

ESTUDI DELS CONEIXEMENTS I DIFICULTATS AL PARVULARI ENTORN LA GEOMETRIA

**TREBALL DE FINAL DE GRAU DE MESTRE D'EDUCACIÓ
INFANTIL**

Cristina Armengol i Rubio

4t del Grau en Mestre d'Educació Infantil

Laura Vila i Majó

Facultat d'Educació, Traducció i Ciències Humanes Universitat de Vic

15 de maig del 2015

RESUM

Aquest treball consisteix en fer un estudi per tal d'identificar quines dificultats i coneixements tenen un grup d'alumnes de P4, respecte a les figures geomètriques de dues dimensions, més concretament, figures com el quadrat, el rectangle, el triangle i el cercle. A l'inici de l'estudi es durà a terme un test inicial per observar quins coneixements i quines dificultats presenten els alumnes. Una vegada s'hagin detectat les dificultats que presenten els alumnes, s'elaborarà una proposta didàctica o una intervenció concreta, per tal de millorar el coneixement d'aquestes figures geomètriques. Finalment, un cop realitzades totes les intervencions, s'utilitzarà el mateix test que s'ha fet servir a l'inici de l'estudi, per tal de contrastar els resultats i veure si la intervenció realitzada ha millorat els coneixements dels alumnes.

Paraules clau: Dificultats, coneixements, figures geomètriques de dues dimensions, geometria, infantil.

ABSTRACT

This work consists of doing a study to identify which difficulties and knowledge have one group of P4 students, taking into account two-dimensional geometric shapes, more specifically figures such as the square, the rectangle, the triangle and the circle. To start the study there will be an initial test to observe the knowledge of the students and the difficulties they present. Once the difficulties are detected, a didactic proposal or a concrete intervention will be elaborated to improve the knowledge of these geometric shapes. Finally, having done all the interventions, the same test done at the beginning will be used to check the results and analyse if the intervention has improved their knowledge.

Keywords: Difficulties, knowledge, two-dimensional geometric shapes, geometry, childhood.

ÍNDEX

	Pàg.
1. INTRODUCCIÓ.....	5
1.1 PRESENTACIÓ I JUSTIFICACIÓ	5
1.2 OBJECTIUS DEL TREBALL	6
1.3 DESCRIPCIÓ DEL PROCÉS SEGUIT PER ELABORAR EL TREBALL	6
2. QUÈ HAN DE SABER DE GEOMETRIA ELS INFANTS D'EDUCACIÓ INFANTIL? ...	8
3. DESENVOLUPAMENT COGNITIU I PROGRESSIU EN L'APRENTATGE MATEMÀTIC DELS INFANTS.....	10
3.1 CONEIXEMENT DELS INFANTS SOBRE LES FIGURES DE DUES DIMENSIONS	10
3.2 PIAGET I EL CONCEPTE GEOMÈTRIC	11
3.3 APORTACIONS D'ALTRES AUTORS SOBRE EL CONCEPTE GEOMÈTRIC DE PIAGET	13
3.4 ETAPES DE BRUNER	13
3.5. MODEL DELS NIVELLS DE VAN HIELE	14
3.6 PROPOSTES D'ENSENYAMENT RELACIONADES AMB ELS NIVELLS DE VAN HIELE.....	16
3.7 CONEIXEMENTS DE GEOMETRIA DELS INFANTS SEGONS MARIA ANTÒNIA CANALS.....	17
4. TRANSFORMACIONS	19
5. CONCEPTE GEOMÈTRIC.....	21
5.1 REPRESENTACIÓ GRÀFICA ESTEREOTIPADA	21
5.2 PROTOTIPS.....	22
6. ESTRATÈGIES D'AVUACIÓ, D'ENSENYAMENT I APRENTATGE	23
7. ERROR.....	25
7.1 ERRORS ENTORN LA GEOMETRIA.....	26
7.2 ESTRATÈGIES O INSTRUCCIONS PER PREVENIR ELS ERRORS	30
8. METODOLOGIA.....	31
8.1 PARADIGMES D'INVESTIGACIÓ.....	31
8.2 ORIENTACIÓ METODOLÒGICA	32
8.3 DIMENSIONS I ASPECTES CONCRETES DE L'ESTUDI	32
8.4 INSTRUMENTS	33
8.5 PROCEDIMENT.....	34

9. RESULTATS	36
9.1 RESULTATS DEL PRIMER TEST I EL SEGON TEST	37
10. CONCLUSIONS.....	69
11. PROJECTE DE CONTINUÏTAT. NOVES PREGUNTES	73
12. BIBLIOGRAFIA I WEBGRAFIA	74
13. ANNEXOS	76

1. INTRODUCCIÓ

1.1 PRESENTACIÓ I JUSTIFICACIÓ

Després d'haver triat l'itinerari del coneixement científic i matemàtic del grau d'Educació Infantil, vaig trobar interessant que el meu Treball de Final de Grau estigués centrat en l'àrea de les matemàtiques, més concretament en les dificultats i coneixements que tenen un grup d'alumnes de parvulari, respecte a la geometria. La identificació d'aquestes dificultats i coneixements es realitzarà a través d'un estudi, a un grup de vint-i-tres alumnes de P4 de l'escola Quatre Vents de Manlleu. De les dificultats sorgides i presentades en aquest estudi, es farà una proposta didàctica per tal que els infants les millorin. En aquesta proposta es proporcionarà un seguit de materials i activitats. Un cop aplicada aquesta proposta, s'observarà si els alumnes han millorat els seus coneixements en relació a les figures geomètriques de dues dimensions, més concretament en figures com el quadrat, el rectangle, el triangle i el cercle.

La raó principal per la qual he escollit aquest tema és perquè considero que la geometria és una àrea de les matemàtiques que està molt present en el nostre entorn, i que és essencial en l'aprenentatge dels infants. Per aquest motiu, considero important saber quins coneixements i dificultats presenten els alumnes respecte a la geometria, per tal d'aportar els recursos i les eines necessàries per millorar els seus coneixements. A més a més, a través de la geometria es poden reforçar altres àrees de les matemàtiques, com la numeració, la mesura, entre d'altres.

Per tal de poder dur a terme aquest estudi, m'he plantejat unes preguntes, que em permetran aprofundir en el meu estudi o investigació.

- Quines dificultats tenen un grup d'alumnes de 4 a 5 anys respecte a les figures geomètriques?
- Quins coneixements tenen un grup d'alumnes per reconèixer i identificar les figures geomètriques?
- L'elaboració i l'aplicació d'una proposta didàctica centrada a millorar aquestes dificultats en relació a la geometria, proporcionarà una evolució i una millora en aquestes?

1.2 OBJECTIUS DEL TREBALL

Els objectius que m'he plantejat en el meu treball són els següents:

- Fer un estudi per identificar quines dificultats i coneixements tenen un grup d'alumnes de 4 a 5 anys en relació a les figures geomètriques de dues dimensions.
- Fer una seqüència d'activitats concreta per tal que els alumnes puguin millorar els seus coneixements anteriors respecte a les figures geomètriques de dues dimensions.
- Avaluar si a partir de la seqüència d'activitats concreta, els alumnes han millorat el coneixement de les figures geomètriques de dues dimensions.

