de canviar el zero del deu per un quatre	No	No	Deus	Si	14	Formal
24	Ha identificat el nombre 10 (1+9) i, ràpidament, ha resolt la suma ja que només ha hagut de canviar el zero del deu per un quatre	No	No	Deus	Si	14	Formal
25	Ha retingut al cap el nombre 1 i li ha afegit quatre més. Després li ha sumat el 9.	No	No	CPP	No	14	Informal
26	Ha retingut al cap el nombre més gran (9) i li ha sumat l'1. Quan ha tingut el 10 li ha sumat el 4.	S'ha descomptat	No	CPM	No	15	Informal
27	Ha retingut al cap el nombre més gran (9) i li ha sumat l'1. Quan ha tingut el 10 li ha sumat el 4.	No	No	CPM	No	14	Informal
28	Ha retingut al cap el nombre més gran (9) i li ha sumat el 4. Quan ha tingut el 13 li ha acabat de sumar l'1.	No	No	CPM	No	14	Informal
29	Ha retingut al cap el nombre 1 i li ha afegit quatre més. Després li ha sumat el 9.	No	No	CPP	No	14	Informal
30	Forma la pauta digital de l'1 (i el compta). Després forma directament la pauta digital del 9 i segueix comptant, però només compta els dits d'una mà. Seguidament forma la pauta digital del 4 i continua comptant.	Es deixa dits per comptar quan forma la pauta digital del 9	Dits	PD	No	9	Informal

