

ELABORACIÓ DE MODELS ARIMA PER A PRODUCTES CARNIS

Adrià Perarnau Aguilar

adria.perarnau@uvic.cat

Tutor: Dr. Joan Carles Martori i Cañas

Universitat de Vic – Universitat Central de Catalunya

Grau d'Administració i Direcció d'Empreses

Vic, 1 de juny de 2015

AGRAÏMENTS

En aquestes línies, m'agradaria agrair al Dr. Joan Carles Martori i Cañas per la seva especial orientació durant l'elaboració de l'estudi. També vull agrair a l'empresa on vaig realitzar les pràctiques curriculars, per facilitar les dades internes necessàries per realitzar la present investigació.

RESUM EXECUTIU

Aquest estudi especifica els millors models predictius ARIMA per les vendes i ingressos de quatre productes carnis. Per aquest propòsit, seguirem la metodologia de Box i Jenkins. Aquesta metodologia es basa en quatre etapes: identificació, estimació, validació i predicció.

En la primera etapa, identificarem el model ARIMA a partir de l'anàlisi univariant de les vendes i ingressos dels productes. Tindrem en compte la representació gràfica d'elles sèries temporals (2011-2014) i els gràfics de les funcions d'autocorrelació (FAS i FASP). Cal dir que per poder elaborar els models ARIMA, les vendes i els ingressos han de seguir patrons estacionaris i no estacionals. En la segona etapa, estimarem els paràmetres i especificarem el model identificat prèviament. Per fer-ho, utilitzarem el mètode d'estimació per la màxima versemblança. En la tercera etapa, validarem el model especificat. El terme independent i tots els coeficients del model han de ser significatius. A més, el terme residual s'ha de comportar com un soroll blanc. Per acabar, en l'última etapa, realitzarem les prediccions per l'any 2015 per les vendes i ingressos de cada producte i, finalment calcularem l'error de predicció que cometen els models.

Una vegada especificats els models ARIMA per a tots els productes, seleccionarem aquell model que realitzi la millor predicció per les vendes i ingressos.

Paraules clau: Model ARIMA · Anàlisi univariant · Metodologia Box - Jenkins · Soroll blanc · Sèrie temporal · Estacionalitat · Estacionarietat

ABSTRACT

This research specifies the best ARIMA prediction models for sales and incomes of four meat products. For this purpose, we will use the methodology of Box and Jenkins. This methodology is based on four stages; identification, estimation, validation and prediction.

In the first stage, we will identify the ARIMA model from the univariate analysis of product sales and income. We will consider the graphic representation of the (2011-2014) time series and the autocorrelation function graphics (FAS and FASP). It must be said that to prepare the ARIMA models, sales and incomes must follow stationary patterns and not seasonal. In the second stage, we will estimate the parameters and specify the model identified previously. To do so, we will use the maximum likelihood estimation method. In the third stage, we will validate the specified model. The independent term and all the model coefficients must be significant. In addition, the residual term must behave like

white noise. Finally, in the last stage we will make the predictions for the 2015 sales and incomes for each product, and finally calculate the prediction error committed by the models.

Once the ARIMA models for all products are specified, we will select those which perform a better prediction model for sales and incomes.

Keywords: ARIMA model · Univariate analysis · Box – Jenkins methodology · White noise · Time series · Seasonality · Stationarity

ÍNDEX

INTRODUCCIÓ	6
1 PRIMERA PART: MARC TEÒRIC	7
1.1 CLASSIFICACIÓ DELS MÈTODES DE PREDICCIÓ	7
1.2 ANÀLISI UNIVARIANT DE SÈRIES TEMPORALS.....	7
1.2.1 ANÀLISI DE LA CORRELACIÓ EN SÈRIES TEMPORALS.....	8
1.2.2 ANÀLISI DE L'ESTACIONARIETAT DE LA SÈRIE TEMPORAL	10
1.2.3 ANÀLISI DE L'ESTACIONALITAT DE LA SÈRIE TEMPORAL	10
1.2.4 ELABORACIÓ DE MODELS ARIMA	11
2 SEGONA PART: APLICACIÓ PRÀCTICA	14
2.1 CARPACCIO DE VEDELLA	14
2.1.1 IDENTIFICACIÓ DEL MODEL ARIMA PER LES VENDES	14
2.1.2 ESTIMACIÓ DEL MODEL ARIMA PER LES VENDES.....	19
2.1.3 VALIDACIÓ DEL MODEL ARIMA PER LES VENDES	20
2.1.4 PREDICCIÓ MENSUAL PER LES VENDES (2015)	20
2.1.5 IDENTIFICACIÓ DEL MODEL ARIMA PELS INGRESSOS.....	21
2.1.6 ESTIMACIÓ DEL MODEL ARIMA PELS INGRESSOS	25
2.1.7 VALIDACIÓ DEL MODEL ARIMA PELS INGRESSOS.....	26
2.1.8 PREDICCIÓ MENSUAL PELS INGRESSOS (2015)	26
2.2 ESCALOPA DE VEDELLA	28
2.2.1 IDENTIFICACIÓ DEL MODEL ARIMA PER LES VENDES	28
2.2.2 ESTIMACIÓ DEL MODEL ARIMA PER LES VENDES.....	31
2.2.3 VALIDACIÓ DEL MODEL ARIMA PER LES VENDES	31
2.2.4 PREDICCIÓ MENSUAL PER LES VENDES (2015)	32
2.2.5 IDENTIFICACIÓ DEL MODEL ARIMA PELS INGRESSOS.....	33
2.2.6 ESTIMACIÓ DEL MODEL ARIMA PELS INGRESSOS	36
2.2.7 VALIDACIÓ DEL MODEL ARIMA PELS INGRESSOS.....	36
2.2.8 PREDICCIÓ MENSUAL PELS INGRESSOS (2015)	37

2.3	LLOM TALLAT DE PORC.....	38
2.3.1	IDENTIFICACIÓ DEL MODEL ARIMA PER LES VENDES	38
2.3.2	ESTIMACIÓ DELS MODELS ARIMA PER LES VENDES	41
2.3.3	VALIDACIÓ DELS MODELS ARIMA PER LES VENDES.....	42
2.3.4	PREDICCIÓ MENSUAL PER LES VENDES (2015).....	43
2.3.5	IDENTIFICACIÓ DEL MODEL ARIMA PELS INGRESSOS.....	45
2.3.6	ESTIMACIÓ DEL MODEL ARIMA PELS INGRESSOS	47
2.3.7	VALIDACIÓ DEL MODEL ARIMA PELS INGRESSOS.....	48
2.3.8	PREDICCIÓ MENSUAL PELS INGRESSOS (2015)	48
2.4	SALSITXES DE PAGÈS.....	50
2.4.1	IDENTIFICACIÓ DEL MODEL ARIMA PER LES VENDES	50
2.4.2	ESTIMACIÓ DEL MODEL ARIMA PER LES VENDES.....	54
2.4.3	VALIDACIÓ DEL MODEL ARIMA PER LES VENDES	55
2.4.4	PREDICCIÓ MENSUAL PER LES VENDES (2015).....	55
2.4.5	IDENTIFICACIÓ DEL MODEL ARIMA PELS INGRESSOS.....	57
2.4.6	ESTIMACIÓ DEL MODEL ARIMA PELS INGRESSOS	61
2.4.7	VALIDACIÓ DEL MODEL ARIMA PELS INGRESSOS.....	62
2.4.8	PREDICCIÓ MENSUAL PELS INGRESSOS (2015)	62
	CONCLUSIONS	64
	REFERÈNCIES UTILITZADES.....	65
	ANNEX	66
	Taula de les vendes mensuals per els quatre productes (2011-2014).....	66
	Taula dels ingressos mensuals per els quatre productes (2011-2014)	67

INTRODUCCIÓ

A l'empresa, sovint es planteja el problema de la presa de decisions, és a dir, escollir una opció determinada entre diverses alternatives. Quan es prenen decisions, s'obre un escenari d'incertesa respecte a futurs successos. Es per això, que resulta de vital importància minimitzar aquesta incertesa aplicant tècniques predictives com més acurades possibles millor. La predicció, és un aspecte fonamental de la planificació empresarial, ja que en funció d'aquesta anticipació del que succeirà, els responsables de la gestió empresarial podran saber quines són les mesures que convé prendre per intentar assolir els objectius desitjats.

El present estudi té com a finalitat elaborar models predictius ARIMA¹ fiables per les vendes i ingressos de quatre productes carnis que ajudi a la presa de decisions. Per l'elaboració d'aquests models utilitzarem dades internes d'una empresa osonenca del sector agroalimentari en els últims quatre anys.

El treball es divideix en dos parts: La primera part trobem el marc teòric on s'explica la metodologia Box – Jenkins² i conceptes bàsics que cal conèixer abans d'iniciar l'elaboració dels models predictius. La segona part, és l'aplicació pràctica de la metodologia Box – Jenkins a les vendes i ingressos de quatre productes carnis que ens permetrà especificar models predictius ARIMA i a partir d'aquí, realitzar les prediccions.

Tots els processos d'elaboració dels models, es duran a terme mitjançant el programa estadístic SPSS Statistics. Aquest programa estadístic, ens facilitarà la identificació del model, ens proporcionarà la seva estimació i, finalment ens ajudarà en les prediccions.

¹ Inicials en anglès de *Autorregressive Integrated Moving Average*

² Box, G.E.P. i Jenkins, G.M. (1970) *Times series analysis: forecasting and control*, San Francisco: Holdey-Day.

1 PRIMERA PART: MARC TEÒRIC

1.1 CLASSIFICACIÓ DELS MÈTODES DE PREDICCIÓ

A la manera de situar els models ARIMA com a mètode predictiu, exposarem els diferents mètodes de predicció que s'utilitzen en el món empresarial.

Des de el punt de vista metodològic, els mètodes de predicció es poden agrupar en dos grans grups: mètodes qualitius i mètodes quantitius. Els mètodes qualitius s'utilitzen quan no disposem d'informació històrica sobre l'objecte d'estudi. Dins d'aquest grup, destaquen el *Brainstorming*, *Delphi* i *Cross-impact*. D'altra banda, els mètodes quantitius són utilitzats quan disposem d'informació històrica sobre el fenomen d'estudi. Generalment, aquesta informació històrica apareix en forma de sèries temporals³. En aquest estudi, les sèries temporals són les vendes mensuals (en Kg) i ingressos mensuals (en €) de quatre productes carnis durant el últims quatre anys (2011-2014).

Dins dels mètodes quantitius, trobem dos enfocaments diferenciats: L'anàlisi causal i l'anàlisi univariant. L'anàlisi causal, consisteix en explicar la variable observada (endògena) a partir de diferents variables explicatives (exògenes). En canvi, l'anàlisi univariant consisteix en explicar la variable endògena només a partir dels seus valors passats. És dins d'aquest mètode on trobem els models predictius ARIMA que utilitzarem per realitzar les prediccions.

A continuació, ens centrem en explicar l'anàlisi univariant de sèries temporals.

1.2 ANÀLISI UNIVARIANT DE SÈRIES TEMPORALS

Com hem dit, en un sentit ampli, l'anàlisi univariant de sèries temporals consisteix en explicar la variable endògena (en el nostre cas, vendes i ingressos) només a partir dels seus valors passats per tal de fer prediccions de la mateixa variable. Els models més utilitzats dins d'aquest mètode de predicció, són els models ARIMA que es van popularitzar a partir de 1970 amb els treballs de Box i Jenkins. Aquests estadístics, van desenvolupar una metodologia amb l'objectiu d'identificar i estimar models dinàmics de sèries temporals on el temps té especial importància.

³ Conjunt d'observacions sobre una variable y , observada en diferents moments del temps.

Seguint la metodologia de Box-Jenkins, es poden diferenciar quatre etapes a l'hora d'especificar el model ARIMA:

1. Identificació
2. Estimació
3. Validació
4. Predicció

No obstant, prèviament a iniciar la identificació del model ARIMA, s'ha d'analitzar la correlació, l'estacionarietat i l'estacionalitat de la sèrie temporal.

1.2.1 ANÀLISI DE LA CORRELACIÓ EN SÈRIES TEMPORALS

L'estadístic que s'utilitza en l'anàlisi de la correlació de les sèries temporals univariants és el coeficient d'autocorrelació.

Especificació de l'estadístic:

$$r_k = \frac{\sum_{t=k+1}^n (Y_t - \bar{Y})(Y_{t-k} - \bar{Y})}{\sum_{t=1}^n (Y_t - \bar{Y})^2}$$

On Y: Variable observada

\bar{Y} : Mitjana de la variable observada

n: Nombre d'observacions de la sèrie temporal

k: Retard de l'observació

Aquest estadístic, s'interpreta de la següent manera:

- r_1 indica com els valors successius de Y es relacionen amb els valors un període anteriors.
- r_2 indica com els valors successius de Y es relacionen amb els valors de dos períodes anteriors, i així successivament.

El conjunt dels coeficients d'autocorrelació constitueixen la funció d'autocorrelació simple o FAS. La FAS, és un instrument molt útil que permet investigar les propietats de la sèrie temporal. Hi ha un cas particular anomenat *soroll blanc*, que té un comportament determinat.

El model de soroll blanc es dona quan per cada observació de Y es compleix $Y_t = \varepsilon_t$ on ε_t és una variable aleatòria amb les següents propietats:

$$E(\varepsilon_t) = 0$$

$$V(\varepsilon_t) = \sigma_\varepsilon^2$$

$$\text{CoV}(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-s}) = 0$$

Per estudiar si una sèrie temporal és un *soroll blanc*, farem servir el mètode de Barlett⁴ (1946). Aquest estadístic, va definir les variàncies dels r_k , suposant que els coeficients d'autocorrelació poblacionals (P_k) són 0:

En el cas que $|r_k| > 2\sqrt{\text{Var}(r_k)} \rightarrow$ Rebutgem la hipòtesi que $P_k = 0$, és a dir, els coeficients d'autocorrelació no són 0.

A més, Box i Ljung⁵, van dissenyar el següent contrast d'hipòtesi sobre el valor P_k :

$$\begin{cases} H_0: P_k = 0 \\ H_1: P_k \neq 0 \end{cases}$$

L'estadístic de contrast és:

$$Q_k = n(n+2) \sum_{h=1}^k \frac{1}{n-h} r_h^2$$

On r_h^2 : Coeficient d'autocorrelació d'ordre h elevat al quadrat

n : Nombre d'observacions

k : Màxim retard considerat

h : Ordre del coeficient d'autocorrelació

Aquest estadístic, segueix una distribució *Txi-Quadrat*⁶ (χ^2) amb k graus de llibertat.

Si $Q_k > \chi^2$ amb k graus de llibertat \rightarrow Rebutgem H_0

Si $Q_k < \chi^2$ amb k graus de llibertat \rightarrow No rebutgem H_0

⁴ Barlett, M.S. (1946), On the theoretical specification of sampling properties of autocorrelated time series. *Journal of the Royal Statistical Society.*, Vol.8, pp.27-41.

⁵ Ljung, G.M. i Box, G.E.P (1978), On a measure of lack of fit in time series models. *Biometrika* 66. Pp. 297-303.

⁶ Taula estadística

D'altra banda, per mesurar el grau d'associació entre Y_t i Y_{t-k} quan els efectes dels altres retards es mantenen constants, s'utilitza la funció d'autocorrelació parcial o FASP. El gràfic d'aquesta funció serà especialment útil a l'hora de determinar els ordres del model ARIMA que volem especificar.

Especificació de la funció d'autocorrelació parcial (FASP):

$$Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 Y_{t-1} + \alpha_2 Y_{t-2} + \dots + \alpha_k Y_{t-k}$$

On Y_t : Variable observada
 α_0 : Constant
 α_k : Coeficient associat a Y_{t-k}
 Y_{t-k} : Variable observada retardada k períodes

1.2.2 ANÀLISI DE L'ESTACIONARIETAT DE LA SÈRIE TEMPORAL

Quan parlem d'estacionarietat, ens referim a que no hi ha ni creixement i decreixement al llarg de la sèrie temporal. Les dades han de seguir un eix horitzontal fluctuant al voltant d'una mitjana independentment del temps, i la variància d'aquesta fluctuació ha de ser constant al llarg del temps. Per poder elaborar el model ARIMA és desitjable que la sèrie temporal presenti un patró estacionari tan en mitjana com en variància. En cas que la sèrie temporal no sigui estacionària en mitjana, cal aplicar la diferenciació de les dades un o més períodes ($Y_t - Y_{t-k}$) fins a assolir l'estacionarietat en mitjana. Si un cop diferenciada la sèrie un o més períodes la mitjana és constant però la variància no, haurem de transformar les dades prenent logaritmes $Y_t = \ln(Y_t)$. Quan calen els dos tipus de transformacions, sempre s'ha d'aplicar en primer lloc la transformació logarítmica.

1.2.3 ANÀLISI DE L'ESTACIONALITAT DE LA SÈRIE TEMPORAL

L'estacionalitat d'una sèrie temporal es pot definir com un patró sistemàtic que es repeteix cada cert temps. Amb dades mensuals, l'estacionalitat pot ser detectada per un valor alt i significatiu de r_{12} , r_{24} , r_{36} (de la FAS) o α_{12} , α_{24} , α_{36} (de la FASP). És desitjable que la sèrie temporal no sigui estacional. En cas que la sèrie temporal sigui estacional, cal aplicar la diferenciació de les dades ($Y_t - Y_{t-s}$).

1.2.4 ELABORACIÓ DE MODELS ARIMA

Realitzat l'anàlisi dels anteriors aspectes de la sèrie temporal, ja estem en condicions de començar a elaborar el model ARIMA seguint la metodologia de Box i Jenkins.

1.2.4.1 IDENTIFICACIÓ

En aquest etapa, es tracta de determinar els ordres del model ARIMA corresponent a la sèrie temporal objecte d'estudi. Aquesta identificació ha d'estar basada en els següents gràfics:

- La representació gràfica de la sèrie temporal.
- La representació gràfica de la sèrie transformada (en cas de ser no estacionaria o estacional).
- Els gràfics de les funcions d'autocorrelació (FAS i FASP).

1.2.4.1.1 TIPOLOGIA DE MODELS ARIMA

Una vegada finalitzada la interpretació dels gràfics, podem identificar els següents models:

- **Models autoregressius (AR)**, en els que la variable endògena s'explica pels seus valors anteriors més un soroll blanc. Un model AR d'ordre p ve definit de la següent manera:

$$Y_t = c + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t$$

On

- Y_t : Variable observada
- c : Constant
- ϕ_p : Coeficient associat a Y_{t-p}
- Y_{t-p} : Variable observada retardada p períodes
- ε_t : Soroll blanc

- **Models de mitjana mòbil (MA)**, en els que la variable endògena ve explicada per una combinació lineal dels valors presents i passats d'un soroll blanc. Un model MA d'ordre q ve definit de la següent manera:

$$Y_t = c + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

On

- Y_t : Variable observada
- c : Constant
- θ_q : Coeficient associat a ε_{t-q}
- ε_{t-q} : Soroll blanc retardat q períodes

- **Models mixtes autoregressius i mitjana mòbil (ARMA)**, aquests són una combinació dels dos models anteriors. Un model ARMA d'ordre (p,q) ve especificat de la següent manera:

$$Y_t = c + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

On Y_t : Variable observada

c : Constant

ϕ_p : Coeficient associat a Y_{t-p}

Y_{t-p} : Variable observada retardada p períodes

ε_t : Soroll blanc

θ_q : Coeficient associat a ε_{t-q}

ε_{t-q} : Soroll blanc retardat q períodes

Per identificar els ordres del model ARMA, es poden seguir la següents indicacions:

	FAS	FASP
AR (p)	Molts retards significatius amb decreixement exponencial o bé oscil·lant.	Primers p retards significatius resta no.
MA (q)	Primers q retards significatius i la resta no.	Molts retards significatius amb decreixement exponencial o bé oscil·lant.

Quan es permet que la variable observada estigui diferenciada un o més períodes es parla de **Models ARIMA (p,d,q)**, on d és el nombre de períodes que s'ha diferenciat la variable observada perquè segueixi un comportament estacionari.