1.3 DESCRIPCIÓ DEL PROCÉS SEGUIT PER ELABORAR EL TREBALL

L'estructura d'aquest treball comença amb una fonamentació teòrica de diversos estudis en relació a quins coneixements han de tenir els infants sobre la geometria i com els infants aprenen geometria segons diferents autors. Després, es comenta què són les transformacions geomètriques segons Maria Antònia Canals i en quants tipus es centren aquestes transformacions. Seguidament, es parla sobre els conceptes geomètrics i els esquemes mentals que poden tenir els infants sobre les figures geomètriques. A continuació, es plantegen diferents estratègies d'avaluació, d'ensenyament i d'aprenentatge que el mestre pot portar a terme en les seves intervencions. Al final d'aquesta fonamentació teòrica, es mencionen diversos errors i dificultats que cometien els alumnes a l'hora d'aprendre geometria.

Pel que fa a la part pràctica, he elaborat una proposta didàctica concreta que s'ha realitzat durant el període de pràctiques a l'escola Quatre Vents de Manlleu. Aquesta proposta ha anat dirigida a un grup d'alumnes de P4.

En la part pràctica, primerament, s'ha explicat quina metodologia s'ha portat a terme per realitzar aquest estudi, és a dir, a quins paradigmes s'acull aquest treball, sobre quina orientació metodològica es basa, quines són les dimensions i els aspectes concrets de l'estudi i quins instruments he utilitzat. A més a més, es descriu quin és el procediment que he seguit per portar a terme aquesta investigació. Aquest procediment és el següent:

- Fase 1: Passar el primer test, recollir i analitzar les dades d'aquest. Decidir la proposta didàctica.
- Fase 2: Realitzar la intervenció didàctica concreta.
- Fase 3: Passar el segon test, recollir i analitzar les dades d'aquest.
- Fase 4: Relacionar i comparar els resultats dels dos tests per veure quins coneixements han millorat els infants després d'haver realitzat la intervenció pràctica.
- Fase 5: Extreure conclusions i valorar els progressos dels alumnes durant tota la part pràctica. Aquests resultats es relacionaran amb la fonamentació teòrica.

MARC TEÒRIC

2. QUÈ HAN DE SABER DE GEOMETRIA ELS INFANTS D'EDUCACIÓ INFANTIL?

Els estàndards comuns per les matemàtiques¹, més concretament els d'educació infantil de 5-6 anys, esmenten que els alumnes haurien de ser capaços d'identificar i descriure figures. En aquest cas concret, es basa en descriure objectes del nostre entorn fent servir noms de formes i descrivint les posicions relatives d'aquests objectes, és a dir, si aquests objectes es troben damunt, sota, al davant, al darrere, etc. Un altre aspecte que es menciona és que els infants han d'anomenar les figures de forma correcta independentment de la seva mida i orientació, i distingir quines són les figures bidimensionals i tridimensionals.

Per altra banda, un altre aspecte que tenen en compte aquests estàndards és el d'analitzar, comparar, crear i compondre figures, és a dir, analitzar i comparar figures de dues i tres dimensions de diferents mides i orientacions, fent servir un llenguatge informal per descriure els atributs, les semblances, les parts, etc.

Dins dels principis i estàndards², més concretament el PRE-K-2, manté com un dels estàndards comuns que els infants han d'aprendre significativament les matemàtiques i han de ser capaços d'entendre i utilitzar les matemàtiques en la vida diària. Aquests principis i estàndards també tenen en compte l'àrea de geometria, i mencionen que els infants haurien de ser capaços d'analitzar les característiques i propietats de les figures geomètriques de dues i tres dimensions desenvolupant un raonament matemàtic sobre les relacions d'aquestes. Per tant, els infants han de ser capaços de reconèixer, donar nom, construir, dibuixar, comparar les figures de dues i tres dimensions i descriure els atributs i els elements d'aquestes. A més a més, els infants també haurien de ser capaços de localitzar i descriure relacions espacials mitjançant coordenades geomètriques i altres sistemes de representació, així com reconèixer i aplicar les translacions i els girs, i reconèixer les figures que tinguin simetries. Segons aquests estàndards, els infants també haurien de crear imatges mentals de figures geomètriques i reconèixer les formes i les estructures geomètriques en l'entorn des de diferents perspectives.

¹ Podeu consultar la informació a *National Council of Teachers of Mathematics: Principles* (2000).

² Podeu consultar la informació a *Principios y Estándares para la Educación Matemática: Geometría estándar para la Etapa PRE-K-2*, 2000: p.100-105 .

El currículum Focal Points³ recomana quins continguts matemàtics s'han de treballar en l'àrea de geometria. Aquest també especifica quins continguts s'han de treballar a cada edat, però aquests continguts no són tan amplis com els estàndards.

A l'etapa Prekindergarten (3-4 anys) els infants han d'identificar les formes i descriure les relacions en l'espai, és a dir, els alumnes han de desenvolupar un raonament espacial examinant les formes dels objectes i fixant-se en la posició relativa de l'objecte (a dalt, a baix, els costats de, etc.). Els infants han de descriure aquestes formes amb les seves paraules, fixant-se amb les diferències de les figures de dues i tres dimensions.

Per altra banda a l'etapa Kindergarten (4-5 anys) els infants han de ser capaços d'interpretar les idees geomètriques, és a dir, identificar les formes, l'orientació d'aquestes i la seva posició relativa. A més a més, aquestes figures les han de descriure amb el vocabulari corresponent. Per tant, els infants han de descriure la varietat de formes bidimensionals (quadrat, cercle, rectangle, trapezi, hexàgons regulars) i la varietat de formes tridimensionals (esferes, cubs, cilindres).

I per últim, el Currículum del Segon Cicle d'Educació Infantil (Decret 181/2008)⁴ destinat a alumnes de 3-6 anys. El Currículum, comparat amb els documents esmentats anteriorment, no té un apartat específic per l'àrea de geometria. Per tant, no especifica ni descriu quins continguts geomètrics han d'aprendre els infants en aquestes edats. No obstant, esmenta en l'àrea de descoberta d'un mateix i dels altres, que els infants han d'experimentar i interpretar les sensacions i significats referits en l'espai (dintre-fora, davant-darrere, etc.).

Per altra banda, en l'àrea de descoberta de l'entorn, menciona que els infants han d'observar i identificar els diferents elements de l'entorn (objectes, materials, etc.), han d'identificar les figures de dues i tres dimensions, han de reconèixer les semblances i diferències dels objectes i materials (color, mida, grandària), i han de manipular objectes per conèixer les característiques i comparar-los.

³ Podeu consultar la informació a *Curriculum Focal Points for Prekindergarten through Grade 8 Mathematics*, 2006: p.12-13.