Alumnat	Suma 3 + 5 + 7						
	Procés			Resposta			
	Desenvolupament	Errors	Material	Estratègia	Automat.	Resultat	T. Coneixement
1	Ha retingut al cap el 5 i li ha sumat el 3. Quan ha tingut el 8 ha acabat de sumar-hi el 7	S'ha descomptat quan hi ha afegit l'últim sumand	No	CPP	No	16	Informal
2	Ha identificat el nombre 10 (3+7) i, ràpidament, ha resolt la suma ja que només ha hagut de canviar el zero del deu per un cinc	No	No	Deus	Si	15	Formal
3	Ha retingut al cap el nombre major (7) i li ha sumat el 5. Després hi ha acabat de sumar el 3	No	No	CPM	No	15	Informal
4	Forma amb material el primer sumand i l'aparta de la resta de taps. Fa el mateix procés per formar el segon i el tercer sumand. Al final, ho compta tot junt.	No	Taps de suro	CC	No	15	Informal
5	Forma la pauta del nombre 3 i del 5 (sense comptar). Després compta tots els dits i diu, en veu alta, que els dos primers nombres sumen 8. L'últim nombre el forma amb material, però després no ho acaba de sumar tot junt	Quan forma el 7 amb material no el suma a les operacions que ja havia fet amb anterioritat	Dits i taps de suro	RP-CC	No	7	Informal
6	Ha retingut el 3 al cap i li ha sumat 5. Després ha acabat de comptar el tercer sumand.	No	No	CPP	No	15	Informal
7	Ha identificat el nombre 10 (3+7) i, ràpidament, ha resolt la suma ja que només ha hagut de canviar el zero del deu per un cinc	No	No	Deus	Si	15	Formal
8	Ha identificat el nombre 10 (3+7) i, ràpidament, ha resolt la suma ja que només ha hagut de canviar el zero del deu per un cinc	No	No	Deus	Si	15	Formal
9	Ha identificat el nombre 10 (3+7) i, ràpidament, ha resolt la suma ja que només ha hagut de canviar el zero del deu per un cinc	No	No	Deus	Si	15	Formal
10	Forma amb material el primer sumand i l'aparta de la resta de taps. Fa el mateix procés per formar el segon i el tercer sumand. Al final, ho compta tot junt.	No	Taps de suro	CC	No	15	Informal
11	Diu esporàdicament un nombre sense haver comptat	No entén què és sumar	No	∅	No	10	Intuitiu
12	Ha retingut el 3 al cap i li ha sumat 5. Després ha acabat de comptar el tercer sumand.	No	No	CPP	No	15	Informal
13	Compta amb els dits el 3 i el 5 dient en veu alta que fan 8. Com que els dits que té alçats són els corresponents a la pauta digital del 8, l'infant només compta fins a obtenir la pauta digital del 7. Per tant, en compta només 4.	S'ha descomptat quan hi ha afegit l'últim sumand	Dits	RP	No	12	Informal
14	Ha retingut al cap el nombre major (7) i li ha sumat el 5. Després hi ha acabat de sumar el 3	No	No	CPM	No	15	Informal
15	Ha retingut al cap el 5 i li ha sumat 3. Després hi ha acabat de sumar el 7.	Ha anunciat que 5+3 feien 7, però després ho ha rectificat	No	CPP	No	15	Informal
16	Ha retingut al cap el nombre major (7) i li ha sumat el 5. Després hi ha acabat de sumar el 3	No	No	CPM	No	15	Informal
17	Ha identificat el nombre 10 (3+7) i, després, hi ha sumat el 5.	Es descompta amb l'últim sumand que hi suma	No	Deus	Si	16	Formal
18	Agafa material i el va comptant fins arribar a 8	No entén el que s'ha de fer	Taps de suro	CC	No	8	Informal
19	Ha retingut al cap un dels nombres majors (5) i li ha sumat el 7. Després hi ha acabat de sumar el 3	No	No	CPM	No	15	Informal
20	Ha retingut al cap el 3 i li ha sumat el 5. Quan ha tingut el 8, ha acabat de sumar-hi el 7	S'ha descomptat quan hi ha afegit l'últim sumand	No	CPP	No	14	Informal
21	Ha identificat el nombre 10 (3+7) i, ràpidament, ha resolt la suma ja que només ha hagut de canviar el zero del deu per un cinc	No	No	Deus	Si	15	Formal
22	Descompon el 7 (5+2). Ha utilitzat el 5 del nombre set per sumar-lo amb l'altre 5 que apareix a la suma (5+5=10). Després hi ha afegit el nombre 2 que formava el 7 (per tant, 12) i, per últim, hi ha sumat el 3.	No	No	Deus	Si	15	Formal
23	Ha identificat el nombre 10 (3+7) i li ha sumat el 5	S'ha descomptat quan hi ha afegit l'últim sumand	No	Deus	Si	16	Formal
24	Ha identificat el nombre 10 (3+7) i, ràpidament, ha resolt la suma ja que només ha hagut de canviar el zero del deu per un cinc	No	No	Deus	Si	15	Formal
25	Ha retingut al cap el 3 i li ha sumat el 5. Quan ha tingut el 8, ha acabat de sumar-hi el 7	S'ha descomptat quan hi ha afegit l'últim sumand	No	CPP	No	12	Informal
26	Ha retingut al cap un dels nombres majors (5) i li ha sumat el 3. Després hi ha acabat de sumar el 7	No	No	CPM	No	15	Informal
27	Ha retingut el 3 al cap i li ha sumat 5. Després ha acabat de comptar el tercer sumand.	No	No	CPP	No	15	Informal
28	Ha retingut al cap el nombre 7 i, després, ha comptat el cinc a mesura que alçava els dits d'una mà i, seguidament, ha fet el mateix procés per acabar de comptar-hi el tres.	No	Dits	RP	No	15	Informal
29	Ha retingut al cap el nombre major (7) i li ha sumat el 5. Després hi ha acabat de sumar el 3	No	No	CPM	No	15	Informal
30	Ha format la pauta digital del 3 i l'ha comptat. Després ha format la pauta digital del 5 i ha seguit el compte anterior: 4,5,6,7,8. Al final, ha format la pauta del 7 i ha seguit comptant: 9,10,11,12,13,14 i 15.	No	Dits	PD	No	15	Informal

REFERÈNCIES BIBLIOGRÀFIQUES

CURTH, Mónica de Torres (2001). "El juego en el aula: una experiencia de perfeccionamiento docente en Matemática a nivel institucional". *Suma*, núm. 38, p. 23-29.

DECRET 119/2015, de 23 de juny, d'ordenació dels ensenyaments de l'educació primària, núm. 6900 (2015).

EDO, Mequè (1998). Juegos y matemáticas. *Una experiencia en el ciclo inicial de primaria*. [Versió electrònica]. Revista Uno 18.

EDO, Mequè (2003). *Juegos matemáticos. Documentación para el taller, desarrollo curricular. Estrategias e instrumentos*, en TOMÁS, C. Y CASAS, M. (coords.). *Educación Primaria. Orientaciones y Recursos*. CISSPRAXIS. Barcelona: CD-Rom, 59 pág.