1.2.4.2 ESTIMACIÓ

Identificats el ordres del model, passem a l'etapa d'estimació dels paràmetres. Per fer-ho, utilitzarem el mètode d'estimació per màxima versemblança (MV) que consisteix en trobar aquells valors dels paràmetres, pels quals és més probable obtenir els valors observats. En cas de identificar i estimar dos possibles models vàlids, escollirem aquell model que presenti el BIC normalitzat⁷ més petit.

1.2.4.3 VALIDACIÓ

El procés de validació d'un model segons la metodologia Box i Jenkins té en compte el següents aspectes:

- El terme independent i tots els coeficients del model han de ser significatius amb un nivell de confiança del 95%.
- El terme residual es comporta com un soroll blanc, és a dir té funcions FAS i FASP nul·les (coeficients no significatius). (V. 2.2.1)

1.2.4.4 PREDICCIÓ

Aquesta és la darrera etapa de la metodologia de Box i Jenkins i podem distingir dos tipologies de predicció:

- Predicció *ex-ante*: consisteix en obtenir estimacions de la variable endògena, en moments del temps sobre el que no disposem informació.
- Predicció *ex-post*: consisteix en estimar el model sense utilitzar les últimes observacions i utilitzar el model estimat per predir els valors d'aquestes dades.

En aquest estudi, utilitzarem el segon mètode, ja que disposem de dades reals dels primers quatre mesos de 2015 i no les utilitzarem a l'hora d'identificar el model.

Utilitzant ambdues tècniques de predicció, podem valorar la magnitud de l'error que cometem a fer la predicció. Aquestes mesures són les següents:

- Suma de quadrats dels errors: $SQUE = \sum_{t=1}^T e_t^2$
- Error absolut mitjà: $EAM = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T e_t$
- Error quadràtic mitjà: $EQM = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T e_t^2$

Per valorar la magnitud de l'error, utilitzarem l'error quadràtic mitjà.

⁷ Estadístic d'ajust

2 SEGONA PART: APLICACIÓ PRÀCTICA

En aquesta part del treball, aplicarem la metodologia Box - Jenkins per les vendes (en Kg) i els ingressos (en €) de quatre productes carnis. Una vegada identificat el model, realitzarem una predicció per el 2015 i calcularem l'error de predicció que comet el model. D'aquesta manera, sabrem si el model predictiu identificat és fiable i, en conseqüència, s'ajusta a la realitat.

Disposem de les vendes i ingressos mensuals en els últims quatre anys (2011-2014) per els següents productes carnis: Carpaccio de vedella, Escalopa de vedella, Llom tallat de porc i Salsitxes de pagès. Aquests productes són els més venuts dins de la seva categoria. A més, per part de l'empresa que ens ha facilitat les dades, tenen un especial interès d'estudi.

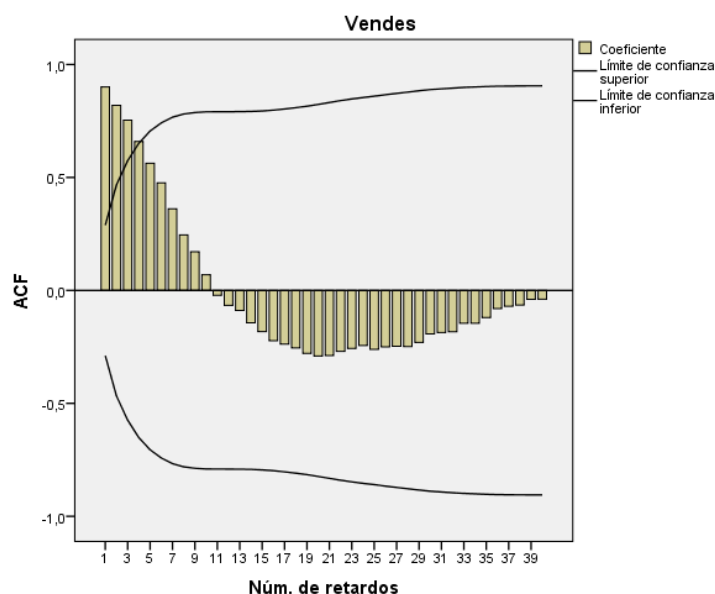
2.1 CARPACCIO DE VEDELLA

2.1.1 IDENTIFICACIÓ DEL MODEL ARIMA PER LES VENDES

2.1.1.1 Anàlisi de la correlació

Per analitzar la correlació de les vendes, realitzarem la representació gràfica de la FAS i el contrast Box-Ljung per determinar si les vendes es comporten com un soroll blanc. Com hem comentat en el marc teòric, farem servir el mètode Barlett pels 40 primers retards.

Gràfic de la FAS:



Com es pot observar en el gràfic de la FAS, els 4 primers coeficients d'autocorrelació estan fora dels límits i, per tant, són significatius. Això pot indicar que les vendes no es comporten com un soroll blanc. Per assegurar-ho, realitzarem el contrast d'hipòtesi de Box i Ljung, sobre el valor de P_k :

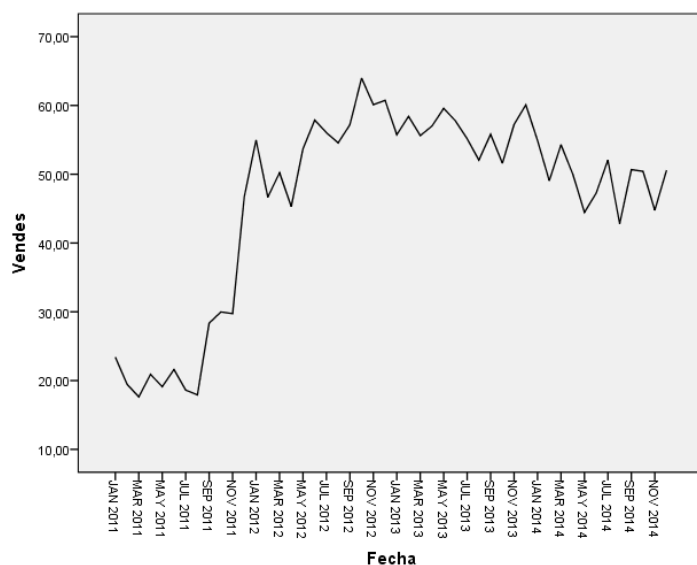
$$\left\{ \begin{array}{l} H_0: P_k=0 \\ H_1: P_k \neq 0 \end{array} \right.$$

Calculem l'estadístic de contrast de Box-Ljung (V.1.2.1); prenen el primer coeficient d'autocorrelació simple $r_1=0,901$, obtenim $41,436 > 3,84^8 \rightarrow$ Rebutgem H_0 . Així doncs, el coeficient d'autocorrelació simple d'ordre 1 és significatiu, aquest fet indica que hi ha relació lineal entre els valors de la variable que s'han obtingut amb un període de diferència, per exemple, entre Y_t i Y_{t-1} i Y_{t-1} i Y_{t-2} , etc. Analitzant el resultat d'aquest estadístic i la representació de la FAS, podem concloure que les vendes del Carpaccio de vedella no es comporten com un soroll blanc.

2.1.1.2 Anàlisi de l'estacionarietat i estacionalitat

La representació gràfica de les vendes sembla indicar que és no estacionària en mitjana i variància, hi ha evidència de canvi de la mitjana i variància en el temps.

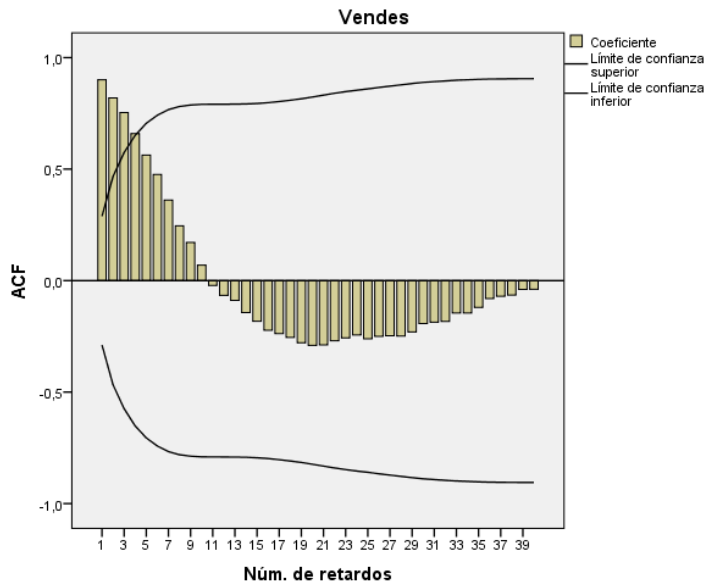
Gràfic de les vendes (2011-2014):



⁸ Valor de la taula estadística "Txi- Quadrat" amb 1 grau de llibertat i un nivell de confiança del 95%

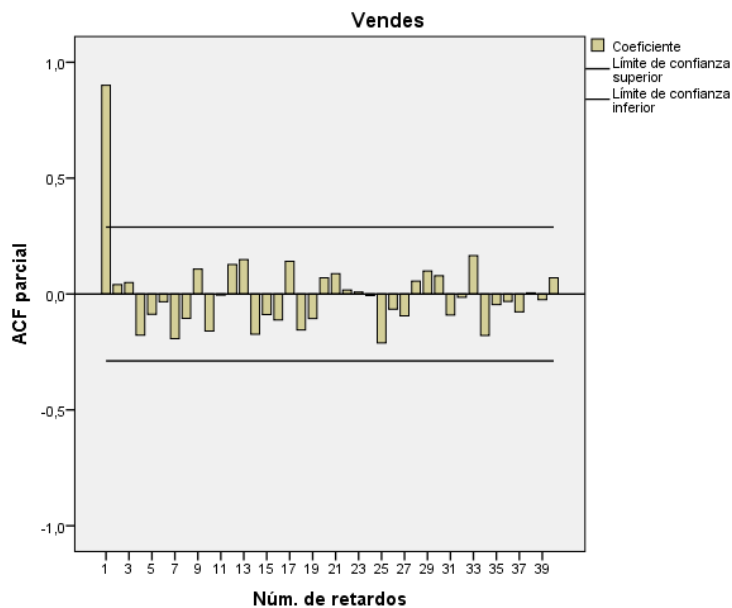
En canvi, la FAS ens indica que segueix un patró estacionari. Els coeficients d'autocorrelació decreixen ràpidament cap a 0 i la majoria de coeficients d'autocorrelació no són significatius.

Gràfic de la FAS:



La FASP, presenta un patró de sèrie no estacionària. El coeficient d'autocorrelació parcial d'ordre 1 (α_1) és proper a 1 i la resta de coeficients no són significatius.

Gràfic de la FASP:

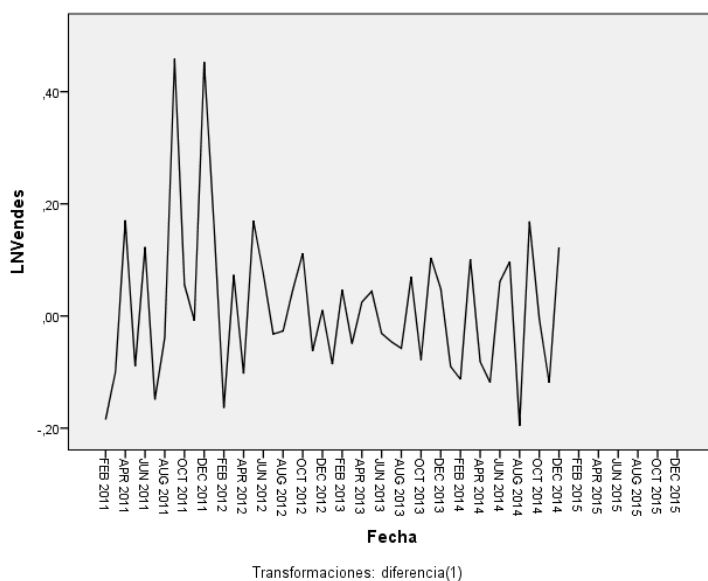


Tanmateix, en els gràfics de la FAS i FASP, el coeficients associats als retards 12 i 24 té un valor baix i no són significatius, això pot indicar no estacionalitat de les vendes. Com hem vist, la sèrie temporal és no estacionària en mitjana i variància. És per això, que transformarem la sèrie per veure si es pot eliminar la no estacionarietat en mitjana i variància, abans d'iniciar la identificació dels ordres del model ARIMA.

El mètode que utilitzarem per eliminar la no estacionarietat en variància serà prendre logaritmes de la variable endògena, en canvi, per eliminar la no estacionarietat en mitjana realitzarem la diferenciació d'un període de la variable endògena. Així doncs, primer realitzarem la transformació logarítmica $Y_t = \ln(Y_t)$ i després la diferenciació $Y_t^* = Y_t - Y_{t-1}$.

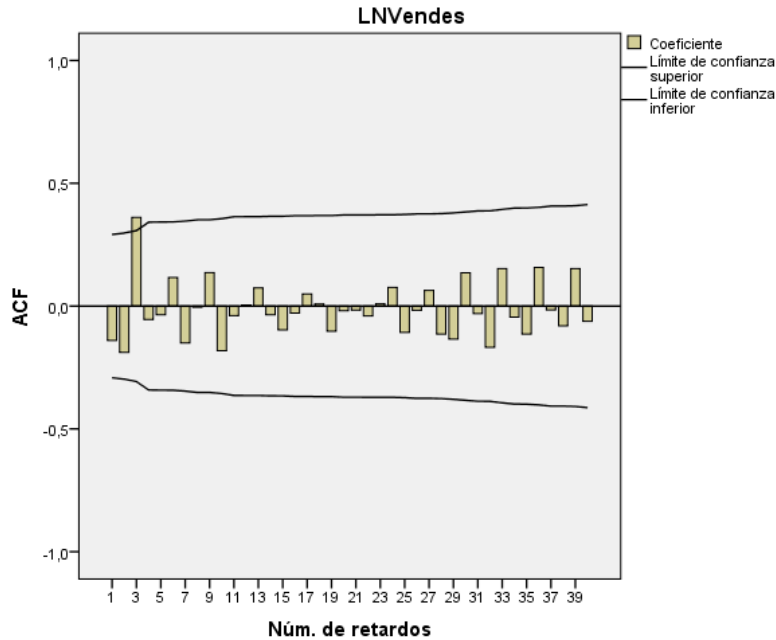
Realitzant les anteriors transformacions, la representació gràfica de les vendes en logaritmes i diferenciades un període, sembla indicar que hem eliminat la no estacionarietat en mitjana i variància, ja que no hi ha evidència de canvi de la mitjana i variància en el temps.

Gràfic de les vendes en logaritmes diferenciades un període (2011-2014):



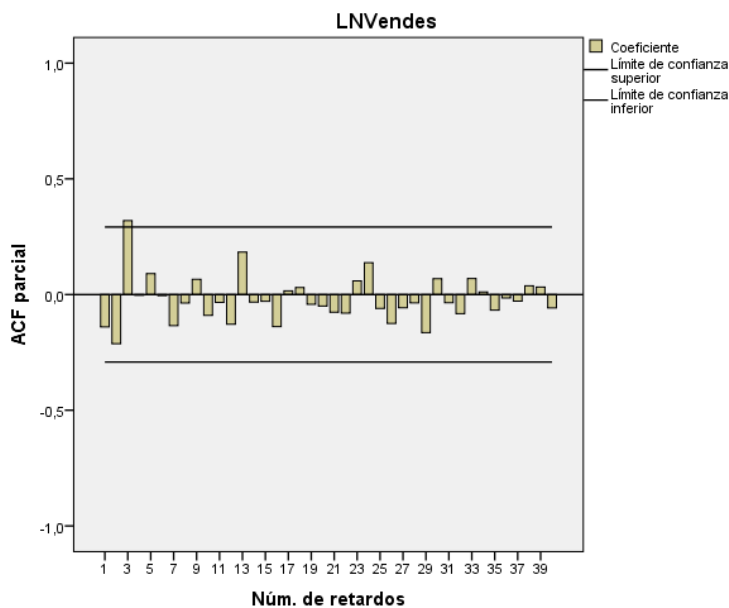
La FAS, ens indica que segueix un patró estacionari. La majoria de coeficients d'autocorrelació no són significatius.

Gràfic de la FAS:



Tanmateix, la FASP presenta un patró de sèrie estacionària. El coeficient d'autocorrelació parcial d'ordre 1 (α_1) no està proper a 1 i la majoria de coeficients no són significatius.

Gràfic de la FASP:



Una vegada feta la transformació logarítmica i diferenciada la sèrie un període per assolir l'estacionarietat en mitjana i variància, observem com en la FASP el tercer coeficient és significatiu. Per tant, podem identificar aquesta sèrie amb un **model ARIMA (3,1,0)**.

2.1.2 ESTIMACIÓ DEL MODEL ARIMA PER LES VENDES

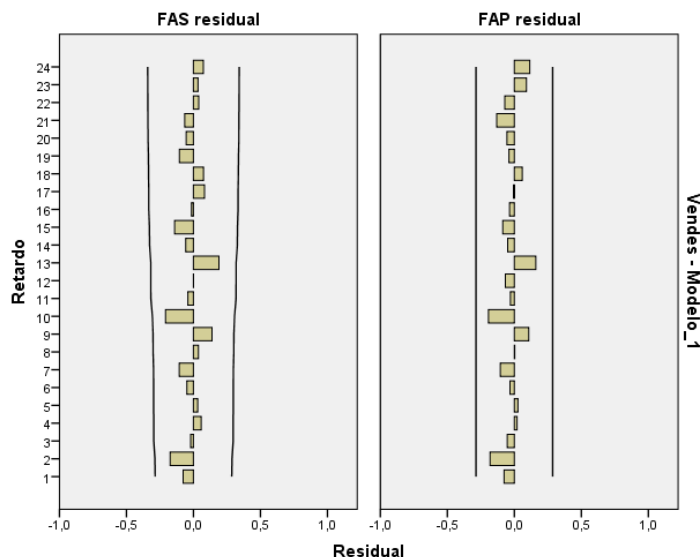
Per estimar el model ARIMA, farem servir el mètode de la màxima versemblança. Els resultats obtinguts són els següents:

Descripció del modelo			
			Tipo de modelo
ID del modelo	Vendes	Modelo_1	ARIMA(3,1,0)

Parámetros del modelo ARIMA

					Estimación	ET	t	Sig.
Vendes-Modelo_1	Vendes	Log natural	AR Retardo 3	Diferencia	,395	,137	2,888	,006
					1			

Gràfics dels residus retardats:



Especificació del model: $Y_t^* = 0,395Y_{t-3}^* + \epsilon_t$ on $Y_t^* = Y_t - Y_{t-1}$

$$Y_{t-3}^* = Y_{t-3} - Y_{t-4}$$

2.1.3 VALIDACIÓ DEL MODEL ARIMA PER LES VENDES

Com es pot veure en els gràfics anteriors, els residus retardats del model es comporten com un soroll blanc i amb un nivell de significació del 5%, el coeficient del model és significatiu ($p\text{-value} = 0,006 < 0,05$). Així doncs, podem afirmar que el model ARIMA (3,1,0) és un model vàlid per realitzar les prediccions de les vendes.