⁴ Podeu consultar la informació a "Decret 181/2008, de 9 de setembre, pel qual s'estableix l'ordenació dels ensenyaments del segon cicle d'educació infantil". *Diari Oficial de la Generalitat de Catalunya*, 16 de setembre de 2008, núm. 5216, p. 1-14.

3. DESENVOLUPAMENT COGNITIU I PROGRESSIU EN L'APRENTATGE MATEMÀTIC DELS INFANTS

3.1 CONEIXEMENT DELS INFANTS SOBRE LES FIGURES DE DUES DIMENSIONS

Segons Clements⁵, els infants de 4 a 6 anys comencen a reconèixer i a descriure les propietats de les figures. Però cal dir, que les seves explicacions són incomplertes, encara que tinguin una noció sobre aquestes. Per exemple, els infants solen dir que aquella figura és un quadrat perquè té quatre costats.

Segons Copley⁶, els infants aprenen geometria a través de la percepció i la manipulació, és a dir, segons el que toquen, veuen o manipulen. Aquest aspecte es podria relacionar amb el nivell concret de Bruner⁷, ja que els infants necessiten material concret per entendre una relació matemàtica i passar d'una estructura a una idea⁸. El primer que aprenen els infants sobre les figures geomètriques són els atributs com: el color, la mida, la textura, la posició i el material. Per altra banda, a Primària comencen a prendre més consciència de les característiques i les propietats de cada figura. No obstant, el més important és que la mestra els ajudi a desenvolupar l'habilitat d'analitzar i descriure les propietats de les figures, i no l'habilitat d'aprendre definicions sobre aquestes. D'aquesta manera, els infants entendran les propietats de les figures de dues dimensions, és a dir, les identificaran, les compararan, les classificaran, etc. Per tant, els alumnes no identificaran les figures només per la seva aparença, sinó que també les reconeixeran per les seves característiques. Quan entenen les propietats de les figures, en aquest cas les del triangle, solen arribar a la conclusió que la figura B és un triangle, igual que la figura A, perquè la figura B també té tres costats.

⁵ Podeu consultar la informació a *A Guide to Effective Instruction in Mathematics. Kindergarten to Grade 3: Geometry and Spatial Sense*, 2005:p.7.

⁶ Podeu consultar la informació a *A Guide to Effective Instruction in Mathematics. Kindergarten to Grade 3: Geometry and Spatial Sense*, 2005:p.7.

⁷ Podeu consultar la informació a D.H Allsopp, M.M Kyger i L.H Lovin, 2008.

⁸ Podeu consultar la informació a D.H Allsopp, M.M Kyger i L.H Lovin, 2008.

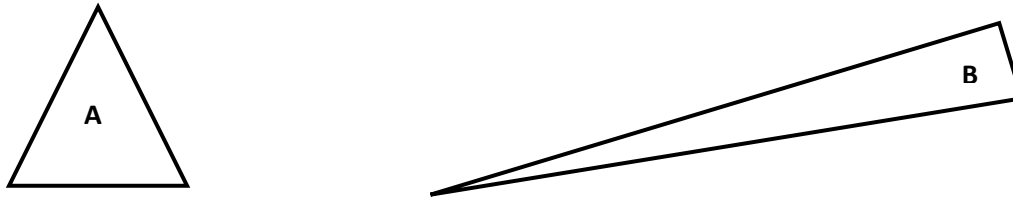


Figura 1⁹. Els alumnes solen reconèixer la figura B perquè té tres costats com la figura A.

Per altra banda, els infants han d'aprendre correctament el nom de les figures de dues dimensions, per tal que no hi hagin confusions amb les figures de tres dimensions, ja que en alguns casos, els infants anomenen "cercle" a una esfera o quadrat a un "cub"¹⁰.

3.2 PIAGET I EL CONCEPTE GEOMÈTRIC

Piaget¹¹ considera el coneixement com un resultat de l'acció sobre la realitat. No obstant, el coneixement no és una còpia de la realitat, sinó que és el resultat d'una construcció lògica. Cal dir, que per Piaget, la percepció és una part de la lògica del subjecte, ja que tot es relaciona amb la capacitat de percebre i la pròpia activitat lògica del subjecte. Tot això fa que es desenvolupi una construcció de coneixement lògic-matemàtic de l'individu. Aquest coneixement, però, no és directament transmissible del món exterior i de les persones que ens envolten, sinó que també hi ha d'haver un procés de descobriment personal.

Segons Piaget¹², les primeres interaccions que té l'infant amb el seu entorn estan relacionades amb experiències espacials, és a dir, explorar l'espai a partir dels seus moviments (canvis de posició). Els infants comencen a interaccionar amb el món a través dels seus sentits i això permet que l'infant vagi adquirint uns coneixements lògic-matemàtics. Cal dir, que aquestes experiències poden ser prèvies al llenguatge, ja que més tard l'infant comença a desenvolupar el llenguatge, de tal forma que tot el que fa adquireix significat per ell, en relació a l'entorn físic.

⁹ Figura extreta de *A Guide to Effective Instruction in Mathematics. Kindergarten to Grade 3: Geometry and Spatial Sense*, 2005:p.8.

¹⁰ Podeu consultar la informació a *A Guide to Effective Instruction in Mathematics. Kindergarten to Grade 3: Geometry and Spatial Sense*, 2005:p.8.

¹¹ Podeu consultar la informació a A. Martínez i Juan Rivaya, 1989: p.20 i 21.

¹² Podeu consultar la informació a Linda Dickson, Margaret Brown i Olwen Gibson, 1991: p.22 i 23.

Piaget¹³, després de varis experiments, va proposar una teoria relacionada amb els conceptes espacials de l'infant. Piaget afirma, igual que Copley, que l'infant passa per unes capacitats de percepció. Aquestes es desenvolupen fins a l'edat de dos anys (període sensoriomotor). Aquesta percepció ell la defineix com el reconeixement dels objectes o figures quan l'infant està en contacte directe amb ells/es. Per tant, els infants encara no tenen assolida la permanència de l'objecte.

Per altra banda, hi ha la representació. Aquesta capacitat es desenvolupa a partir dels dos anys i consisteix en la comprensió de la permanència de l'objecte encara que no estigui present, és a dir, l'infant té adquirida una imatge mental. Per tant, l'infant ja pot identificar formes a través del tacte i té la capacitat de crear figures mitjançant pals o dibuixos (imaginària mental). Cal dir, que als dos anys comencen a tenir la capacitat de reconstrucció d'imatges espacials, i que aquesta es va perfeccionant normalment als set anys.

Segons Bower¹⁴, els infants de solament 50-60 dies, poden aprendre a distingir rectangles de trapezis, en canvi segons Piaget, els infants els comencen a diferenciar als 5-6 anys i solament quan els infants poden manipular aquestes figures.