2.1.4 PREDICCIÓ MENSUAL PER LES VENDES (2015)

MES	VENDES PREVISTES (en Kg)	INTERVALS DE CONFIANÇA ⁹	VENDES REALS (en Kg)	ERROR ¹⁰
Gener	50,89	39,17 - 65,09	44,55	6,34
Febrer	48,95	33,64 - 68,98	43,43	5,52
Març	51,78	32,57 - 78,48	40,62	11,16
Abril	52,55	28,72 - 88,85	46,11	6,44
Maig	52,39	25,72 - 88,85		
Juny	54,23	23,76 - 107,51		
Juliol	55,26	21,57 - 118,37		
Agost	55,91	19,64 - 128,13		
Setembre	57,42	18,28 - 139,75		
Octubre	58,62	16,88-151,26		
Novembre	59,67	15,64 - 162,39		
Desembre	61,09	14,63 - 174,60		

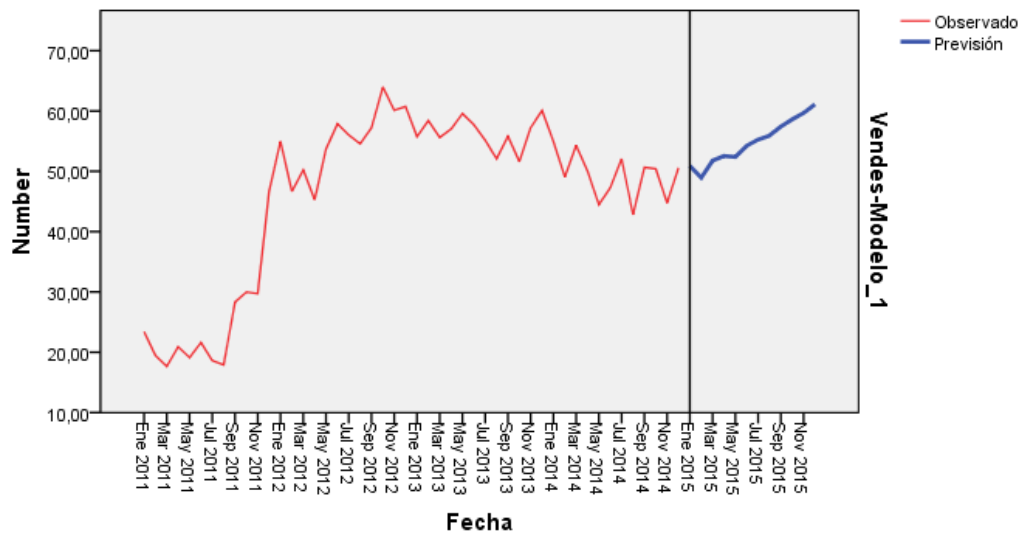
Càlcul de l'error quadràtic mitjà:

$$EQM = ((6,34)^2 + (5,52)^2 + (11,16)^2 + (6,44)^2) / 4 = \mathbf{61,67}$$

⁹ Amb un 95% de confiança

¹⁰ Ingressos previstos menys ingressos reals

Gràfic de les vendes previstes:



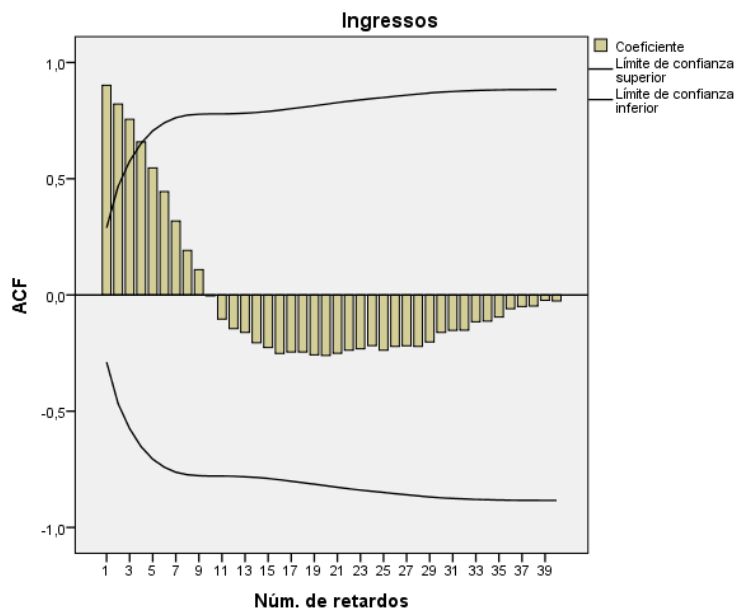
Seguidament, analitzem els ingressos mensuals del Carpaccio de vedella en els últims quatre anys.

2.1.5 IDENTIFICACIÓ DEL MODEL ARIMA PELS INGRESSOS

2.1.5.1 Anàlisi de la correlació

Com en el cas de les vendes, aplicarem el mètode Barlett pels 40 primers retards.

Gràfic de la FAS:



Observem en la FAS, que els 4 primers coeficients d'autocorrelació estan fora dels límits i, per tant, són significatius. Això pot indicar que els ingressos no es comporten com un soroll blanc. Per assegurar-ho, tornem a realitzar el contrast d'hipòtesi de Box i Ljung, sobre el valor de P_k :

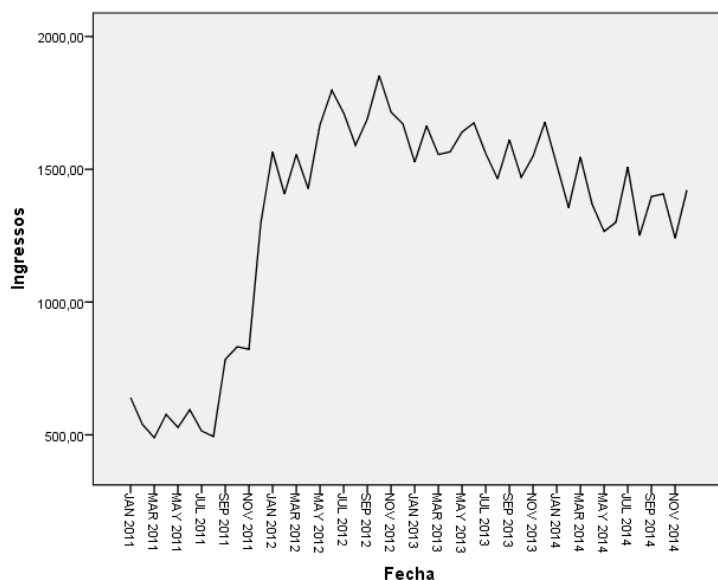
$$\left\{ \begin{array}{l} H_0: P_k = 0 \\ H_1: P_k \neq 0 \end{array} \right.$$

L'estadístic de contrast de Box-Ljung; prenen el primer coeficient d'autocorrelació simple $r_1=0,902$ surt $41,532 > 3,84 \rightarrow$ Rebutgem H_0 . Així doncs, el coeficient d'autocorrelació simple d'ordre 1 és significatiu. Analitzant aquest estadístic i la representació de la FAS, podem afirmar que els ingressos no es comporten com un soroll blanc, és a dir, la variació mensual dels ingressos està relacionada amb valors passats.

2.1.5.2 Anàlisi de l'estacionarietat i estacionalitat

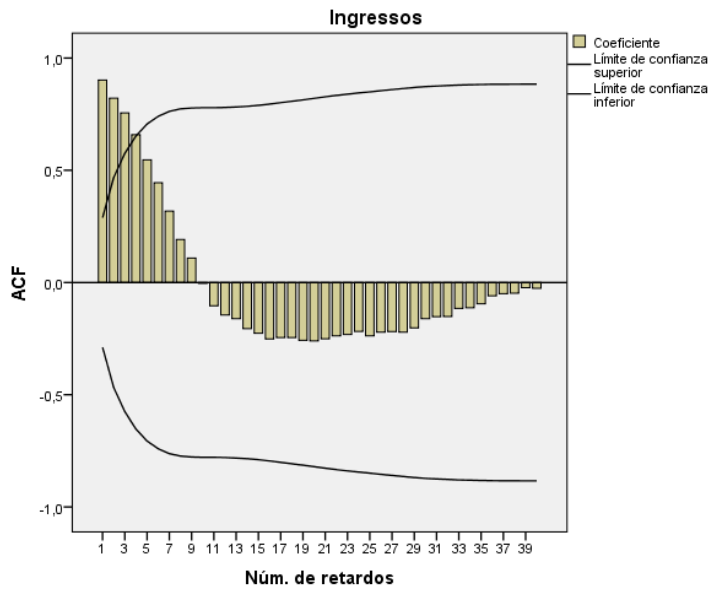
Si observem la representació gràfica dels ingressos, sembla indicar que és no estacionària en mitjana i variància. Hi ha evidència de canvi de la mitjana i variància en el temps.

Gràfic dels ingressos (2011-2014):



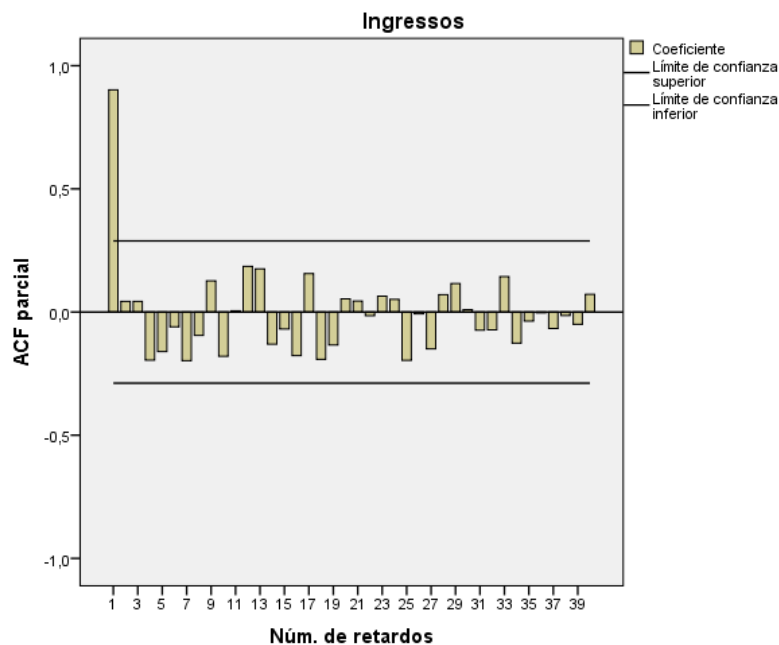
No obstant, la FAS, segueix un patró estacionari. Els coeficients d'autocorrelació decreixen ràpidament cap a 0 i la majoria de coeficients d'autocorrelació no són significatius.

Gràfic de la FAS:



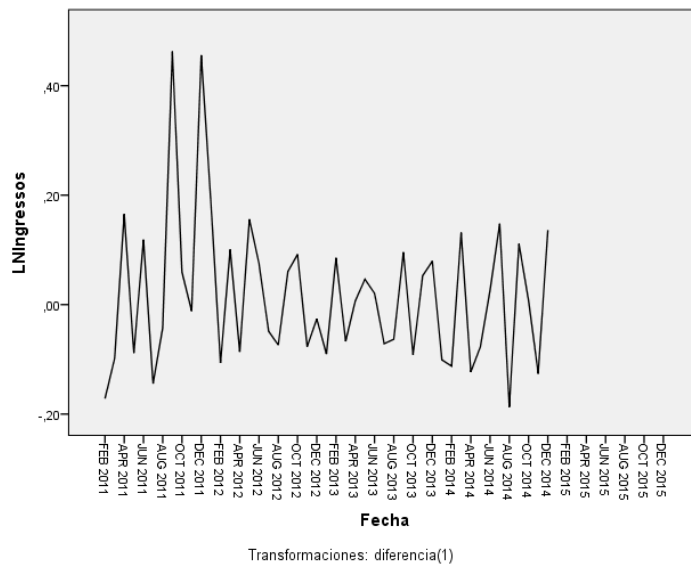
La FASP, presenta un patró de sèrie no estacionària. El coeficient d'autocorrelació parcial d'ordre 1 (α_1) és proper a 1 i la resta de coeficients no són significatius.

Gràfic de la FASP:



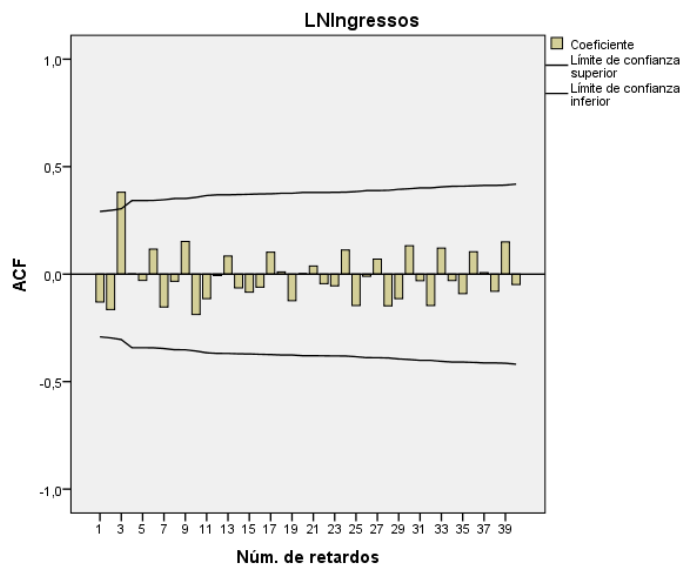
D'altra banda, en els gràfics de la FAS i FASP, el coeficients associats al retard 12 i 24 tenen un valor baix i no són significatius, això pot indicar no estacionalitat dels ingressos. Com en el cas de les vendes, la sèrie temporal és no estacionària en mitjana i variància. Així doncs, primer farem la transformació logarítmica $Y_t = \ln(Y_t)$ i després la diferenciació $Y_t^* = Y_t - Y_{t-1}$. Realitzant aquestes transformacions, la representació gràfica dels ingressos en logaritmes i diferenciats un període, sembla indicar que és estacionària en mitjana i variància, ja que no hi ha evidència de canvi de la mitjana i variància en el temps.

Gràfic dels ingressos en logaritmes diferenciades un període (2011-2014):

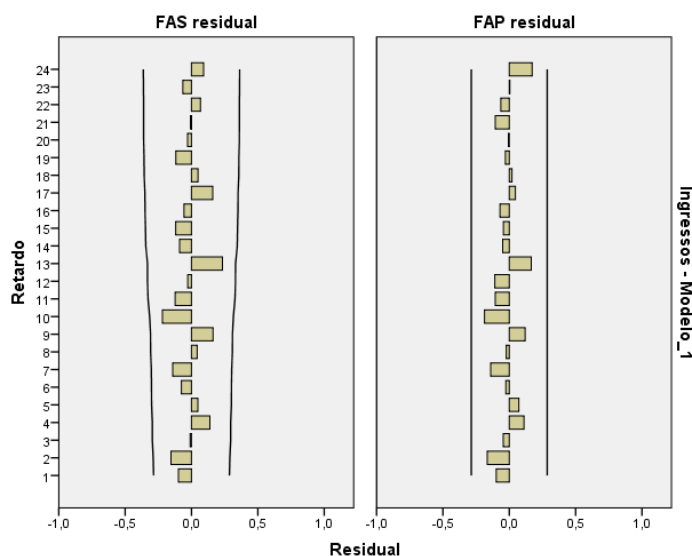


La FAS, ens indica que segueix un patró estacionari. La majoria de coeficients d'autocorrelació no són significatius.

Gràfic de la FAS:



Gràfic dels residus retardats:



Especificació del model: $Y_t^* = 0,414Y_{t-3}^* + \varepsilon_t$ on $Y_t^* = Y_t - Y_{t-1}$

$$Y_{t-3}^* = Y_{t-3} - Y_{t-4}$$

2.1.7 VALIDACIÓ DEL MODEL ARIMA PELS INGRESSOS

En els gràfics anteriors observem que els residus retardats del model es comporten com un soroll blanc. A més, amb un nivell de significació del 5%, el coeficient del model és significatiu ($p\text{-value} = 0,004 < 0,05$). Així doncs, el model ARIMA (3,1,0) és un model vàlid per realitzar les prediccions dels ingressos.

2.1.8 PREDICCIÓ MENSUAL PELS INGRESSOS (2015)

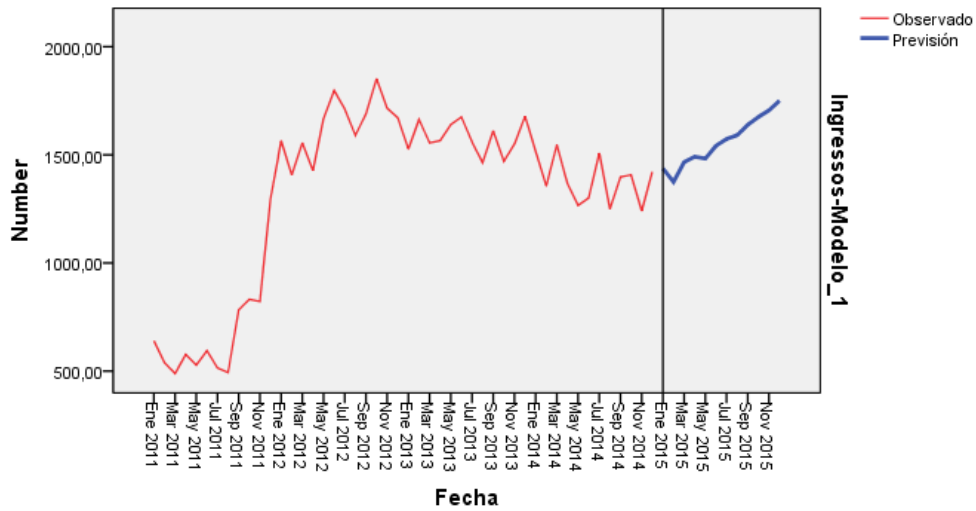
MES	INGRESSOS PREVISTOS (en €)	INTERVALS DE CONFIANÇA	INGRESSOS REALS (en €)	ERROR
Gener	1437,17	1558,55 - 2263,76	1266,01	171,16
Febrer	1374,8	1486,41 - 2323,25	1172,53	202,27
Març	1466,15	1408,46 - 2405,77	1153,06	313,03
Abril	1491,33	1346,38 - 2466,2	1250,12	241,21
Maig	1482,67	1288,98 - 2524,19		
Juny	1541,95	1236,97 - 2575,99		
Juliol	1573,73	1188,56 - 2624,47		
Agost	1591,03	1143,27 - 2669,74		
Setembre	1638,81	1100,5 - 2712,52		
Octubre	1675,16	1059,89 - 2753,12		

Novembre	1705,61	1021,15 - 2791,87		
Desembre	1750,08	984,03 - 2828,99		

Càlcul de l'error quadràtic mitjà:

$$EQM = ((171,16)^2 + (202,27)^2 + (313,03)^2 + (241,21)^2) / 4 = \mathbf{56594,74}$$

Gràfic dels ingressos previstos:



2.2 ESCALOPA DE VEDELLA

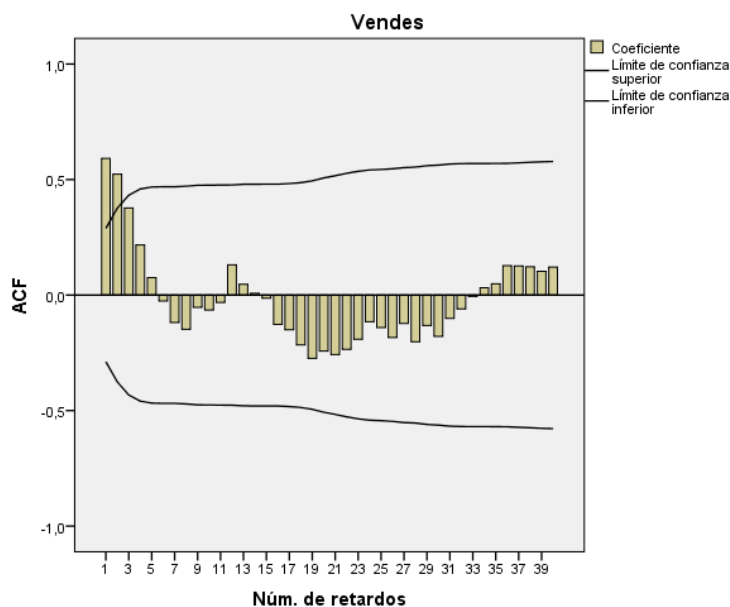
A continuació, analitzarem les vendes mensuals de la Escalopa de vedella en els últims quatre anys.

2.2.1 IDENTIFICACIÓ DEL MODEL ARIMA PER LES VENDES

2.2.1.1 Anàlisi de la correlació

Com ja hem vist, per estudiar si les vendes es comporten com un soroll blanc, farem servir el mètode Barlett pels 40 primers retards.

Gràfic de la FAS:



Els dos primers coeficients d'autocorrelació estan fora dels límits i, per tant, són significatius. Això pot indicar que les vendes no es comporten com un soroll blanc. Per assegurar-ho, tornem a fer el contrast d'hipòtesi de Box i Ljung, sobre el valor de P_k .