Cadascuna de les etapes de desenvolupament de Piaget, van relacionades a una determinada edat. Per tant, cada etapa determina un desenvolupament cognitiu caracteritzat per unes determinades accions i capacitats d'aquest, a més d'una adquisició de coneixement matemàtic en cadascuna d'aquestes. No obstant, en cada estadi, també hi ha una progressiva diferenciació de propietats geomètriques¹⁵ que ell anomena com:

- Topològiques: són les primeres representacions que té l'infant de l'espai. Aquestes corresponen a relacions de proximitat, separació, ordre, continuïtat i contorn. Aquestes representacions es van formant a partir de la percepció. Per exemple, palpant i manipulant determinades figures (línies, vèrtexs, etc.).
- Projectives: suposa la capacitat que té l'infant de predir quin aspecte tindrà aquell objecte al ser vist des de diferents angles. Per exemple, quan miren un llapis des d'una perspectiva en concret es pot veure un cercle.
- Mètriques: és la propietat relacionada amb les mides, distàncies i direccions que condueixen cap a les propietats de longituds, angles, àrees, etc. Per exemple, es pot distingir un rectangle d'un trapezi, si et bases en els angles i

¹³ Podeu consultar la informació a Linda Dickson, Margaret Brown i Olwen Gibson, 1991: p.22 i 23.

¹⁴ Podeu consultar la informació a Linda Dickson, Margaret Brown i Olwen Gibson, 1991: p.22 i 23.

¹⁵ Podeu consultar la informació a Linda Dickson, Margaret Brown i Olwen Gibson, 1991: p.23 i 24.

en la longitud dels costats de cada figura, per tant diferencien els objectes segons les seves propietats.

3.3 APORTACIONS D'ALTRES AUTORS SOBRE EL CONCEPTE GEOMÈTRIC DE PIAGET

Segons Lesh i Mierkewickz¹⁶ la percepció es contempla com un procés organitzatiu complex, que només es diferencia en grau a la representació. Per exemple, un infant pot anomenar correctament els triangles o els quadrats, però per fer-ho és necessari que l'infant disposi d'alguna representació mental d'aquestes figures, per tal de contrastar la seva percepció.

Segons Fuson i Murray¹⁷, els infants poden identificar les formes amb més facilitat a través del tacte si aquestes es fan més petites, ja que si manipulen formes majors i pot haver una dificultat en la identificació de la informació visual.

Coxford¹⁸ manté que molts conceptes topològics es poden desenvolupar al principi, mentre que altres d'aquests conceptes es poden desenvolupar més tard, després d'haver estat enteses altres idees mètriques o projectives.

3.4 ETAPES DE BRUNER

Bruner, Piaget i Montessori van considerar que l'aprenentatge és un procés de desenvolupament que passa per diferents nivells de comprensió i de complexitat. Aquests nivells es poden veure reflectits en l'ús de la seqüència d'ensenyament de Bruner, més concretament en el nivell concret, el nivell representacional i el nivell abstracte (CRA). Aquests nivells ajuden als infants a desenvolupar una comprensió en les idees matemàtiques i ajuden a construir un model de la realitat. Per tant, els infants tenen un coneixement més profund dels conceptes matemàtics i de les habilitats que estan aprenent. Per aquest motiu, abans de comprendre el nivell abstracte, el

¹⁶ Podeu consultar la informació a Linda Dickson, Margaret Brown i Olwen Gibson, 1991: p.25.

¹⁷ Podeu consultar la informació a Linda Dickson, Margaret Brown i Olwen Gibson, 1991: p.27.

¹⁸ Podeu consultar la informació a Linda Dickson, Margaret Brown i Olwen Gibson, 1991: p.27.

contingut s'ha de treballar a través d'un nivell concret (a través de material) o representacional (a través de dibuixos)¹⁹.

Per tant, segons Bruner²⁰, el procés d'aprenentatge matemàtic ha de tenir en compte unes etapes. Aquestes etapes són les següents:

- Manipulativa: en aquesta etapa els infants treballen el concepte matemàtic a través d'objectes i materials, en una situació real i concreta, per tal que aquesta situació sigui més significativa pels infants. Això permetrà que els infants ho percebin a partir de les seves accions concretes.
- Gràfica: en aquesta etapa, un cop han manipulat i percebut els objectes i els materials, els infants representen el concepte matemàtic en forma de dibuix o esquema gràfic.
- Simbòlica: en aquesta etapa els infants assimilen i representen el concepte matemàtic a través de símbols numèrics o text escrit.

Segons Hansen²¹, un aspecte important del treball de Bruner és la representació d'esdeveniments que nosaltres utilitzem per donar significat a algun aspecte, en aquest cas matemàtic. Per tant, Bruner creu que l'evolució de la ment és afectada per aquests tres aspectes i que els infants, a través d'aquests tres nivells de representació, poden aprendre matemàtiques a un nivell adequat pel desenvolupament del pensament matemàtic.

3.5 MODEL DELS NIVELLS DE VAN HIELE

L'aprenentatge de la geometria passa per uns determinats processos de pensament i coneixement, anomenats "els nivells de Van Hiele". Aquests nivells no van associats a l'edat, sinó que depèn de la correcta superació d'un nivell a un altre. Tot i així, l'edat si que està relacionada amb la quantitat i tipus d'experiències geomètriques que tenen els infants²².

El pas d'un nivell de pensament a un altre no és automàtic, és seqüencial. Perquè el subjecte arribi a un nivell superior al 0 ha d'experimentar amb el pensament geomètric

¹⁹ Podeu consultar la informació a D.H Allsopp, M.M Kyger i L.H Lovin, 2008.

²⁰ Podeu consultar la informació a Martín, 2003.

²¹ Podeu consultar la informació a Hansen, 2005.

²² Podeu consultar la informació a Juan D.Godino i Francisco Ruíz, 2002:p.499.

apropiat al seu nivell, i crear en la pròpia ment els tipus d'objectes o relacions per arribar a passar al nivell següent²³.

En quant al llenguatge utilitzat, si aquest llenguatge es troba en un nivell superior al que tenen els estudiants, pot ser que hi hagi hagut un error en la comunicació, és a dir, és probable que aquest aprenentatge hagi estat memorístic i pugui arribar a ser un èxit superficial. Per tant, pot ser que hagi construït alguna relació sobre algun aspecte geomètric, però que aquest no ho compregui²⁴.

Pierre Van de Hiele i Dina Van Diele-Geldof²⁵, van crear aquests nivells jeràrquics, per establir unes pautes que els ajudessin a conèixer i orientar el desenvolupament del pensament geomètric dels alumnes. Cadascun dels nivells descriu els processos de pensament que fan els infants davant d'una situació geomètrica. Aquests nivells són els següents²⁶:

- **Nivell 0: Visualització:** els alumnes identifiquen les figures i les anomenen basant-se en el seu aspecte físic i no per un anàlisi de les seves propietats. Per tant, reconeixen les figures segons la seva aparença. Per exemple, un quadrat girat pot ser que no el considerin un quadrat. No obstant, els alumnes poden parlar sobre alguna propietat de la forma, però no pensen explícitament sobre aquestes propietats. Ells no diferencien els atributs o els components de les figures.