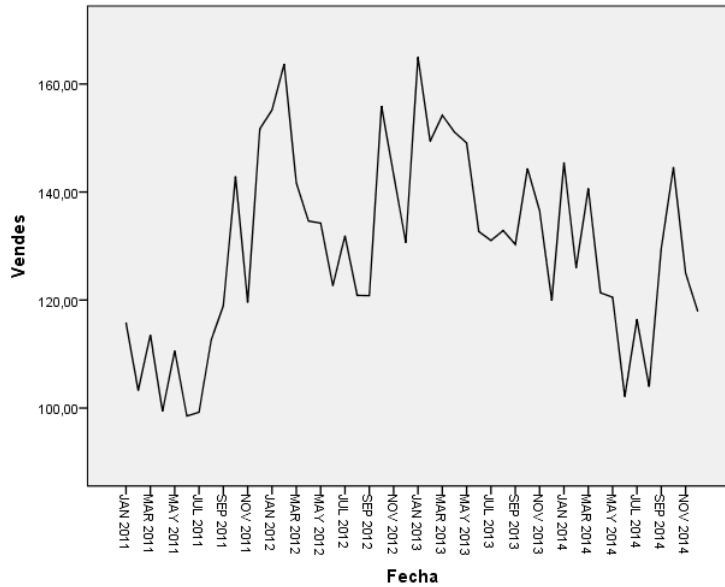
$$\left\{ \begin{array}{l} H_0: P_k = 0 \\ H_1: P_k \neq 0 \end{array} \right.$$

L'estadístic de contrast de Box-Ljung, prenen $r_1=0,592$, obtenim $17,875 > 3,84 \rightarrow$ Rebutgem H_0 . El coeficient d'autocorrelació simple d'ordre 1 és significatiu. Analitzant aquest estadístic i la representació de la FAS, podem concloure que les vendes de la Escalopa de vedella no es comporten com un soroll blanc, la variació mensual de les vendes està relacionada amb el que ha passat en mesos anteriors.

2.2.1.2 Anàlisi de l'estacionarietat i estacionalitat

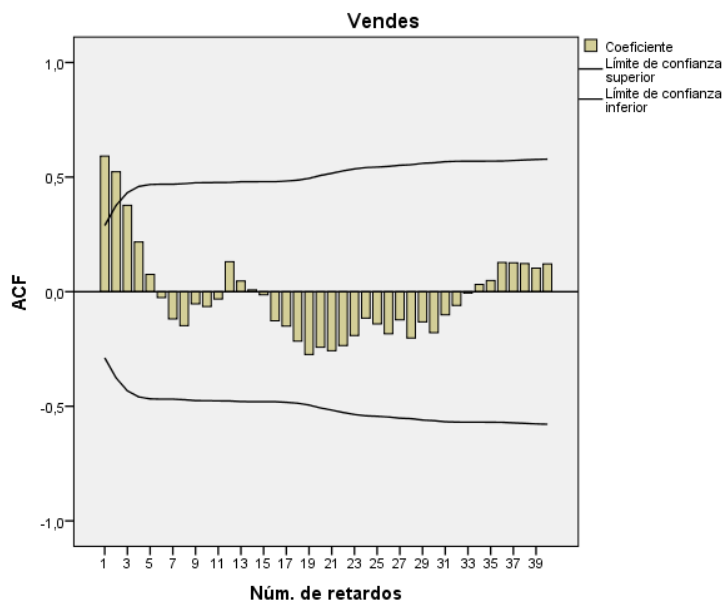
La representació gràfica de les vendes sembla indicar que és no estacionària en mitjana i variància, hi ha evidència de canvi de la mitjana i variància en el temps.

Gràfic de les vendes (2011-2014):



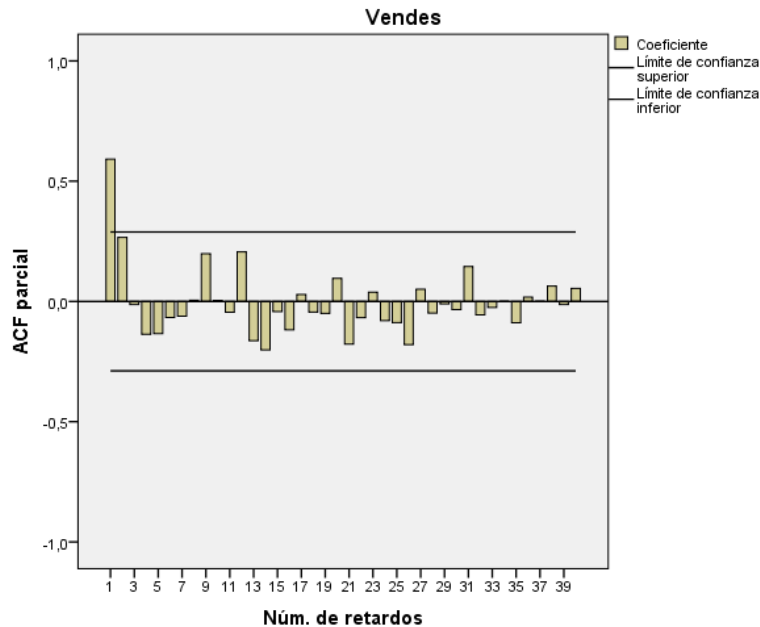
En canvi, la FAS segueix un patró estacionari. Els coeficients d'autocorrelació decreixen ràpidament cap a 0 i la majoria de coeficients d'autocorrelació no són significatius.

Gràfic de la FAS:



Tanmateix, la FASP presenta un patró de sèrie estacionària. El coeficient d'autocorrelació parcial d'ordre (α_1) no és proper a 1 i la resta de coeficients no són significatius.

Gràfic de la FASP:



Observant els gràfics dels coeficients d'autocorrelació, podem concloure que les vendes són estacionàries en mitjana. Per tant, no cal fer cap diferenciació de la sèrie temporal per assolir la estacionarietat en mitjana. No obstant, hi ha evidència que és no estacionària en variància. Tot i prenen logaritmes $Y_t = \ln(Y_t)$, per eliminar la no estacionarietat en variància, no observem cap variació dels gràfics. En aquest cas, la transformació logarítmica no resulta útil. A part, en els gràfics de la FAS i FASP, el coeficients associats als retards 12 i 24 tenen un valor baix i no són significatius, això pot indicar no estacionalitat de les vendes.

Tenint en compte la FASP, el primer coeficient és significatiu. Per tant, podem identificar aquesta sèrie amb un **model ARIMA (1,0,0)**.

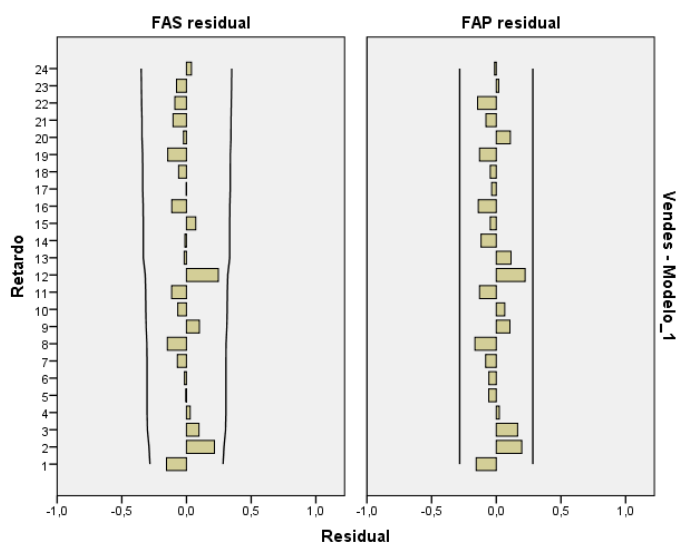
2.2.2 ESTIMACIÓ DEL MODEL ARIMA PER LES VENDES

Estimant el model per el mètode de la màxima versemblança, els resultats són els següents:

Descripción del modelo			
			Tipo de modelo
ID del modelo	Vendes	Modelo_1	ARIMA(1,0,0)

Parámetros del modelo ARIMA				Estimación	ET	t	Sig.
Vendes-Modelo_1	Vendes	Sin transformación	Constante	129,081	4,915	26,263	,000
			AR Retardo 1	,594	,118	5,024	,000

Gràfic dels residus retardats:



Especificació del model: $Y_t = 129,081 + 0,594Y_{t-1} + \epsilon_t$

2.2.3 VALIDACIÓ DEL MODEL ARIMA PER LES VENDES

Els residus retardats del model es comporten com un soroll blanc i amb un nivell de significació del 5%, el terme independent i el coeficient del model són significatius (p-values = 0,000 < 0,05). Així doncs, el model ARIMA (1,0,0) és un model vàlid per realitzar les prediccions de les vendes.

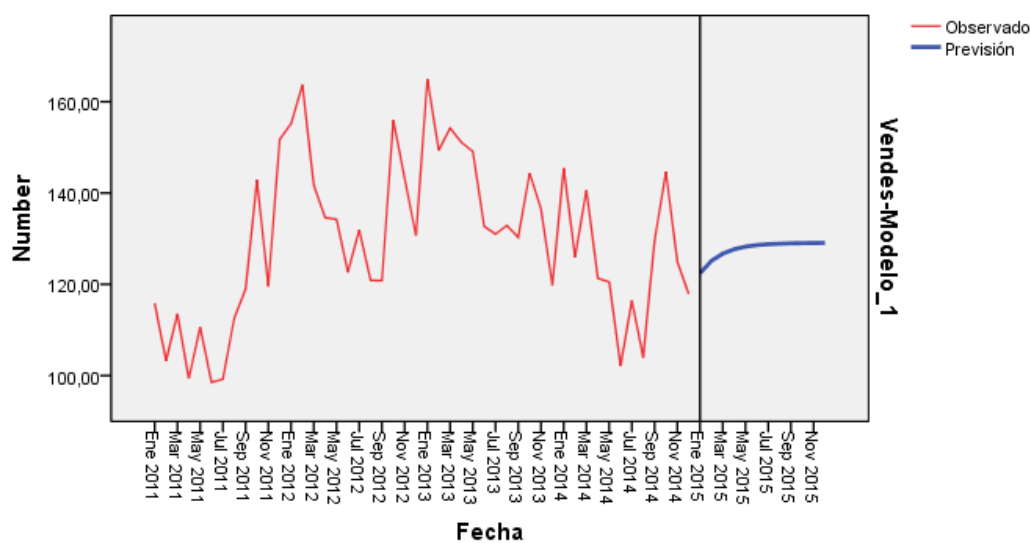
2.2.4 PREDICCIÓ MENSUAL PER LES VENDES (2015)

MES	VENDES PREVISTES (en Kg)	INTERVALS DE CONFIANÇA	VENDES REALS (en Kg)	ERROR
Gener	122,44	93,77 - 151,11	122,63	-0,19
Febrer	125,14	91,79 - 158,48	117,05	8,09
Març	126,74	91,90 - 161,58	111,76	14,98
Abril	127,69	92,34 - 163,04	116,54	11,15
Maig	128,26	92,72 - 163,79		
Juny	128,59	93,00 - 164,19		
Juliol	128,79	93,17 - 164,41		
Agost	128,91	93,28 - 164,53		
Setembre	128,98	93,35 - 164,61		
Octubre	129,02	93,39 - 164,65		
Novembre	129,04	93,42 - 164,67		
Desembre	129,06	93,43 - 164,69		

Càlcul de l'error quadràtic mitjà:

$$EQM = ((-0,19)^2 + (8,09)^2 + (14,98)^2 + (11,15)^2) / 4 = 103,55$$

Gràfic de les vendes previstes:



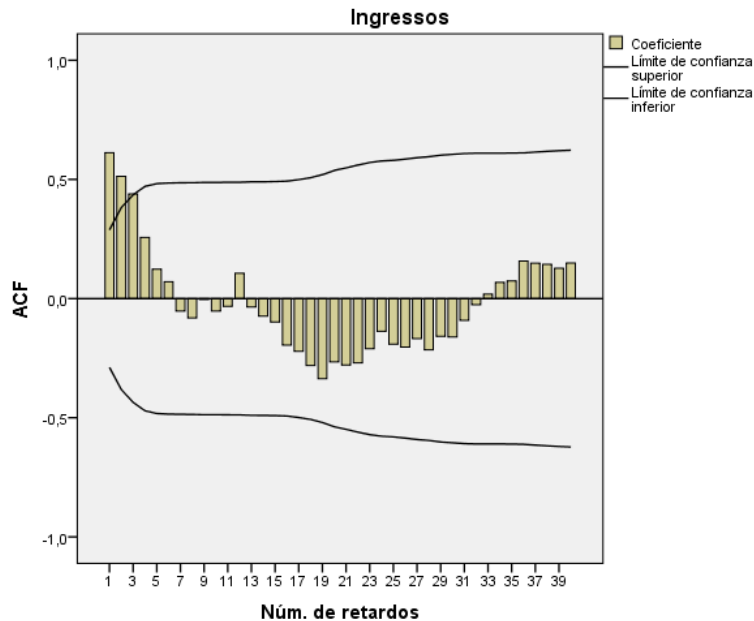
Tot seguit, analitzem el ingressos mensuals de la Escalopa de vedella en els últims quatre anys.

2.2.5 IDENTIFICACIÓ DEL MODEL ARIMA PELS INGRESSOS

2.2.5.1 Anàlisi de la correlació

Com en e cas de les vendes, farem servir el mètode Barlett pels 40 primers retards.

Gràfic de la FAS:



Com es pot observar en la FAS, els 3 primers coeficients d'autocorrelació estan fora dels límits i, per tant, són significatius. Això pot indicar que els ingressos no es comporten com un soroll blanc. Per assegurar-ho, realitzarem el contrast d'hipòtesi de Box i Ljung, sobre el valor de P_k :

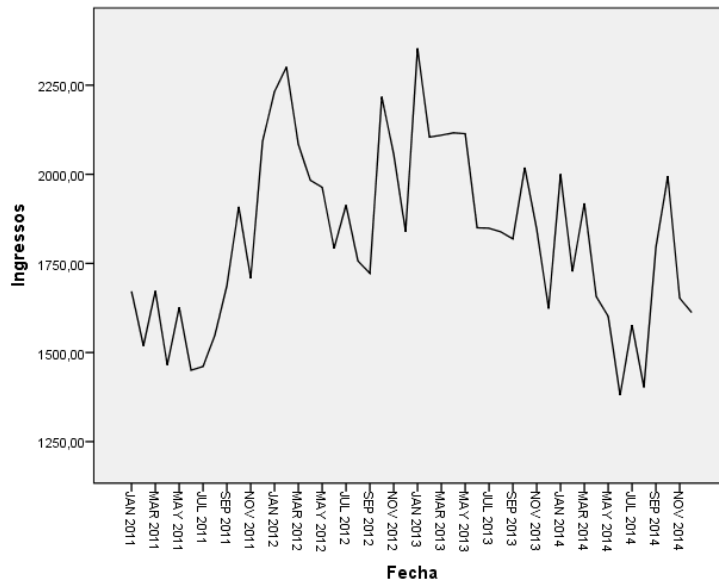
$$\left\{ \begin{array}{l} H_0: P_k = 0 \\ H_1: P_k \neq 0 \end{array} \right.$$

L'estadístic de contrast de Box-Ljung, prenen $r_1=0,612$, surt $19,116 > 3,84 \rightarrow$ Rebutgem H_0 . Per tant, el coeficient d'autocorrelació simple d'ordre 1 és significatiu. Analitzant aquest estadístic i la representació de la FAS, podem concloure que els ingressos de la Escalopa de vedella no es comporten com un soroll blanc, és a dir, la variació mensual dels ingressos estan relacionats amb mesos anteriors.

2.2.5.2 Anàlisi de l'estacionarietat i estacionalitat

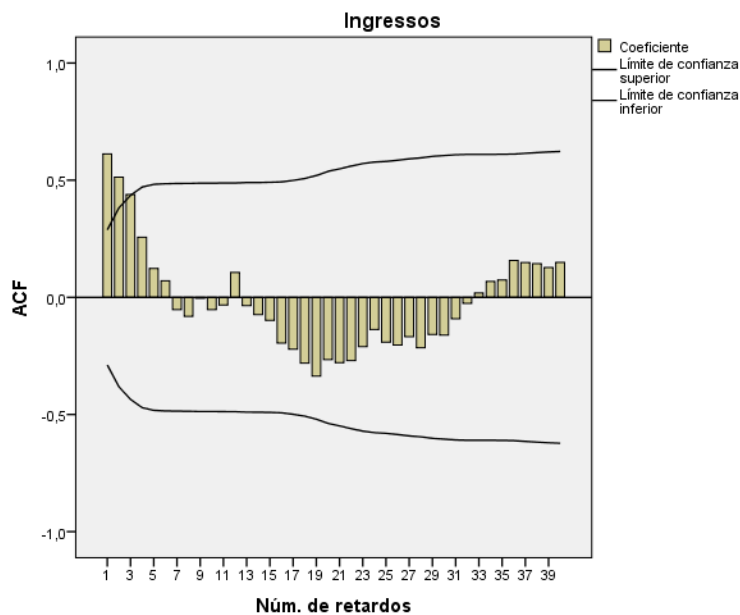
La representació gràfica dels ingressos sembla indicar que és no estacionària en mitjana i variància, hi ha evidència de canvi de la mitjana i variància en el temps.

Gràfic dels ingressos (2011-2014):



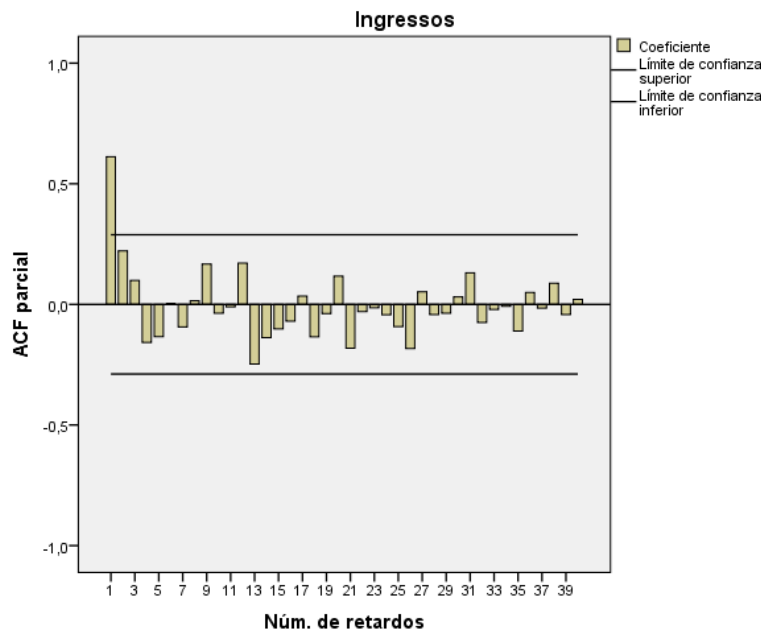
En canvi, la FAS, segueix un patró estacionari. Els coeficients d'autocorrelació decreixen ràpidament cap a 0 i la majoria de coeficients d'autocorrelació no són significatius.

Gràfic de la FAS:



Tanmateix, la FASP presenta un patró de sèrie estacionària. El coeficient d'autocorrelació parcial d'ordre 1 (α_1) no està proper a 1 i la resta de coeficients no són significatius.

Gràfic de la FASP:



Com en el cas de les vendes, podem concloure que els ingressos són estacionaris en mitjana però no en variància. A més, prenen logaritmes $Y_t = \ln(Y_t)$, per eliminar la no estacionarietat en variància, no observem cap variació dels gràfics. La transformació logarítmica no resulta d'utilitat. A part, en els gràfics de la FAS i FASP, el coeficient associat als retards 12 i 24 té un valor baix i no és significatiu, això pot indicar no estacionalitat dels ingressos.

Tenint en compte el gràfic de la FASP, el primer coeficient és significatiu. Per tant, podem identificar aquesta sèrie amb un **model ARIMA (1,0,0)**.

2.2.6 ESTIMACIÓ DEL MODEL ARIMA PELS INGRESSOS

Estimant el model per el mètode de la màxima versemblança, els resultats són els següents:

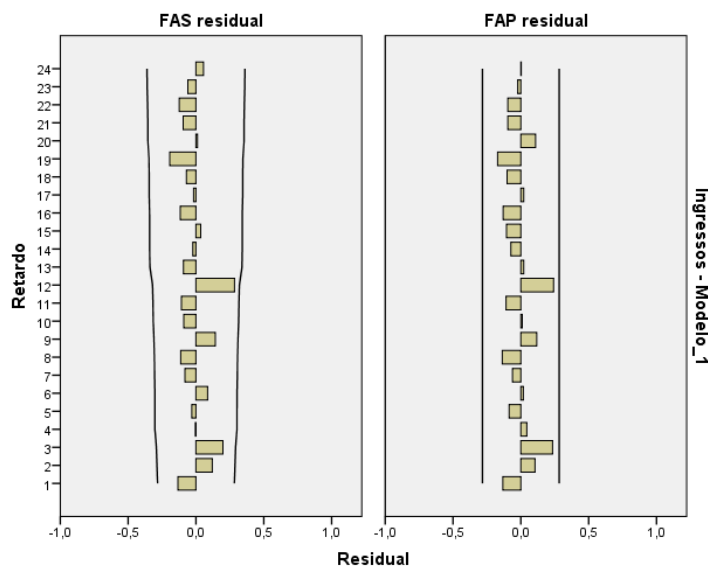
Descripción del modelo

			Tipo de modelo
ID del modelo	Ingressos	Modelo_1	ARIMA(1,0,0)

Parámetros del modelo ARIMA

				Estimación	ET	t	Sig.
Constante				1814,304	71,072	25,528	,000
Ingressos-Modelo_1	Ingressos	Sin transformación					
	AR	Retardo 1	,615	,116	5,284	,000	

Gràfics dels residus retardats:



Especificació del model: $Y_t = 1814,304 + 0,615Y_{t-1} + \epsilon_t$

2.2.7 VALIDACIÓ DEL MODEL ARIMA PELS INGRESSOS

Els residus retardats del model es comporten com un soroll blanc i amb un nivell de significació del 5%, el terme independent i el coeficient del model són significatius (p-values = 0,000 < 0,05). Així doncs, podem afirmar que el model ARIMA (1,0,0) és un model vàlid per realitzar les prediccions dels ingressos.

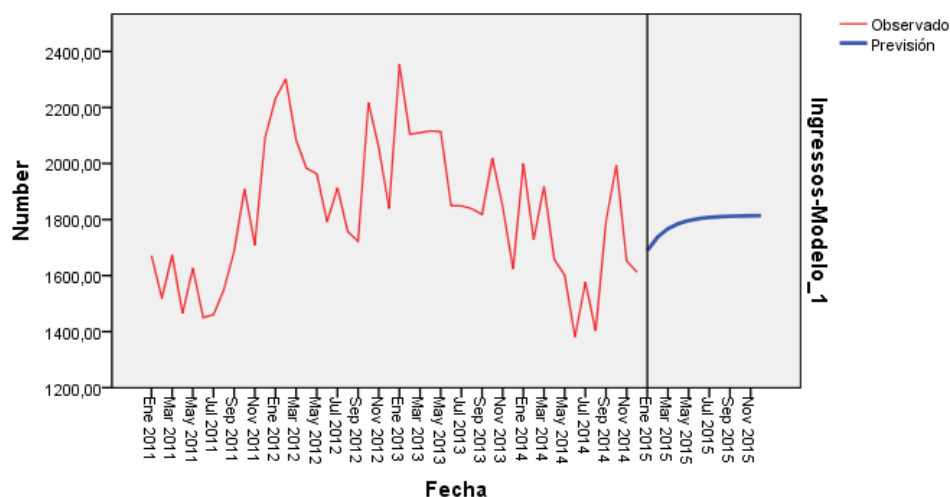
2.2.8 PREDICCIÓ MENSUAL PELS INGRESSOS (2015)

MES	INGRESSOS PREVISTOS (en €)	INTERVALS DE CONFIANÇA	INGRESSOS REALS (en €)	ERROR
Gener	1690,21	1296,07 - 2084,35	1695,13	-4,92
Febrer	1738,04	1275,42 - 2200,66	1600,27	137,77
Març	1767,43	1281,46 - 2253,41	1520,93	246,5
Abril	1785,5	1290,98 - 2280,02	1589,64	195,86
Maig	1796,6	1298,90 - 2294,30		
Juny	1803,43	1304,53 - 2302,32		
Juliol	1807,62	1308,27 - 2306,97		
Agost	1810,2	1310,67 - 2309,72		
Setembre	1811,78	1312,19 - 2311,37		
Octubre	1812,75	1313,14 - 2312,36		
Novembre	1813,35	1313,73 - 2312,97		
Desembre	1813,72	1314,10 - 2313,34		

Càlcul de l'error quadràtic mitjà:

$$EQM = ((-4,92)^2 + (137,77)^2 + (246,50)^2 + (195,86)^2) / 4 = \mathbf{29532,04}$$

Gràfic dels ingressos previstos:



2.3 LLOM TALLAT DE PORC

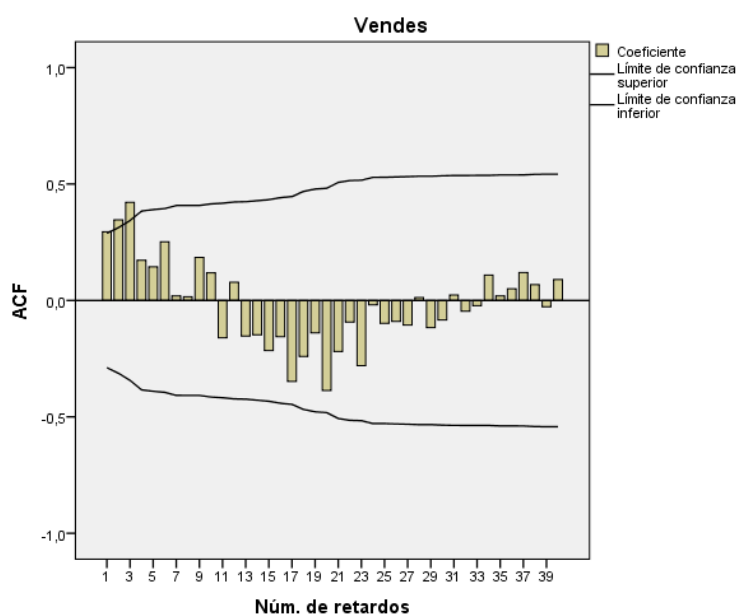
Seguidament, analitzem les vendes mensuals del Llom tallat de porc en els últims quatre anys.

2.3.1 IDENTIFICACIÓ DEL MODEL ARIMA PER LES VENDES

2.3.1.1 Anàlisi de la correlació

Per estudiar si les vendes es comporten com un soroll blanc, tornem a fer servir el mètode Barlett pels 40 primers retards.

Gràfic de la FAS:



Observem que els tres primers coeficients d'autocorrelació estan fora dels límits i, per tant, són significatius. Això pot indicar que les vendes no es comporten com un soroll blanc. Per assegurar-ho, tornem a realitzar el contrast d'hipòtesi de Box i Ljung, sobre el valor de P_k :

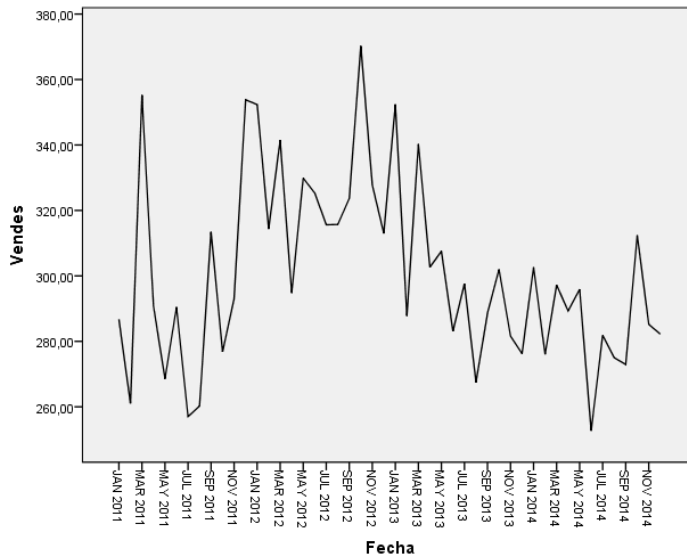
$$\left\{ \begin{array}{l} H_0: P_k = 0 \\ H_1: P_k \neq 0 \end{array} \right.$$

L'estadístic de contrast de Box-Ljung, prenen $r_1=0,295$, obtenim $4,436 > 3,84 \rightarrow$ Rebutgem H_0 . Per tant, el coeficient d'autocorrelació simple d'ordre 1 és significatiu. Analitzant aquest estadístic i la representació de la FAS, podem concloure que les vendes del Llom tallat de porc no es comporten com un soroll blanc, la variació mensual de les vendes està relacionada amb el que ha passat en mesos anteriors.

2.3.1.2 Anàlisi de l'estacionarietat i estacionalitat

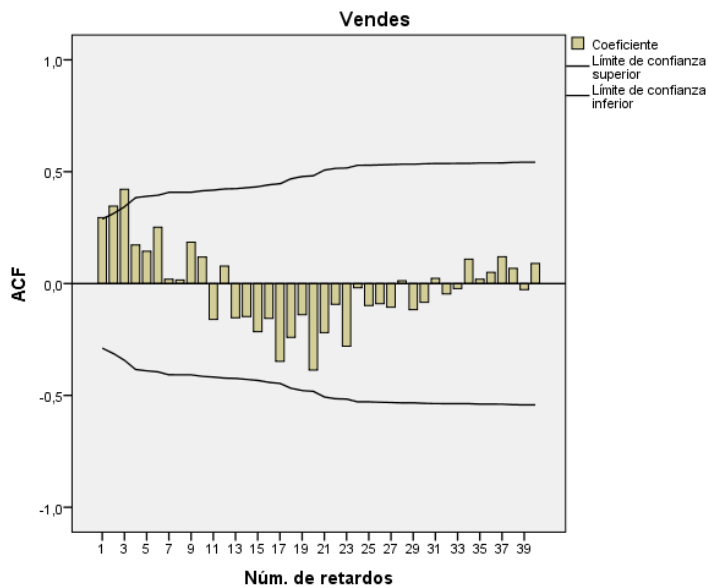
La representació gràfica de les vendes, sembla indicar que és no estacionària en mitjana i variància, hi ha evidència de canvi de la mitjana i variància en el temps.

Gràfic de les vendes (2011-2014):



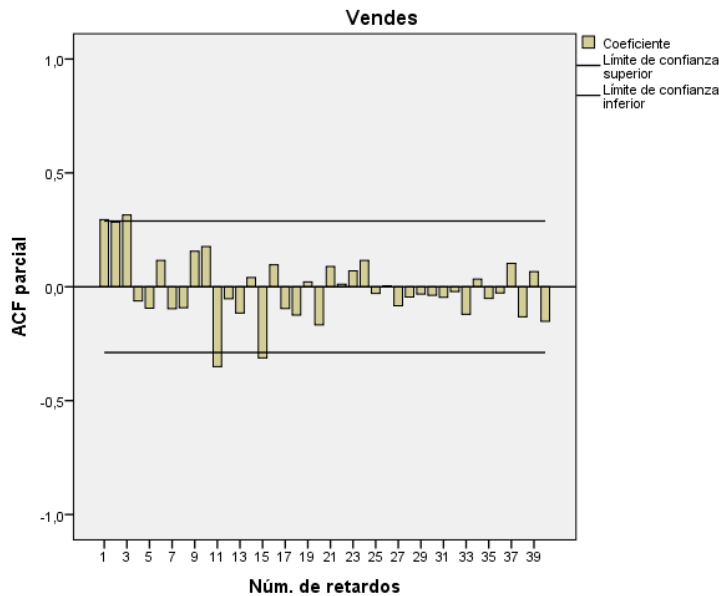
En canvi, la FAS segueix un patró estacionari. Els coeficients d'autocorrelació decreixen cap a 0 i la majoria de coeficients d'autocorrelació no són significatius.

Gràfic de la FAS:



Tanmateix, la FASP presenta un patró de sèrie estacionària. El coeficient d'autocorrelació parcial d'ordre (α_1) no és proper a 1 i la resta de coeficients no són significatius.

Gràfic de la FASP:



Així doncs, observant els gràfics dels coeficients d'autocorrelació, podem concloure que les vendes són estacionàries en mitjana però no en variància. Com en els casos anteriors, prenen logaritmes $Y_t = \ln(Y_t)$, no observem cap variació dels gràfics. A part, en els gràfics de la FAS i FASP, els coeficients associats als retards 12 i 24 tenen un valor baix i no són significatius, això pot indicar no estacionalitat de les vendes.

Si observem el gràfic de la FASP, els tres primers coeficients són significatius. Per tant, podem identificar aquesta sèrie amb un **model ARIMA (3,0,0)**. Ara bé, el modalitzador expert del programa estadístic, identifica les vendes amb un **model ARIMA (0,1,1)**. Per tal d'escollir el millor model, realitzarem les estimacions per cada model i tindrem en compte l'estadístic d'ajustament, BIC normalitzat.

2.3.2 ESTIMACIÓ DELS MODELS ARIMA PER LES VENDES

Els resultats obtinguts per el mètode de la màxima versemblança en els dos models, són els següents:

Model 1: ARIMA (3,0,0)

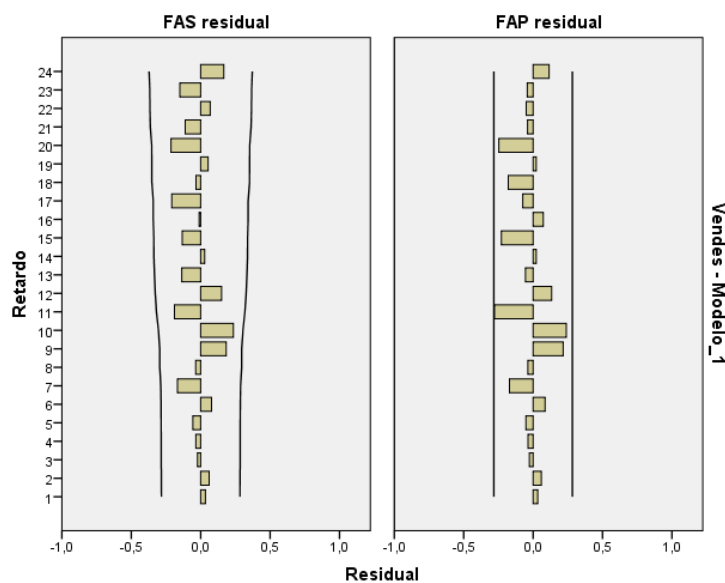
Descripción del modelo

			Tipo de modelo
ID del modelo	Vendes	Modelo_1	ARIMA(3,0,0)

Parámetros del modelo ARIMA

				Estimación	ET	t	Sig.
Constante				299,420	9,597	31,199	,000
Vendes-Modelo_1	Vendes	Sin transformación	Retardo 1	,104	,142	,730	,469
			AR Retardo 2	,204	,139	1,467	,149
			Retardo 3	,339	,143	2,378	,022

Gràfic dels residus retardats:



Especificació del model: $Y_t = 299,420 + 0,339Y_{t-3} + \epsilon_t$

Model 2: ARIMA (0,1,1)

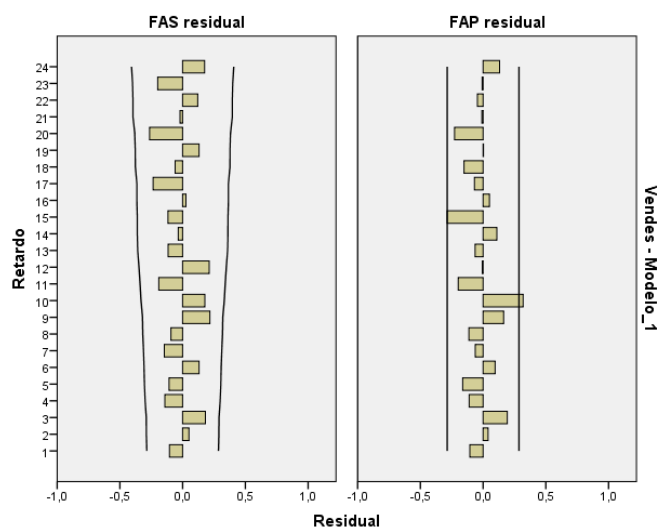
Descripción del modelo

			Tipo de modelo
ID del modelo	Vendes	Modelo_1	ARIMA(0,1,1)

Parámetros del modelo ARIMA

				Estimación	ET	t	Sig.
Vendes-Modelo_1	Vendes	Sin transformación	Diferencia	1			
			MA Retardo 1	,715	,107	6,665	,000

Gràfic dels residus retardats:



Especificació del model: $Y_t^* = \epsilon_t - 0,715 \epsilon_{t-1}$ on $Y_t^* = Y_t - Y_{t-1}$

$$\epsilon_{t-1}^* = \epsilon_{t-1} - \epsilon_{t-2}$$

2.3.3 VALIDACIÓ DELS MODELS ARIMA PER LES VENDES

Pel que fa el model ARIMA (3,0,0), els residus retardats es comporten com un soroll blanc i amb un nivell de significació del 5%, el terme independent (p-value 0,000) el coeficient del model (p-value 0,022) són significatius (p-values < 0,05). L'estadístic d'ajustament, BIC normalitzat, surt 6,825. Tanmateix, per el model ARIMA (0,1,1), els residus retardats del es comporten com un soroll blanc i amb un nivell de significació del 5%, el coeficient del model és significatiu (p-value = 0,000 < 0,05). El BIC normalitzat és 6,679. En definitiva, els dos models són vàlids.