Pel que fa al llenguatge, no utilitzen gaire el llenguatge geomètric per anomenar les figures pel seu nom, ja que identifiquen les figures amb el nom de porta, roda, diamant, etc.

- **Nivell 1: Anàlisi:** els alumnes comencen a conèixer els components de les figures, les seves propietats bàsiques i comencen a establir relacions entre figures, però d'una forma intuïtiva, experimental, i no d'una forma lògica. Per tant, comencen a identificar les propietats de les figures, però encara no estableixen relacions entre les famílies de polígons, ja que utilitzen les propietats de les figures com si fossin independents entre sí. Per exemple, ells són conscients que és un rectangle i un paral·lelogram, però no són conscients que el rectangle és un paral·lelogram, o tampoc són conscients que tots els quadrats són rectangles.

²³ Podeu consultar la informació a A. Martínez i Juan Rivaya, 1989.

²⁴ Podeu consultar la informació a Juan D.Godino i Francisco Ruíz, 2002:p.501.

²⁵ Podeu consultar la informació a Juan D.Godino i Francisco Ruíz, 2002: p.499.

²⁶ Podeu consultar la informació a Van de Walle, J. A, 2001; Juan D.Godino i Francisco Ruíz, 2002.

- **Nivell 2: Deducció informal:** en aquest nivell els alumnes ja són capaços de desenvolupar relacions entre les propietats de les figures. Per tant, les observacions van més enllà de les pròpies propietats i comencen a centrar-se en arguments lògics sobre aquestes. Per exemple, ells arriben a la conclusió que si el quadrat té quatre angles rectes i el rectangle també, el quadrat és un rectangle. Per tant, comencen a tenir més capacitat de raonament respecte a les figures geomètriques. No obstant, segueixen les demostracions però no entenen l'estructura, és a dir, són capaços de seguir uns passos individuals d'un raonament, però no són capaços d'assimilar-los en la seva globalitat. No són capaços d'entendre el significat d'una demostració.
- **Nivell 3: Deducció:** els alumnes no només són capaços d'examinar les propietats de les formes, sinó que van més enllà, és a dir, comencen a realitzar definicions, teoremes, etc. Ells comencen a desenvolupar i a considerar que tot això és un medi necessari per establir la veritat geomètrica. A més a més, són capaços de treballar amb enunciats abstractes sobre propietats geomètriques i arribar a conclusions basades més en la lògica que en la intuïció.
- **Nivell 4: Rigor:** aquest nivell és el més alt de la jerarquia. En aquest, els alumnes coneixen l'existència de diferents sistemes axiomàtics, és a dir, teoremes, i els poden analitzar i comparar. A més a més, poden treballar de manera més abstracte la geometria, sense la necessitat d'exemples concrets.

3.6 PROPOSTES D'ENSENYAMENT RELACIONADES AMB ELS NIVELLS DE VAN HIELE

L'experiència geomètrica és el principal factor que influeix en l'evolució dels nivells de l'aprenentatge de la geometria, més concretament en els nivells de Van Hiele²⁷.

La mestra ha d'intentar proposar i realitzar activitats que permetin als infants explorar i parlar sobre el que han viscut, interactuar sobre quins coneixements tenen, per tal que els infants puguin arribar a uns coneixements superiors respecte als que ja posseeixen. Per arribar a tots aquests objectius, cal que es segueixin unes característiques en les activitats en cada un d'aquests nivells²⁸:

- Característiques de les activitats del nivell 0: en aquest nivell la mestra ha de proposar activitats on els infants puguin classificar, identificar i descriure les diferents

²⁷ Podeu consultar la informació a Juan D.Godino i Francisco Ruíz, 2002: p.501.

²⁸ Podeu consultar la informació a Juan D.Godino i Francisco Ruíz, 2002: p.501 i 502.

formes geomètriques. En aquest cas, l'infant ha de començar a veure les diferències que presenten les diferents formes geomètriques, centrant-se més en l'aparença, és a dir, si la figura és igual o diferent, si presenta més vèrtexs que una altra, si té més costats que una altra, entre d'altres. És important que en totes aquestes accions l'infant tingui a l'abast models físics, per tal de poder-los manipular i veure més clarament quines diferències tenen. Per altra banda, la mestra ha de proporcionar una gran varietat de formes, per tal que els infant es puguin anar familiaritzant. Per exemple, no mostrar un tipus de triangle, sinó mostrar les varietats de triangles que hi ha, o mostrar les figures amb girs, per tal que els infants reconeixin que un quadrat, encara que estigui girat, segueix essent un quadrat. En aquest nivell, la mestra ha de proporcionar activitats on els alumnes hagin de construir, dibuixar, compondre i descompondre diferents formes, amb materials com el geoplà, el tangram, etc.

- Característiques de les activitats del nivell 1: en aquest nivell la mestra ha de proporcionar activitats on els infants centrin més l'atenció en les propietats de les figures. Per tant, proposar activitats on els infants hagin de definir, mesurar i observar les figures, per tal de concretar més en les propietats de les figures geomètriques. Per exemple, fer activitats on els infants identifiquin què tenen en comú un seguit de figures, què no tenen en comú, quines propietats tenen, etc. Per altra banda, la mestra ha d'identificar i resoldre els problemes de cada infant, tenint en compte i transmetent als infants la importància de les propietats de les formes i els conceptes d'aquestes.

Un altre dels aspectes que la mestra ha de tenir en compte, és que ha de continuar utilitzant models concrets que permetin l'exploració de diverses propietats de les figures. La mestra pot utilitzar les formes de les activitats del nivell 0, per tal que l'infant passi amb més facilitat d'un nivell a un altre.

3.7 CONEIXEMENTS DE GEOMETRIA DELS INFANTS SEGONS MARIA ANTÒNIA CANALS

Afirma Maria Antònia Canals²⁹ que “un dels pilars fonamentals de l'ensenyament de les matemàtiques és el coneixement de la matèria. I l'altre, una bona didàctica, element imprescindible per tal que el saber de l'un esdevingui descoberta de l'altre.”. Per tant, els mestres han de tenir un coneixement favorable de la lògicomatemàtica,

²⁹ Podeu consultar la informació a Purificació Biniés Lanceta, 2008:p.13.

per tal d'ensenyar una mecànica correcta als infants, i així els infants poder comprendre el concepte matemàtic correctament i favorablement.

Maria Antònia Canals³⁰ defineix la geometria com “el coneixement de les formes, de les transformacions i de les relacions de posició en l'espai.”. Per tant, ella considera que la geometria s'ocupa de tres tipus de coneixement. Tots aquests coneixements estan relacionats amb l'espai. Aquests són els següents³¹:

- Les relacions de posició de l'espai: aquesta fa referència a la relació d'ordre entre els diferents objectes. Per tant, la necessitat que té l'infant de situar-se en l'espai (dreta, esquerra, davant, darrere, nord, est, entre d'altres).