2.3.4 PREDICCIÓ MENSUAL PER LES VENDES (2015)

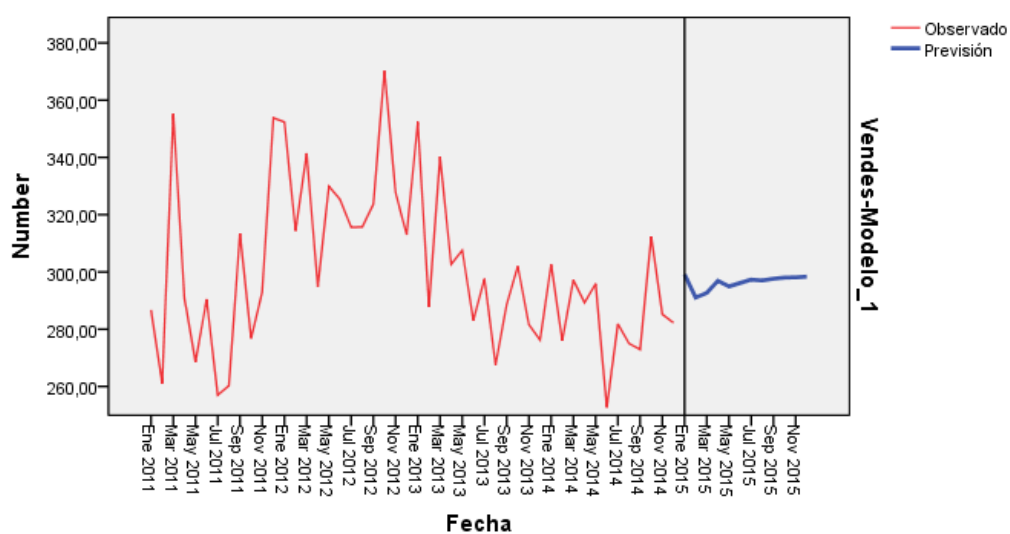
Model 1: ARIMA (3,0,0)

MES	VENDES PREVISTES (en Kg)	INTERVALS DE CONFIANÇA	VENDES REALS (en Kg)	ERROR
Gener	299,14	247,79 – 350,49	345,87	-46,73
Febrer	291,06	239,43 – 342,69	299,67	-8,61
Març	292,66	239,87 – 345,46	297,87	-5,21
Abril	296,92	240,58 – 353,25	272,14	25,78
Maig	294,94	238,28 – 351,61		
Juny	296,15	238,87 – 353,44		
Juliol	297,32	239,36 – 355,27		
Agost	297,02	238,87 – 355,16		
Setembre	297,63	239,26 – 356,00		
Octubre	298,03	239,49 – 356,57		
Novembre	298,10	239,47 – 356,72		
Desembre	298,39	239,70 – 357,09		

Càlcul de l'error quadràtic mitjà:

$$EQM = ((-46,73)^2 + (-8,61)^2 + (-5,21)^2 + (25,78)^2) / 4 = 737,39$$

Gràfic de les vendes previstes:



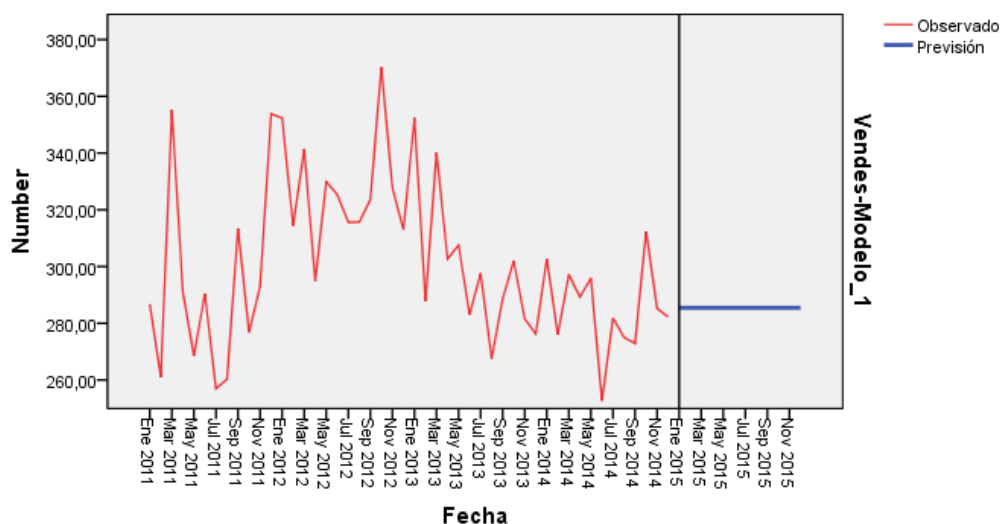
Model 2: ARIMA (0,1,1)

MES	VENDES PREVISTES (en Kg)	INTERVALS DE CONFIANÇA	VENDES REALS (en Kg)	ERROR
Gener	285,03	232,00 - 338,92	345,87	-60,84
Febrer	284,91	229,88 - 341,05	299,67	-14,76
Març	284,78	227,83 - 343,10	297,87	-13,09
Abril	284,66	225,85 - 345,07	272,14	12,52
Maig	284,54	223,94 - 346,99		
Juny	284,41	222,08 - 348,84		
Juliol	284,29	220,08 - 350,64		
Agost	284,17	218,53 - 352,40		
Setembre	284,05	216,82 - 354,11		
Octubre	283,92	215,15 - 355,77		
Novembre	283,8	213,52 - 357,40		
Desembre	283,68	211,93 - 359,00		

Càlcul de l'error quadràtic mitjà:

$$EQM = ((-60,84)^2 + (-14,76)^2 + (-13,09)^2 + (12,52)^2) / 4 = 1061,86$$

Gràfic de les vendes previstes:



Tot i que el model ARIMA (0,1,1) presenta un BIC normalitzat més baix (6,679), a l'hora de realitzar les prediccions comet un error més elevat que el model ARIMA (3,0,0). En conseqüència, escollim el **model ARIMA (3,0,0)**.

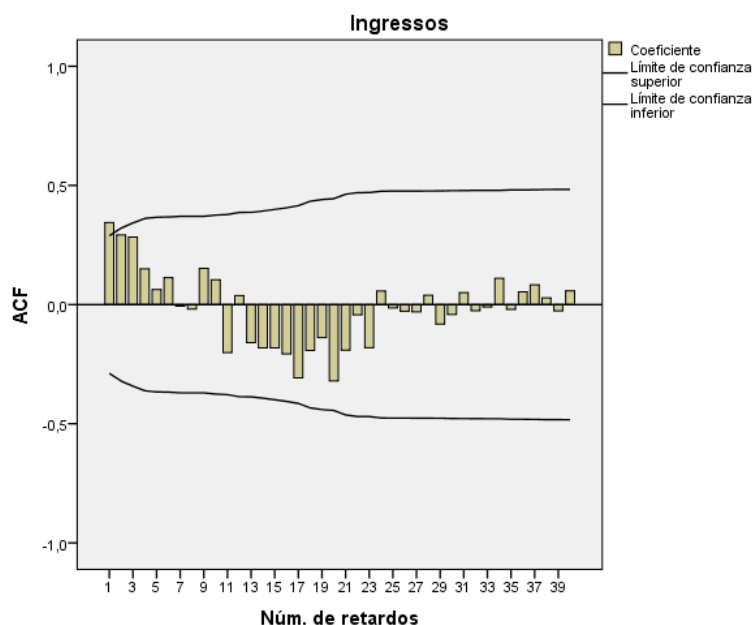
Seguidament, analitzem el ingressos mensuals del Llom tallat de porc en els últims quatre anys.

2.3.5 IDENTIFICACIÓ DEL MODEL ARIMA PELS INGRESSOS

2.3.5.1 Anàlisi de la correlació

Tornem a aplicar el mètode Barlett, pels 40 primers retards.

Gràfic de la FAS:



En la FAS, el primer coeficient d'autocorrelació està fora dels límits i, per tant, és significatiu. Això pot indicar que els ingressos no es comporten com un soroll blanc. Per assegurar-ho, realitzarem el contrast d'hipòtesi de Box i Ljung, sobre el valor de P_K :

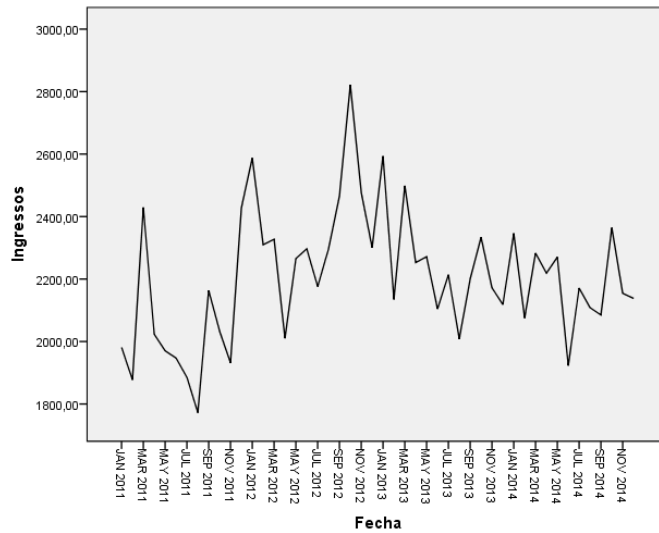
$$\left\{ \begin{array}{l} H_0: P_K = 0 \\ H_1: P_K \neq 0 \end{array} \right.$$

L'estadístic de contrast de Box-Ljung, prenen $r_1=0,344$, surt $19,116 > 3,84 \rightarrow$ Rebutgem H_0 . Per tant, el coeficient d'autocorrelació simple d'ordre 1 és significatiu. Analitzant aquest estadístic i la representació de la FAS, podem concloure que els ingressos del Llom tallat de porc no es comporten com un soroll blanc, és a dir, la variació mensual dels ingressos estan relacionats amb mesos anteriors.

2.3.5.2 Anàlisi de l'estacionarietat i estacionalitat

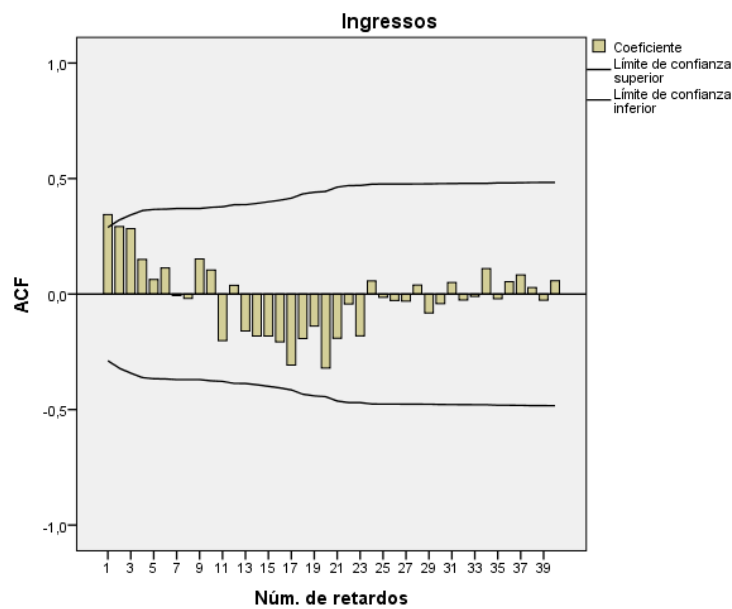
La representació gràfica de la sèrie temporal sembla indicar que és no estacionària en mitjana i variància, hi ha evidència de canvi de la mitjana i variància en el temps.

Gràfic dels ingressos (2011-2014):



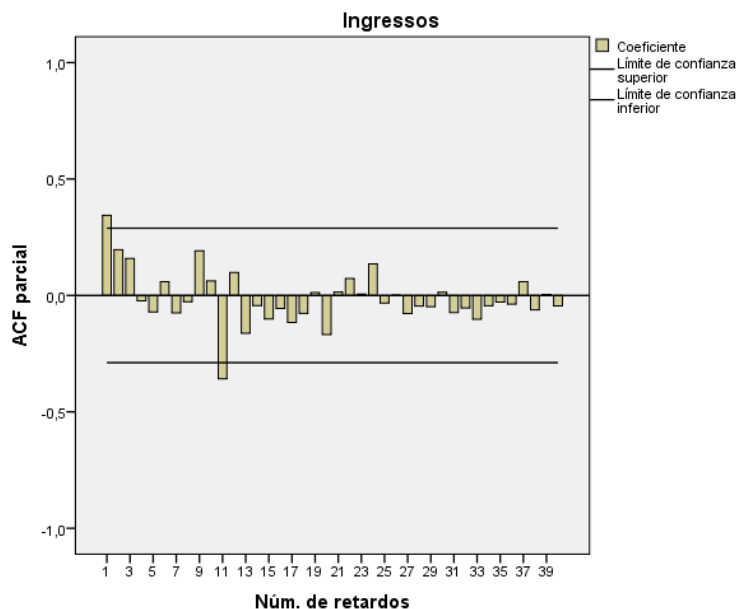
En canvi, la FAS, segueix un patró estacionari. Els coeficients d'autocorrelació decreixen cap a 0 i la majoria de coeficients d'autocorrelació no són significatius.

Gràfic de la FAS:



Tanmateix, la FASP presenta un patró de sèrie estacionària. El coeficient d'autocorrelació parcial d'ordre 1 (α_1) no està proper a 1 i la resta de coeficients no són significatius.

Gràfic de la FASP:



Observant els gràfics dels coeficients d'autocorrelació, podem concloure que els ingressos són estacionaris en mitjana però no en variància. No obstant, prenen logaritmes $Y_t = \ln(Y_t)$, no observem cap variació dels gràfics. A part, en els gràfics de la FAS i FASP, el coeficient associat als retards 12 i 24 té un valor baix i no és significatiu, això pot indicar no estacionalitat dels ingressos.

Tenint en compte el gràfic de la FASP, el primer coeficient és significatiu. Per tant, podem identificar aquesta sèrie amb un **model ARIMA (1,0,0)**.

2.3.6 ESTIMACIÓ DEL MODEL ARIMA PELS INGRESSOS

Els resultats obtinguts per el mètode de la màxima versemblança són els següents:

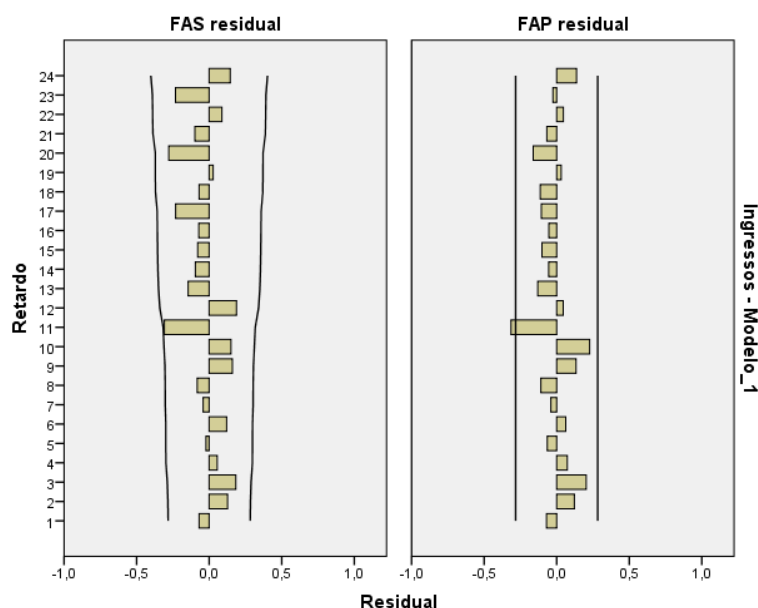
Descripción del modelo

			Tipo de modelo
ID del modelo	Ingressos	Modelo_1	ARIMA(1,0,0)

Parámetros del modelo ARIMA

				Estimación	ET	t	Sig.
Ingressos-Modelo_1	Ingressos	Sin transformación	Constante	2201,397	43,502	50,605	,000
			AR Retardo 1	,346	,138	2,508	,016

Gràfics dels residus retardats:



Especificació del model: $Y_t = 2201,397 + 0,346Y_{t-1} + \epsilon_t$

2.3.7 VALIDACIÓ DEL MODEL ARIMA PELS INGRESSOS

Els residus retardats del model es comporten com un soroll blanc i amb un nivell de significació del 5%, el terme independent (p-value = 0,000 < 0,05) i el coeficient del model (p-value = 0,016 < 0,05) són significatius. Així doncs, podem afirmar que el model ARIMA (1,0,0) és un model vàlid per realitzar les prediccions dels ingressos.

2.3.8 PREDICCIÓ MENSUAL PELS INGRESSOS (2015)

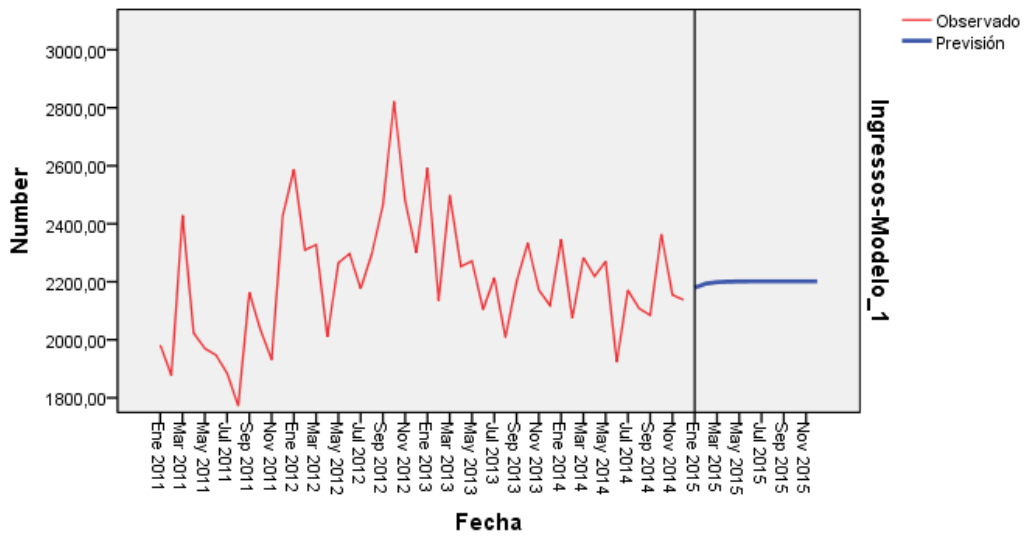
MES	INGRESSOS PREVISTOS (en €)	INTERVALS DE CONFIANÇA	INGRESSOS REALS (en €)	ERROR
Gener	2179,38	1778,47 – 2580,29	2585,61	-406,23
Febrer	2193,77	1769,50 – 2618,04	2209,67	-15,90
Març	2198,76	1771,77 – 2625,74	2247,14	-48,38
Abril	2200,48	1773,17 – 2627,79	2098,65	101,83
Maig	2201,08	1773,73 – 2628,43		
Juny	2201,29	1773,93 – 2628,64		
Juliol	2201,36	1774,00 – 2628,71		
Agost	2201,38	1774,03 – 2628,74		
Setembre	2201,39	1774,04 – 2628,75		

Octubre	2201,39	1774,04 – 2628,75		
Novembre	2201,40	1774,04 – 2628,75		
Desembre	2201,40	1774,04 – 2628,75		

Càlcul de l'error quadràtic mitjà:

$$EQM = ((-406,23)^2 + (-15,90)^2 + (-48,38)^2 + (101,83)^2) / 4 = 44496,40$$

Gràfic dels ingressos previstos:



Per acabar, analitzem les vendes i els ingressos de les Salsitxes de pagès.

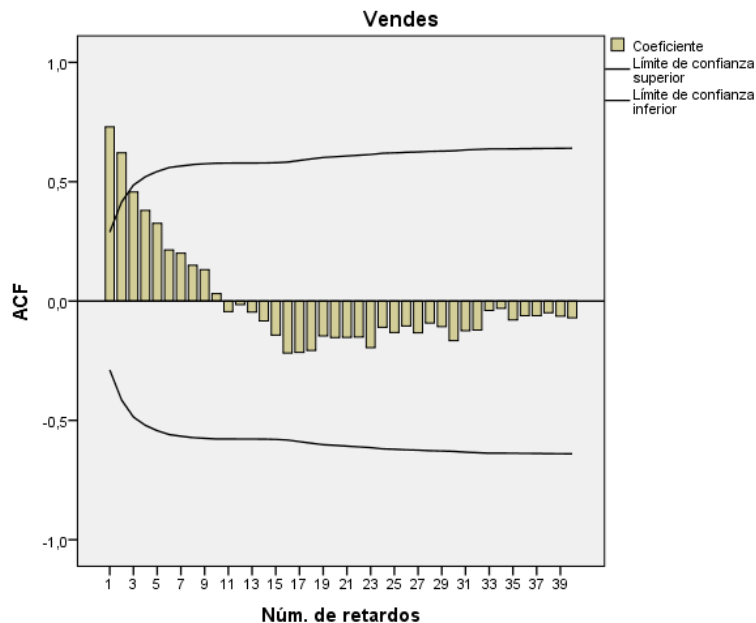
2.4 SALSITXES DE PAGÈS

2.4.1 IDENTIFICACIÓ DEL MODEL ARIMA PER LES VENDES

2.4.1.1 Anàlisi de la correlació

Com hem vist, apliquem el mètode Barlett pels 40 primers retards.

Gràfic de la FAS:



Com es pot observar en el gràfic de la FAS, els 2 primers coeficients d'autocorrelació estan fora dels límits i, per tant, són significatius. Això pot indicar que les vendes no es comporten com un soroll blanc. Per assegurar-ho, realitzem el contrast d'hipòtesi de Box i Ljung, sobre el valor de P_K :

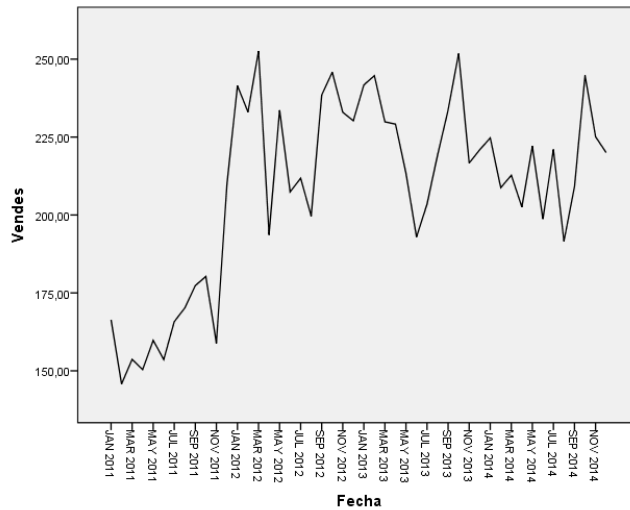
$$\left\{ \begin{array}{l} H_0: P_K = 0 \\ H_1: P_K \neq 0 \end{array} \right.$$

L'estadístic de contrast de Box-Ljung, prenen $r_1=0,730$, obtenim $27,197 > 3,84 \rightarrow$ Rebutgem H_0 . Per tant, el coeficient d'autocorrelació simple d'ordre 1 és significatiu. Analitzant el resultat d'aquest estadístic i la representació de la FAS, podem concloure que les vendes de les Salsitxes de pagès no es comporten com un soroll blanc, la variació mensual de les vendes estan relacionats amb mesos anteriors.