- Les formes que trobem a la vida: a la nostra vida quotidiana ens trobem diferents formes en l'entorn o en l'espai. Aquestes formes s'estructuren en diferents categories (figures d'una sola dimensió, figures de dues dimensions i figures de tres dimensions). Els infants aniran reconeixent i s'aniran fixant en les característiques i propietats de les figures al llarg de la seva experiència en la vida quotidiana.

- Els canvis de posició o de forma: aquests canvis s'anomenen transformacions geomètriques. Maria Antònia Canals compara aquestes transformacions geomètriques amb operacions de càlcul, és a dir, les defineix com les operacions de la geometria. Cal dir, que hi ha transformacions de diferents tipus, per exemple, quan projectem una imatge petita en un projector, on la imatge de la forma es veu més gran a la pantalla.

Segons Maria Antònia Canals³² s'ha de proposar una metodologia, per tal que els infants arribin als tres tipus de coneixements anteriors. Aquesta metodologia consta de tres fases on podem trobar continguts procedimentals bàsics en l'aprenentatge de la geometria:

- La primera fase està relacionada amb el treball a partir dels moviments, és a dir, el primer concepte de la geometria que hem de treballar amb els infants és la posició de l'espai, ja que els infants relacionen primer els objectes o les formes respecte a ells mateixos, i després ho fan a partir dels objectes entre ells³³. Els infants, des de molt petits, comencen a captar aspectes geomètrics, a partir de la percepció motora i sensorial. Això els permet crear un esquema

³⁰ Podeu consultar la informació a Purificació Biniés Lanceta, 2008:p.33.

³¹ Podeu consultar la informació a Purificació Biniés Lanceta, 2008:p.37.

³² Podeu consultar la informació a Maria Antònia Canals, 2011:p.69.

³³ Podeu consultar la informació a Purificació Biniés Lanceta, 2008:p.38.

mental de l'espai, que els conduirà cap a un coneixement geomètric, conceptual i abstracte.

- La segona fase està relacionada amb els materials. Després que els infants hagin treballat la noció geomètrica a través dels moviments, aquests han de complementar aquest coneixement representant les formes i les figures amb diferents materials. Amb l'expressió plàstica es pot facilitar l'observació i el reconeixement de les propietats.
- La tercera fase es basa en treballar algunes nocions geomètriques a partir de llibres o fitxes de treball. El dibuix no ha de ser mai el punt de partida per l'aprenentatge de la geometria, però sí que és un aspecte que ajuda a assumir aquest aprenentatge.

Maria Antònia Canals³⁴ afirma que en aquestes fases és important que els infants tinguin clar què són les formes d'una sola dimensió, de dues dimensions i de tres dimensions. Pel que fa a les diferents formes, els infants no les han de veure com una cosa estàtica, sinó com una cosa en moviment. Aquest coneixement però, s'ha d'anar adquirint harmònicament, per tal d'anar adquirint diverses nocions de formes, de posició i de transformacions. Per altra banda, aquest aprenentatge s'ha d'acompanyar amb la manipulació i amb la vivència motriu, ja que el desplaçament motriu i la manipulació amb tot el seu cos, els permet veure les propietats geomètriques.

Finalment, com diu Maria Antònia Canals³⁵, els infants de 3 a 6 anys poden situar els objectes i poden relacionar les formes entre elles, sempre que siguin criteris senzills. També poden identificar línies, superfícies i volums. Per tant, els infants de finals de parvulari ja poden identificar les figures bidimensionals, la superfície i la línia que les limita.

4. TRANSFORMACIONS

Segons Maria Antònia Canals³⁶, les transformacions són els canvis de forma, de posició o de totes dues coses, és a dir, que en aquella mateixa figura s'hagi produït un canvi en la forma i en la seva posició en l'espai. Aquests canvis normalment són deguts als moviments, però tot i així, també es pot produir un canvi de lloc en un mirall.

³⁴ Podeu consultar la informació a Purificació Biniés Lanceta, 2008:p.38

³⁵ Podeu consultar la informació a Maria Antònia Canals, 2011:p.70.

³⁶ Podeu consultar la informació a Maria Antònia Canals, 2009: p.15.

Les transformacions geomètriques són les que es produeixen en l'espai i aquestes els poden ajudar a conèixer millor les figures així com les propietats d'aquestes. No obstant, tota transformació geomètrica necessita com qualsevol operació, un element o figura inicial, un canvi i un element o figura final. Canals³⁷ centra les transformacions geomètriques en tres tipus:

- **Transformacions topològiques:** aquestes tracten d'un canvi en la forma, en la posició i en la mida de la figura. Però tot i així, la figura conserva les seves propietats bàsiques (línia tancada, interseccions, etc.). El pas d'una figura a una altra es pot anomenar deformació elàstica, ja que canvien les línies rectes, els angles, les mides, etc. Aquest canvi crea la dificultat de trobar els punts semblants entre la figura inicial i la final. Ara bé, no es pot canviar completament la forma, és a dir, no es pot trencar cap línia o part de la figura i no es pot canviar el nombre de dimensions. Cal dir que tampoc canvia l'ordre de l'espai, la continuïtat o la separació. Un exemple pot ser el resultat d'una rajola de fang deformada i una altra que no. Aquí observaran que les línies han deixat de ser rectes, i que ara, aquella rajola, ha deixat de ser un quadrat, entre d'altres.
- **Transformacions projectives:** aquestes transformacions només són aplicables en les figures planes. Aquestes canvien la posició i la forma de la figura, és a dir, les distàncies i l'amplitud dels angles, però no canvien les línies rectes, corbes, entre d'altres. Un exemple poden ser les projeccions o les ombres.
- **Transformacions mètriques:** aquestes transformacions es poden aplicar tant a figures planes com a figures amb volum. Aquestes no canvien la forma de la figura, per tant, respecten les distàncies i els angles. No obstant, canvien la posició en l'espai de la figura. Les transformacions mètriques són:
 - Translacions: desplaçament de la figura sense canvi de direcció, sentit i longitud.
 - Girs: la figura canvia de posició realitzant un gir de menys o més graus cap a un sentit.
 - Simetries: la figura queda orientada al sentit contrari, però a igual distància que l'eix de simetria de la figura inicial.

³⁷ Podeu consultar la informació a Maria Antònia Canals, 2009.

5. CONCEPTE GEOMÈTRIC

5.1 REPRESENTACIÓ GRÀFICA ESTEREOTIPADA

Segons Scaglia i Moriena³⁸ una representació gràfica estereotipada és un dibuix o figura que reflexa un exemple d'un objecte matemàtic. Aquesta representació posseeix certes característiques visuals que influeixen en la identificació de les figures quan la representació no és l'habitual o l'estereotipada.

La representació gràfica estereotipada crea un esquema mental a l'infant que sovint difereix en el reconeixement de les figures geomètriques, ja que l'infant reconeix o posseeix un concepte geomètric concret. Per aquest motiu, molts infants tenen dificultats per reconèixer un canvi de posició en la figura, per exemple un quadrat girat³⁹.

Aquestes representacions les trobem habitualment, quan un infant dibuixa o identifica un rectangle o un quadrat estereotipat i no reconeix les representacions gràfiques no estereotipades d'aquests. Normalment, predominen les representacions estereotipades de les formes geomètriques que els infants veuen en el seu entorn. No obstant, també predominen les representacions gràfiques que es veuen amb més freqüència o repetició. Això fa que els infants necessitin la presentació d'aquella figura, per tal de reconèixer-la. Scaglia i Moriena⁴⁰ confirmen que molts problemes d'aquests són causats perquè no es treballa a partir de la geometria mètrica.

A continuació es poden veure uns exemples de representacions gràfiques estereotipades i no estereotipades d'algunes figures geomètriques:

³⁸ Podeu consultar la informació a Scaglia i Moriena, 2005.

³⁹ Podeu consultar la informació a Scaglia i Moriena, 2005.

⁴⁰ Podeu consultar la informació a Scaglia i Moriena, 2005.

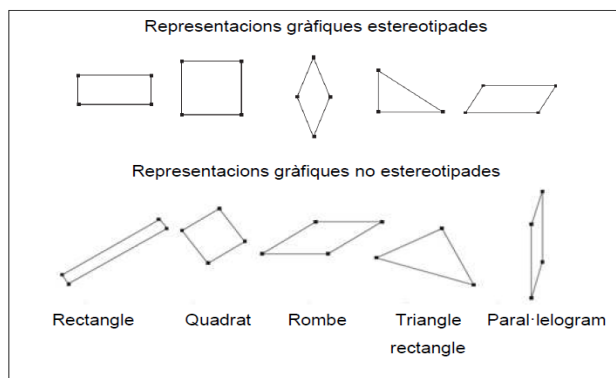


Figura 2 ⁴¹. Alguns exemples de representacions gràfiques estereotipades i no estereotipades.

5.2 PROTOTIPS

Segons Scaglia i Moriena⁴² un prototip és el model d'imatge o l'esquema mental que tenen els infants d'uns atributs conceptuals determinats i d'un concepte geomètric determinat. Moltes vegades aquests prototips són creats per models que han incorporat repetidament els mestres i els llibres de text sobre unes representacions gràfiques estereotipades, que tenen determinats atributs, que fa que els infants, a partir d'aquestes representacions, modelitzin el concepte i identifiquin únicament algunes figures geomètriques.

No obstant, com diuen Scaglia i Moriena⁴³ els prototips (esquemes mentals) que condueixen aquestes representacions gràfiques estereotipades són fonamentals per a l'aprenentatge de la geometria, ja que ajuden a l'infant a tenir punts de referència cognitius. Per tant, aquests prototips poden causar inconvenients o avantatges respecte a la identificació de les figures geomètriques.

Pozo⁴⁴ afirma que "els prototips són exemples que tenen un major "semblant familiar" a la resta d'exemples del concepte." Per tant, un prototip és aquell exemple real o ideal de figures geomètriques que els infants veuen amb més freqüència tenint en compte els atributs.

⁴¹ Figura extreta de Scaglia i Moriena, 2005: p.115.

⁴² Podeu consultar la informació a Scaglia i Moriena, 2005.

⁴³ Podeu consultar la informació a Scaglia i Moriena, 2005.

⁴⁴ Podeu consultar la informació a Scaglia i Moriena, 2005:p.109.

Per altra banda, Schwarz i Herszkowitz⁴⁵ afirmen que “cada concepte té un o varis exemples prototípics que s’adquireixen primer; aquests exemples prototípics són en general els que tenen major llista d’atributs, tots aquests atributs poden ser atributs crítics dels conceptes o també, poden ser atributs propis (aquells atributs que només tenen exemples prototípics).” Alguns atributs propis d’exemples prototípics segons Herszkowitz⁴⁶ són:

- “La posició horitzontal/vertical de l’angle recte del triangle rectangle prototípic.”
- “Els quatre costats i els quatre angles iguals del quadrat constitueixen atributs propis del quadrat, per tant, aquesta figura geomètrica és un exemple prototípic de quadrilàter.”
- “Pel concepte d’altura, l’atribut ha d’estar dins del triangle.”

Segons Matos⁴⁷, les característiques principals dels prototips són, la posició preferida, la simetria i la forma balancejada globalment. La posició preferida representa aquells triangles, quadrats, rectangles i paral·lelograms que tenen una base horitzontal. Per altra banda, la simetria s’exemplifica quan els alumnes no reconeixen els triangles obtusangles que tenen com a base el costat més petit, o triangles rectangles que es confonen com si fossin mig triangle. Per últim, la forma balancejada globalment s’exemplifica en els casos on els alumnes no reconeixen els triangles “prims”, “punxeguts”, o quadrats extremadament petits.

6. ESTRATÈGIES D’AVALUACIÓ, D’ENSENYAMENT I APRENTATGE

Keeley i Tobey⁴⁸, plantegen un conjunt d’estratègies que serveixen per analitzar conceptes, observar quines són les dificultats que presenten els alumnes, avaluar els errors, propiciar el feedback per millorar el treball, identificar la comprensió de conceptes, reflexionar sobre el seu aprenentatge, en definitiva, observar el procés d’aprenentatge de cada infant per tal d’elaborar activitats i adaptar-les al nivell de cada alumne.

Algunes de les estratègies que presenten aquests autors són:

⁴⁵ Podeu consultar la informació a Scaglia i Moriena, 2005: p.109.

⁴⁶ Podeu consultar la informació a Scaglia i Moriena, 2005: p.109 i 110.

⁴⁷ Podeu consultar la informació a Scaglia i Moriena, 2005.

⁴⁸ Podeu consultar la informació a Page Keeley i Cheryl. R Tobey, 2011.

❖ **Estratègia 2: Cercles d'acord (Agreement circles)**

Aquesta estratègia permet, principalment, activar el pensament dels estudiants, propiciar un feedback entre els alumnes i defensar les seves idees. Aquesta consisteix en que els alumnes es col·loquin al mig d'un cercle gran marcat a terra. Quan estan tots enmig del cercle, la mestra o algun infant proposa alguna afirmació. A continuació, els que estan d'acord amb l'afirmació es queden dins del cercle, i els que estan en desacord, surten fora del cercle. Un cop els alumnes queden dividits en dos grups, cada grup ha de defensar les seves idees en relació a l'afirmació.

❖ **Estratègia 17: Quatre cantonades (Four corners)**

Aquesta estratègia s'utilitza principalment quan es fan preguntes en alguna activitat. A través de les preguntes fetes, els alumnes que tenen les respostes similars es poden agrupar col·locant-se a la mateixa cantonada. Un cop distribuïts els alumnes en una de les quatre cantonades, aquests poden debatre i defensar la seva resposta.