2.4.1.2 Anàlisi de l'estacionarietat i estacionalitat

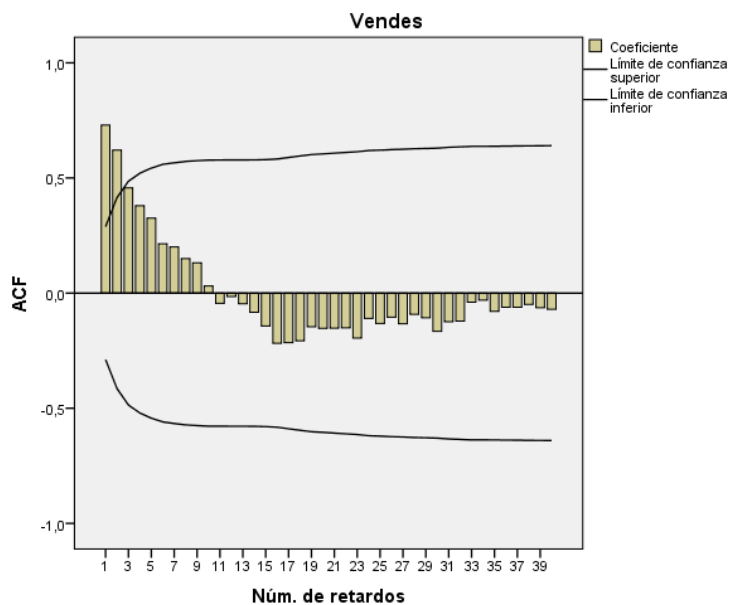
La representació gràfica de la sèrie temporal sembla indicar que és no estacionària en mitjana i variància, hi ha evidència de canvi de la mitjana i variància en el temps.

Gràfic de les vendes (2011-2014):



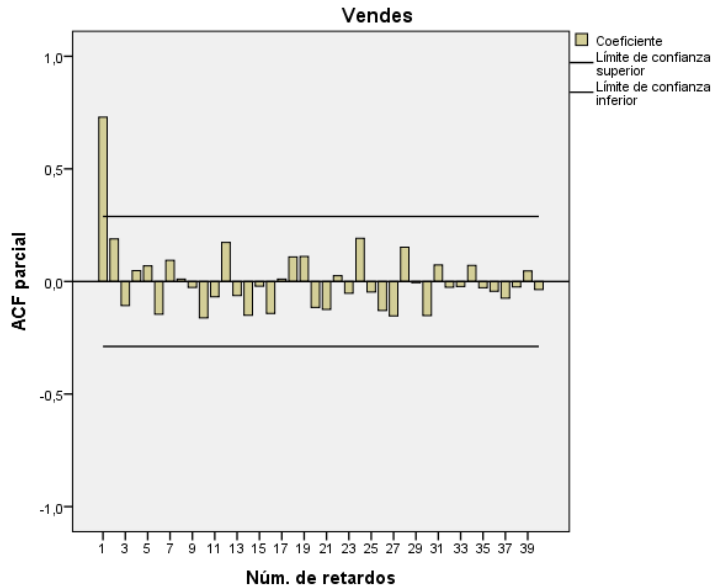
En canvi, la FAS ens indica que segueix un patró estacionari. Els coeficients d'autocorrelació decreixen ràpidament cap a 0 i la majoria de coeficients d'autocorrelació no són significatius.

Gràfic de la FAS:



La FASP presenta un patró de sèrie no estacionària. El coeficient d'autocorrelació parcial d'ordre 1 (α_1) és proper a 1 i la resta de coeficients no són significatius.

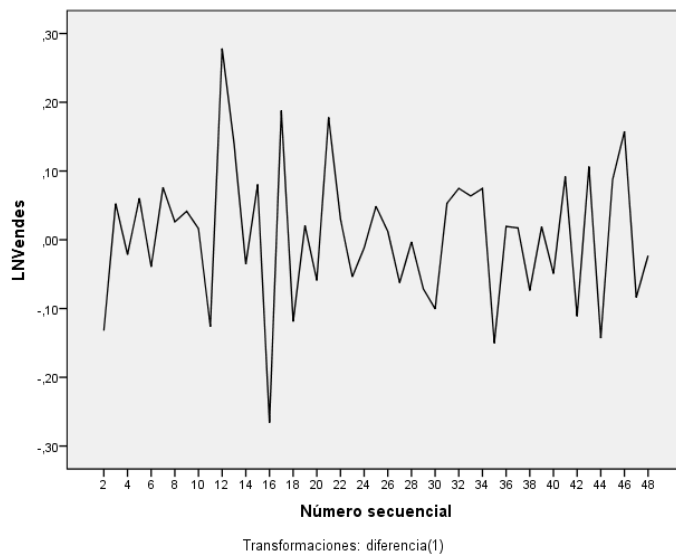
Gràfic de la FASP:



D'altra banda, en els gràfics de la FAS i FASP, el coeficients associats als retards 12 i 24 té un valor baix i no són significatius, això pot indicar no estacionalitat de les vendes. Com hem vist, la sèrie temporal és no estacionària tan en mitjana com en variància. És per això, que transformarem la sèrie per veure si es pot eliminar la no estacionarietat en mitjana i variància, abans d'iniciar la identificació dels ordres del model ARIMA. Així doncs, primer realitzarem la transformació logarítmica $Y_t = \ln(Y_t)$ i després la diferenciació $Y_t^* = Y_t - Y_{t-1}$.

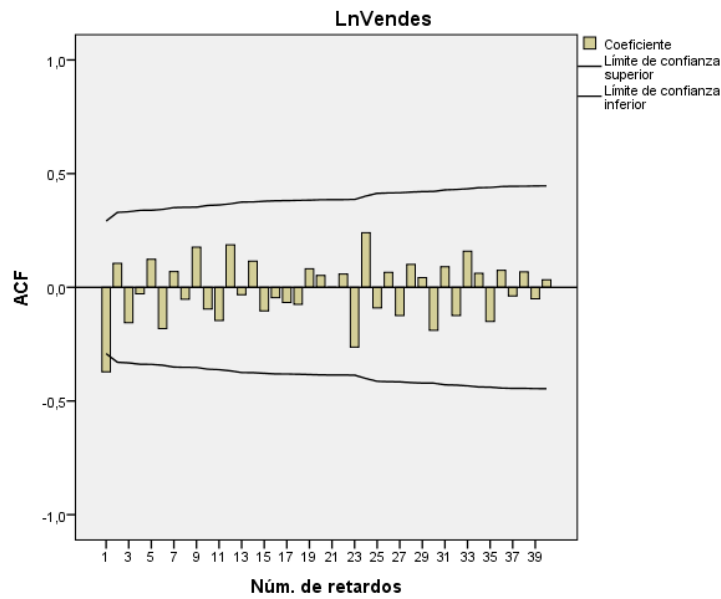
Realitzant les anteriors transformacions, la representació gràfica de la sèrie temporal sembla indicar que hem eliminat la no estacionarietat en mitjana i variància, ja que no hi ha evidència de canvi de la mitjana i variància en el temps.

Gràfic de les vendes en logaritmes diferenciades un període (2011-2014):

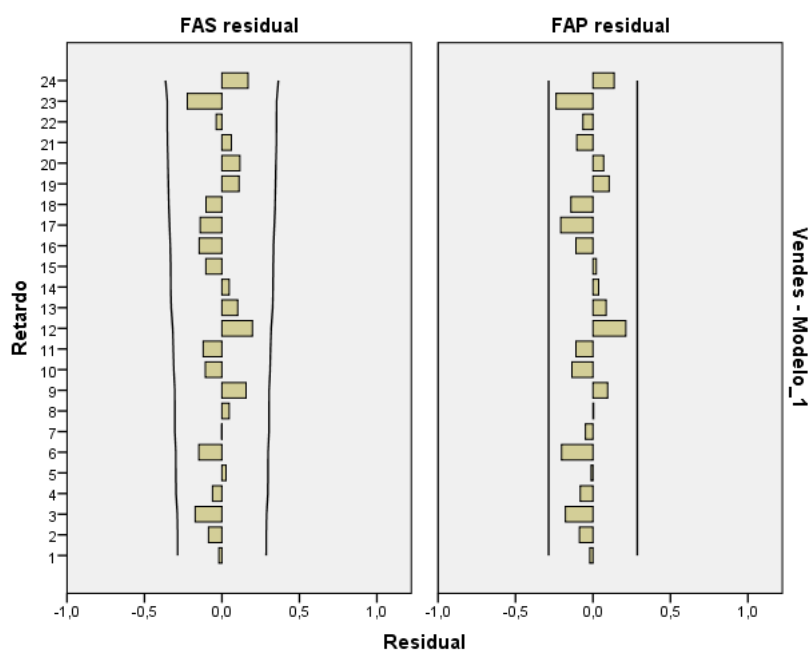


La FAS ens indica que segueix un patró estacionari. La majoria de coeficients d'autocorrelació no són significatius.

Gràfic de la FAS:



Gràfics dels residus retardats:



Especificació del model: $Y_t^* = -0,369Y_{t-1}^* + \epsilon_t$ on $Y_t^* = Y_t - Y_{t-1}$
 $Y_{t-1}^* = Y_{t-1} - Y_{t-2}$

2.4.3 VALIDACIÓ DEL MODEL ARIMA PER LES VENDES

Els residus retardats del model es comporten com un soroll blanc i amb un nivell de significació del 5%, el coeficient del model és significatiu ($p\text{-value} = 0,010 < 0,05$). Així doncs, podem afirmar que el model ARIMA (1,1,0) és un model vàlid per realitzar prediccions de les vendes.

2.4.4 PREDICCIÓ MENSUAL PER LES VENDES (2015)

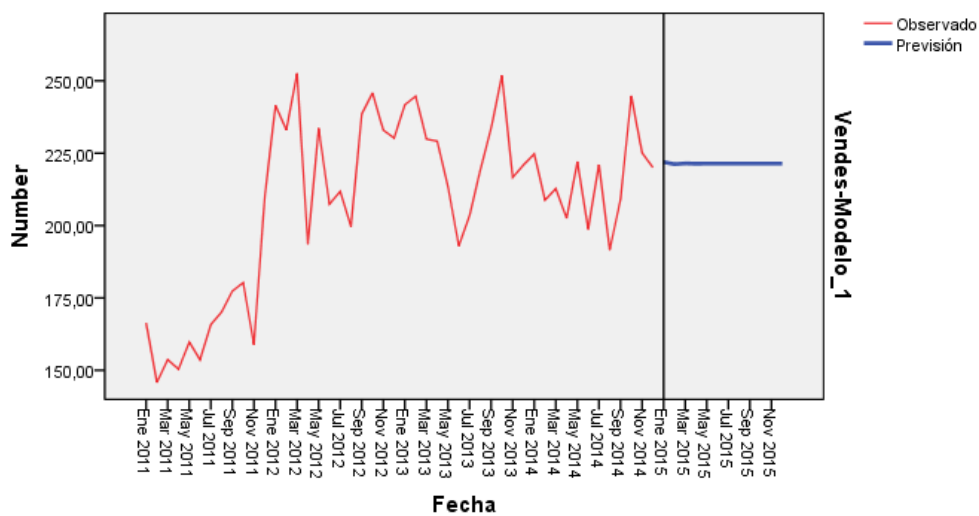
MES	VENDES PREVISTES (en €)	INTERVALS DE CONFIANÇA	VENDES REALS (en €)	ERROR
Gener	221,91	182,12 - 261,71	236,70	-14,79
Febrer	221,22	174,17 - 268,26	207,57	13,65
Març	221,47	165,40 - 277,55	219,59	1,88
Abril	221,38	158,47 - 284,29	205,84	15,54
Maig	221,42	152,03 - 290,80		
Juny	221,40	146,21 - 296,60		
Juliol	221,41	140,78 - 302,03		

Agost	221,41	135,71 - 307,10		
Setembre	221,41	130,91 - 311,90		
Octubre	221,41	126,36 - 316,45		
Novembre	221,41	122,02 - 320,79		
Desembre	221,41	117,86 - 324,95		

Càlcul de l'error quadràtic mitjà:

$$EQM = ((-14,79)^2 + (13,65)^2 + (1,88)^2 + (15,54)^2) / 4 = \mathbf{162,52}$$

Gràfic de les vendes previstes:



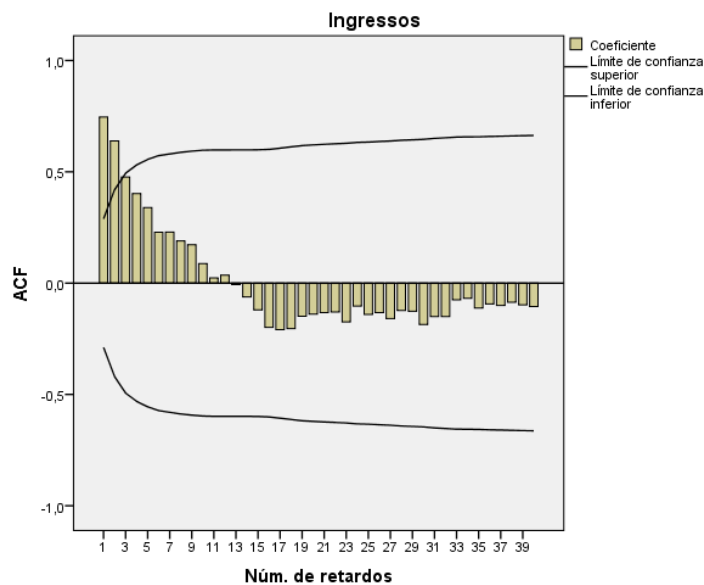
A continuació, analitzem els ingressos mensuals de les Salsitxes de pagès, en els últims quatre anys.

2.4.5 IDENTIFICACIÓ DEL MODEL ARIMA PELS INGRESSOS

2.4.5.1 Anàlisi de la correlació

Per estudiar si els ingressos es comporten com un soroll blanc, aplicarem el mètode Barlett pels 40 primers retards.

Gràfic de la FAS:



Observem en la FAS que els 2 primers coeficients d'autocorrelació estan fora dels límits i, per tant, són significatius. Això pot indicar que els ingressos no es comporten com un soroll blanc. Per assegurar-ho, realitzem el contrast d'hipòtesi de Box i Ljung, sobre el valor de P_k :

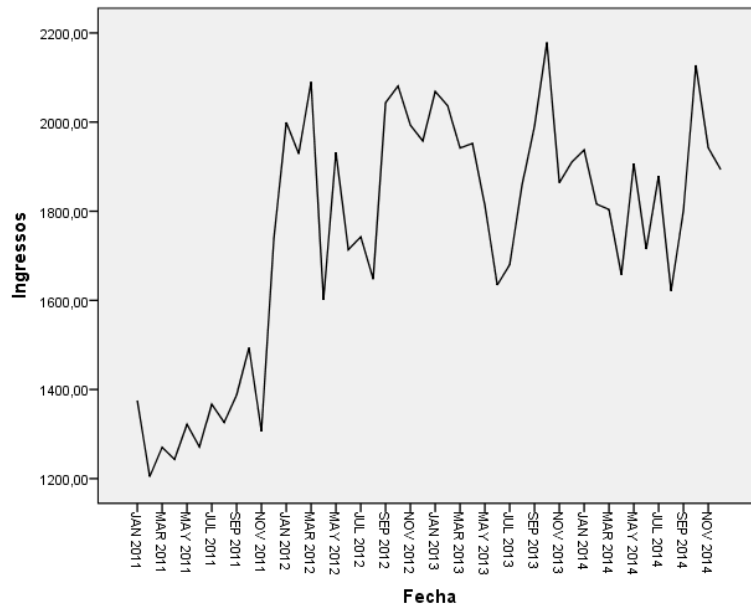
$$\left\{ \begin{array}{l} H_0: P_k = 0 \\ H_1: P_k \neq 0 \end{array} \right.$$

L'estadístic de contrast de Box-Ljung, prenen $r_1=0,746$, surt $41,532 > 3,84 \rightarrow$ Rebutgem H_0 . Així doncs, el coeficient d'autocorrelació simple d'ordre 1 és significatiu. Analitzant aquest estadístic i la representació de la FAS, podem determinar que els ingressos de les Salsitxes de pagès no es comporten com un soroll blanc, és a dir, la variació mensual dels ingressos està relacionada amb valors passats.

2.4.5.2 Anàlisi de l'estacionarietat i estacionalitat

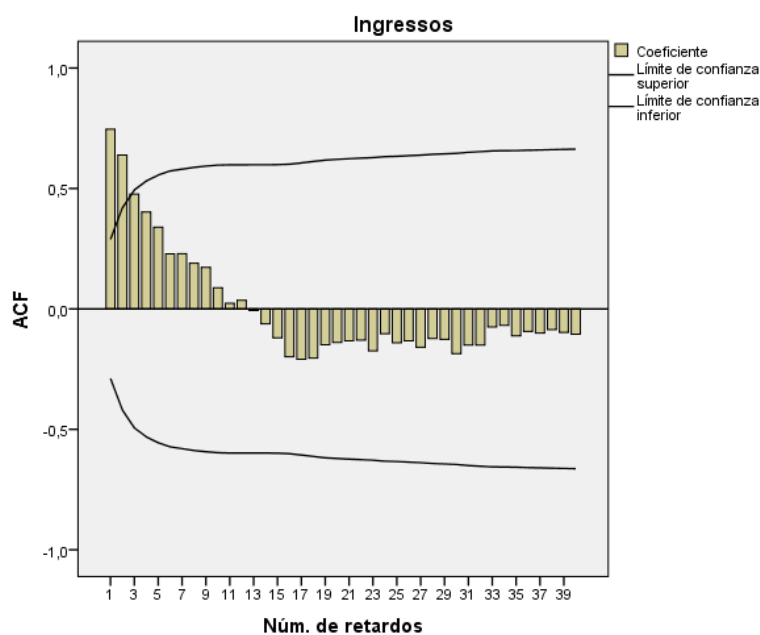
La representació gràfica de la sèrie temporal sembla indicar que és no estacionària en mitjana i variància, hi ha evidència de canvi de la mitjana i variància en el temps.

Gràfic dels ingressos (2011-2014):



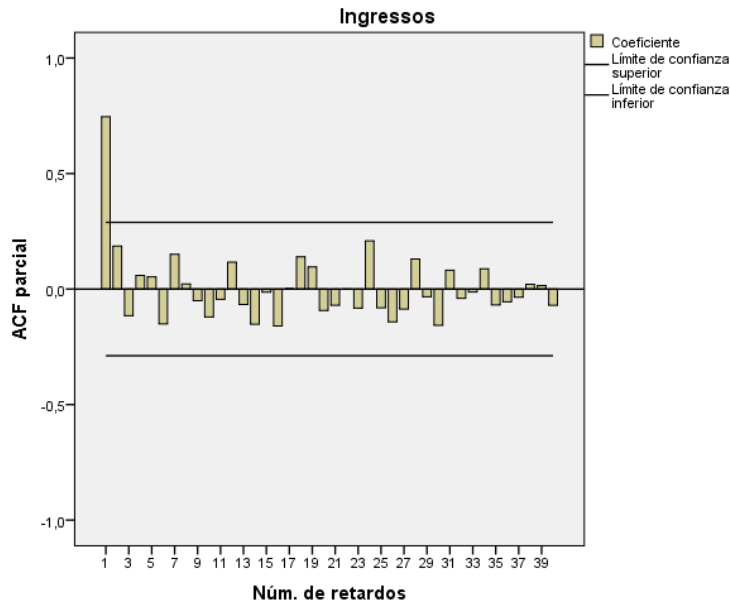
No obstant, la FAS, segueix un patró estacionari. Els coeficients d'autocorrelació decreixen ràpidament cap a 0 i la majoria de coeficients d'autocorrelació no són significatius.

Gràfic de la FAS:



Finalment, la FASP presenta un patró de sèrie no estacionària. El coeficient d'autocorrelació parcial d'ordre 1 (α_1) és proper a 1 i la resta de coeficients no són significatius.

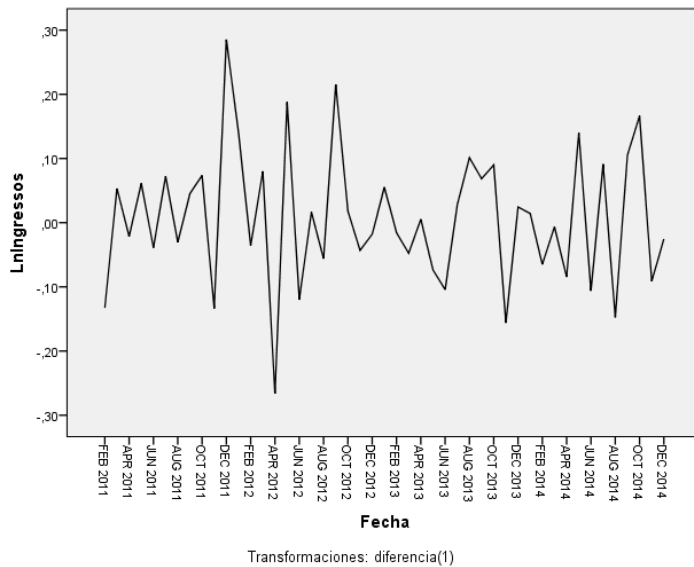
Gràfic de la FASP:



D'altra banda, en els gràfics de la FAS i FASP, el coeficients associats al retard 12 i 24 tenen un valor baix i no són significatius, això pot indicar no estacionalitat dels ingressos. Com hem observat, els ingressos no són estacionaris en mitjana i variància. És per això, que transformarem la sèrie temporal per veure si es pot eliminar la no estacionarietat en mitjana i variància. Primer realitzarem la transformació logarítmica $Y_t = \ln(Y_t)$ i després la diferenciació $Y_t^* = Y_t - Y_{t-1}$.

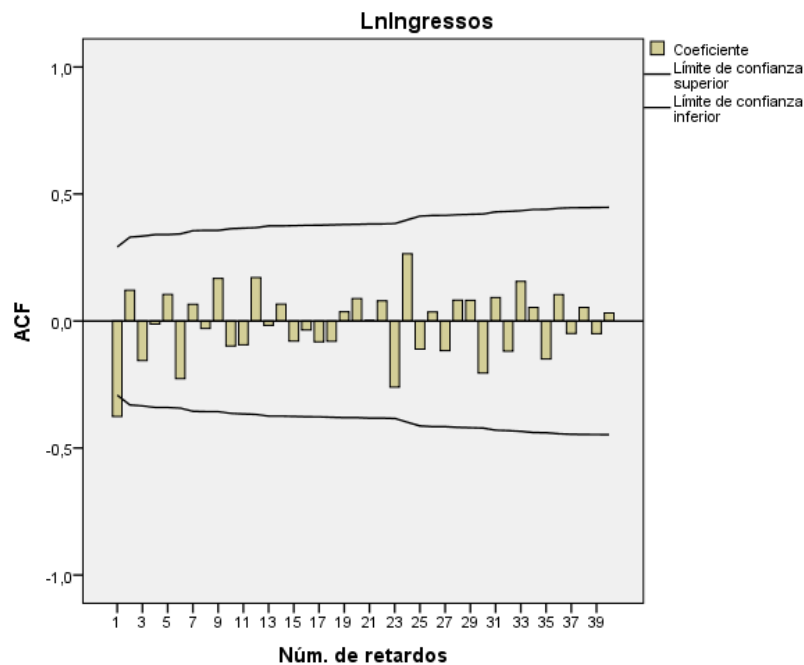
Realitzant les anteriors transformacions, la representació gràfica de la sèrie temporal sembla indicar que és estacionària en mitjana i variància, no hi ha evidència de canvi de la mitjana i variància en el temps.

Gràfic dels ingressos en logaritmes diferenciades un període (2011-2014):



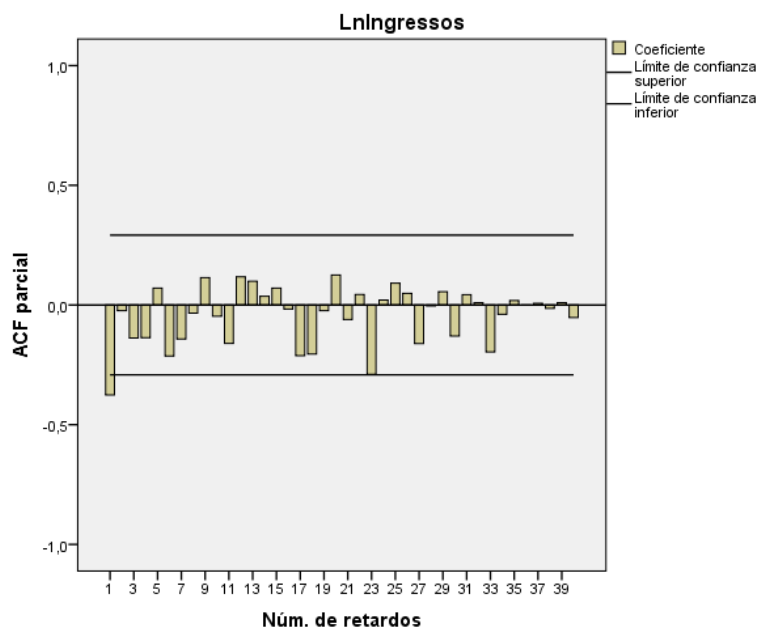
La FAS ens indica que segueix un patró estacionari. La majoria de coeficients d'autocorrelació no són significatius.

Gràfic de la FAS:



Tanmateix, la FASP presenta un patró de sèrie estacionària, el coeficient d'autocorrelació parcial d'ordre 1(α_1) no està proper a 1 i la majoria de coeficients no són significatius.

Gràfic de la FASP:



Assolida la estacionarietat en mitjana i variància, podem observar com en la FASP, el primer coeficient és significatiu. Per tant, podem identificar aquesta sèrie amb un **model ARIMA (1,1,0)**.

2.4.6 ESTIMACIÓ DEL MODEL ARIMA PELS INGRESSOS

Estimant per el mètode de la màxima versemblança, obtenim els següents resultats:

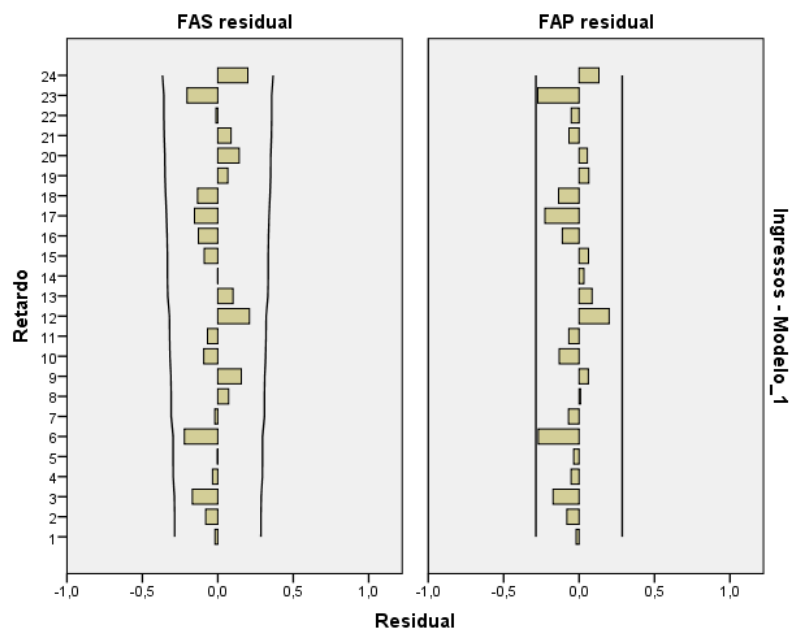
Descripción del modelo

			Tipo de modelo
ID del modelo	Ingressos	Modelo_1	ARIMA(1,1,0)

Parámetros del modelo ARIMA

					Estimación	ET	t	Sig.
Ingressos-Modelo_1	Ingressos	Sin transformación	AR	Retardo 1	-,361	,137	-2,633	,011
					Diferencia	1		

Gràfic dels residus retardats:



Especificació del model: $Y_t^* = -0,361Y_{t-1}^* + \epsilon_t$ on $Y_t^* = Y_t - Y_{t-1}$

$$Y_{t-1}^* = Y_{t-1} - Y_{t-2}$$

2.4.7 VALIDACIÓ DEL MODEL ARIMA PELS INGRESSOS

Els residus retardats del model es comporten com un soroll blanc i amb un nivell de significació del 5%, el coeficient del model és significatiu ($p\text{-value} = 0,011 < 0,05$). Així doncs, el model ARIMA (1,1,0) és un model vàlid per realitzar prediccions dels ingressos.

2.4.8 PREDICCIÓ MENSUAL PELS INGRESSOS (2015)

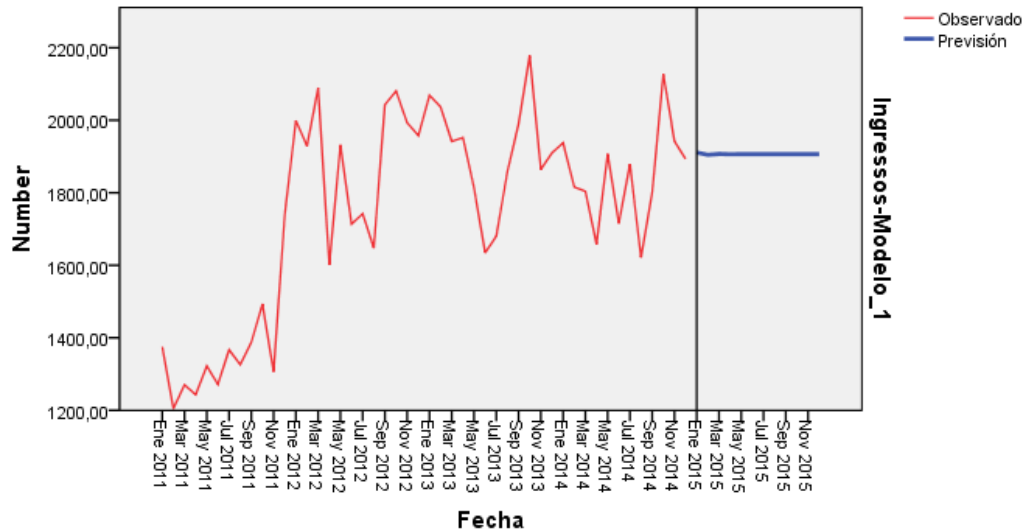
MES	INGRESSOS PREVISTOS (en €)	INTERVALS DE CONFIANÇA	INGRESSOS REALS (en €)	ERROR
Gener	1911,15	1558,55 - 2263,76	2045,87	-134,72
Febrer	1904,83	1486,41 - 2323,25	1797,08	107,75
Març	1907,11	1408,46 - 2405,77	1819,67	87,44
Abril	1906,29	1346,38 - 2466,2	1773,22	133,07
Maig	1906,59	1288,98 - 2524,19		
Juny	1906,48	1236,97 - 2575,99		
Juliol	1906,52	1188,56 - 2624,47		
Agost	1906,5	1143,27 - 2669,74		
Setembre	1906,51	1100,5 - 2712,52		

Octubre	1906,51	1059,89 - 2753,12	
Novembre	1906,51	1021,15 - 2791,87	
Desembre	1906,51	984,03 - 2828,99	

Càlcul de l'error quadràtic mitjà:

$$EQM = ((-134,72)^2 + (107,75)^2 + (87,44)^2 + (133,07)^2) / 4 = 13778,23$$

Gràfic dels ingressos previstos:



CONCLUSIONS

Un vegada especificats tots els models predictius ARIMA per les vendes i ingressos dels productes, estem en condicions d'escollir el model que s'ajusta millor a la realitat tan per les vendes com per els ingressos.

Pel que fa a les vendes, el millor model predictiu és el que hem identificat per el Carpaccio de vedella (ARIMA (3,1,0)). Per els quatre primers mesos de 2015, només presenta un error quadràtic mitjà de 61,67 Kg, molt inferior als altres models per les vendes. Cal destacar, que per el mes de febrer, el model només comet un error de 5,52 Kg. D'altra banda, pels ingressos, els resultats obtinguts no són gaire bons. En comparació amb els altres models estimats pels ingressos, el millor model predictiu és el que hem identificat per les Salsitxes de pagès (ARIMA (1,1,0)), doncs per els quatre primers mesos de 2015 comet un error quadràtic mitjà de 13.778,23€. Destaca especialment, el mes de març amb un error de 87,44€. En conjunt, hem especificat millors models predictius ARIMA per les vendes, tot i que els models pels ingressos també són vàlids.

Finalitzat l'estudi amb l'especificació de tots els models ARIMA, podem afirmar que hem aconseguit assolir satisfactòriament tots els objectius proposats. Hem especificat models predictius fiables per les vendes i ingressos que poden ser de molta utilitat per l'empresa a l'hora de prendre decisions.

REFERÈNCIES UTILITZADES

Hyndman, R., Makridakis, S., i Wheelwright, S. (1998), *Forescasting. methods and applications*. (New York: John Wiley & Sons).

Pindyck, R.S., Rubinfeld, D.L. (2000), *Econometría. Modelos y pronósticos*. (Mèxic: McGraw-Hill).

Uriel, E. i Peiró, A. (2000), *Introducción al análisis de series temporales*. (Madrid: AC)

Wooldridge J.M. (2006), *Introducción a la Econometria. Un enfoque moderno*.(Madrid: Thomson)

ANNEX

Taula de les vendes mensuals per els quatre productes (2011-2014)

	VENDES (en Kg)			
	CARPACCIO DE VEDELLA	ESCALOPA DE VEDELLA	LLOM TALLAT DE PORC	SALSITXES PAGÈS
Month 1	23,42	115,85	286,77	166,39
Month 2	19,47	103,27	261,04	145,80
Month 3	17,63	113,53	355,24	153,67
Month 4	20,91	99,39	290,88	150,40
Month 5	19,11	110,59	268,55	159,77
Month 6	21,61	98,53	290,48	153,62
Month 7	18,62	99,23	257,01	165,80
Month 8	17,92	112,61	260,22	170,17
Month 9	28,35	118,99	313,44	177,37
Month 10	29,98	142,87	276,82	180,27
Month 11	29,73	119,56	293,01	158,85
Month 12	46,77	151,72	353,81	209,81
Month 1	54,97	155,19	352,35	241,47
Month 2	46,67	163,71	314,33	233,04
Month 3	50,22	141,68	341,47	252,59
Month 4	45,32	134,62	294,76	193,61
Month 5	53,70	134,24	329,88	233,62
Month 6	57,87	122,65	325,31	207,43
Month 7	56,04	131,91	315,62	211,80
Month 8	54,56	120,86	315,70	199,65
Month 9	57,21	120,82	323,65	238,53
Month 10	63,98	155,94	370,25	245,82
Month 11	60,11	143,18	327,74	232,95
Month 12	60,75	130,62	312,98	230,22
Month 1	55,75	165,00	352,43	241,74
Month 2	58,41	149,39	287,78	244,69
Month 3	55,61	154,21	340,28	229,88
Month 4	57,01	151,09	302,67	229,16
Month 5	59,58	149,10	307,57	213,38
Month 6	57,75	132,69	283,09	192,97
Month 7	55,15	131,02	297,60	203,46
Month 8	52,06	132,89	267,47	219,26
Month 9	55,81	130,29	288,64	233,69
Month 10	51,60	144,36	301,98	251,81
Month 11	57,24	136,53	281,59	216,67
Month 12	60,10	119,85	276,24	220,92
Month 1	54,91	145,48	302,64	224,75
Month 2	49,06	125,96	276,03	208,78
Month 3	54,30	140,66	297,18	212,75
Month 4	50,04	121,34	289,30	202,53
Month 5	44,46	120,51	295,89	222,08
Month 6	47,27	102,12	252,68	198,72
Month 7	52,07	116,43	281,83	221,03
Month 8	42,81	103,97	275,02	191,57
Month 9	50,67	129,58	272,91	209,07
Month 10	50,42	144,61	312,40	244,79
Month 11	44,76	124,98	285,21	225,13
Month 12	50,59	117,89	282,23	220,03

Taula dels ingressos mensuals per els quatre productes (2011-2014)

	INGRESSOS (en €)			
	CARPACCIO DE VEDELLA	ESCALOPA DE VEDELLA	LLOM TALLAT DE PORC	SALSITXES PAGÈS
Month 1	640,34	1.671,81	1.981,46	1.375,39
Month 2	539,29	1.518,76	1.877,29	1.204,54
Month 3	488,78	1.672,69	2.429,31	1.270,27
Month 4	576,81	1.465,21	2.023,42	1.243,31
Month 5	527,98	1.626,30	1.970,28	1.321,97
Month 6	594,54	1.450,48	1.947,15	1.271,36
Month 7	514,65	1.460,70	1.885,29	1.366,97
Month 8	493,56	1.549,33	1.772,27	1.326,09
Month 9	783,94	1.687,16	2.163,61	1.387,57
Month 10	831,82	1.908,76	2.033,23	1.493,56
Month 11	822,13	1.708,49	1.931,59	1.306,44
Month 12	1.296,96	2.092,98	2.427,76	1.737,81
Month 1	1.565,05	2.232,17	2.587,41	1.999,18
Month 2	1.406,73	2.301,05	2.309,89	1.929,04
Month 3	1.555,74	2.083,53	2.327,57	2.089,99
Month 4	1.427,30	1.983,33	2.010,34	1.601,27
Month 5	1.668,37	1.963,37	2.265,50	1.932,26
Month 6	1.797,52	1.792,22	2.296,67	1.713,71
Month 7	1.711,66	1.913,55	2.176,01	1.742,44
Month 8	1.590,10	1.756,85	2.296,70	1.647,57
Month 9	1.689,59	1.722,34	2.465,20	2.043,38
Month 10	1.852,19	2.217,54	2.821,74	2.080,85
Month 11	1.715,31	2.056,93	2.477,59	1.992,93
Month 12	1.671,23	1.839,17	2.300,73	1.957,69
Month 1	1.527,02	2.353,63	2.593,46	2.068,88
Month 2	1.663,41	2.104,41	2.134,79	2.036,64
Month 3	1.555,57	2.109,91	2.498,74	1.941,77
Month 4	1.565,96	2.116,20	2.252,91	1.952,20
Month 5	1.640,30	2.114,05	2.271,60	1.813,88
Month 6	1.674,66	1.849,87	2.104,32	1.634,47
Month 7	1.559,38	1.848,74	2.213,85	1.680,01
Month 8	1.463,93	1.838,44	2.008,02	1.859,11
Month 9	1.611,18	1.818,70	2.200,36	1.991,02
Month 10	1.469,80	2.018,82	2.333,52	2.178,67
Month 11	1.549,56	1.846,48	2.171,83	1.863,95
Month 12	1.677,82	1.623,31	2.118,34	1.910,15
Month 1	1.516,63	2.000,50	2.346,31	1.937,68
Month 2	1.355,48	1.727,61	2.075,10	1.815,93
Month 3	1.546,10	1.918,59	2.283,02	1.803,88
Month 4	1.367,11	1.656,92	2.218,81	1.657,67
Month 5	1.266,28	1.601,31	2.270,42	1.907,21
Month 6	1.300,67	1.380,36	1.922,96	1.715,24
Month 7	1.508,08	1.577,06	2.171,01	1.879,08
Month 8	1.250,73	1.402,44	2.108,32	1.621,40
Month 9	1.397,81	1.794,22	2.084,82	1.801,31
Month 10	1.407,60	1.994,38	2.364,22	2.127,56
Month 11	1.240,69	1.652,23	2.154,48	1.942,14
Month 12	1.421,72	1.612,38	2.137,83	1.893,64