❖ **Estratègia 31: Preguntes amb pals (Popsicle stick questioning)**

Aquesta estratègia s'utilitza, principalment, per escollir els alumnes sense aixecar la mà. D'aquesta manera s'escullen els alumnes que volen ser avaluats, encara que sembli que són triats de "forma aleatòria". Primerament, s'escriuen el nom dels alumnes en pals. Seguidament, a dins d'una copa interior, es posen els pals dels alumnes que volen ser preguntats, i dins de la tassa opaca els altres. D'aquesta manera, es preguntarà a l'alumne que volem que sigui preguntat, encara que sembli que l'elecció ha estat de forma aleatòria.

❖ **Estratègia 42: Temps d'espera (Wait time variations)**

Aquesta estratègia també s'anomena "la pausa miraculosa". Aquesta estratègia es basa en l'interval de temps que hi ha entre el moment que el mestre fa la pregunta i el moment en que l'alumne respon. Aquesta estratègia s'utilitza, principalment, perquè quan els mestres incrementen el temps d'espera en com a mínim tres segons, incrementa la participació, les preguntes són més detallades, els resultats milloren i el pensament complex augmenta.

❖ **Estratègia 43: Pissarres (Whiteboarding)**

Aquesta estratègia s'utilitza principalment quan es vol animar als alumnes a exposar el seu pensament i defensar-lo en gran grup. L'alumne utilitza la pissarra per dibuixar i expressar les seves idees en relació a la pregunta que li ha fet la mestra. D'aquesta

manera, l'alumne, en funció del que ha fet a la pissarra, pot comunicar i defensar les seves idees als companys i a la mestra.

7. ERROR

Segons Franchi i Hernández⁴⁹ "l'error, com tota activitat humana, està vinculat al procés d'ensenyança-aprenentatge." Les dificultats que tenen els alumnes sobre algun aspecte matemàtic es veu a partir dels seus errors. Per tant, segons les autores, és important veure el significat del seu error i l'origen d'aquest.

Borasi⁵⁰ no associa l'error a la resposta que dona l'alumne respecte al que desitja el mestre o el que ha transmès aquest, sinó que considera que l'error és una font d'informació que ajuda al docent a observar el que han après els alumnes i el com ho han fet.

Per Piaget⁵¹ "l'error és una contradicció, conflicte o error en la teoria que explica determinats fenòmens." I també defineix l'equivocació, com el fet de no aconseguir resoldre un problema, és a dir, l'alumne no és capaç de construir els mitjans o les estratègies necessàries per la solució del problema.

Per altra banda, Socas⁵² afirma que l'error és "la presència d'un esquema cognitiu inadequat en l'alumne i no solament una conseqüència d'una falta específica de coneixement o distracció."

Brousseau⁵³ afirma que l'error "a més a més de ser un efecte de la ignorància, de la inseguretad o de l'atzar, pot sorgir com un resultat d'un coneixement anterior, que tenia el seu interès, el seu èxit, però que alhora es revela fals o simplement inadaptat." Aquests errors no els considera erràtics o imprevisibles, sinó que són causats per obstacles, és a dir, al principi ha estat un concepte que ha estat eficient per resoldre algun problema, però quan aquest concepte s'aplica a algun altra tipus de problema, falla. Per tant, aquest concepte, obstacle en alguns casos, crea una barrera per un aprenentatge posterior.

⁴⁹ Podeu consultar la informació a Franchi i Hernández de Rincón, 2004:p.64.

⁵⁰ Podeu consultar la informació a Franchi i Hernández de Rincón, 2004.

⁵¹ Podeu consultar la informació a Franchi i Hernández de Rincón, 2004:p.65.

⁵² Podeu consultar la informació a Franchi i Hernández de Rincón, 2004:p.65.

⁵³ Podeu consultar la informació a Franchi i Hernández de Rincón, 2004:p.66.

7.1 ERRORS ENTORN LA GEOMETRIA

Segons Hershkowitz⁵⁴ els alumnes tenen dificultats en identificar i comprendre les propietats de les formes bidimensionals del seu entorn, ja que aquests contínuament estan envoltats per prototips de formes. Per tant, cada alumne aprèn les definicions i les propietats de cada forma a partir del que se li mostra.

Els alumnes poden cometre diferents errors entorn la geometria, alguns d'aquests errors es mostren a continuació.

Els alumnes només identifiquen la figura B com un quadrat i la figura C com un triangle, ja que la figura A la reconeixen com un diamant o un estel, i a la figura D no la reconeixen com un triangle. Això passa perquè l'alumnat només ha vist quadrats i triangles prototípics, i per tant, no han explorat les diferents rotacions que poden tenir aquestes formes. Per aquest motiu, només reconeixen les formes quan tenen línia horitzontal a la base de baix⁵⁵.

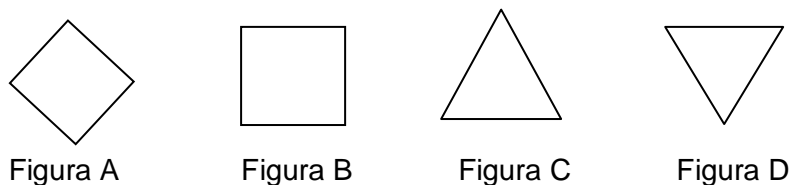


Figura 3⁵⁶. Alumnes només reconeixen com a quadrat la figura B i com a triangle la figura C.

Els alumnes només reconeixen el grup A com a triangles, i en canvi, el grup B, no el reconeixen com a triangles. Això passa perquè els infants només han vist unes imatges prototípiques dels triangles i no han explorat diferents rotacions d'aquests. Per tant, els alumnes només reconeixen els triangles quan tenen la base de baix i són triangles equilàters o rectangles⁵⁷.

⁵⁴ Podeu consultar la informació a Hansen, 2005.

⁵⁵ Podeu consultar la informació a Hansen, 2005.

⁵⁶ Figura extreta de Hansen, 2005: p.83.

⁵⁷ Podeu consultar la informació a Hansen, 2005.

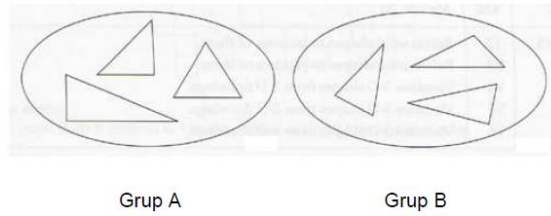


Figura 4⁵⁸. Els alumnes només reconeixen els triangles del grup A.

Els alumnes creen la seva pròpia lògica de les imatges que han explorat. Ells reconeixen les tres primeres formes com a polígons perquè els han ensenyat que tots els quadrats, triangles i rectangles ho són. No obstant, les altres formes que coneixen com semicercle i lluna creixent, també les reconeixen com un polígon. L'última imatge també la reconeixen com un polígon perquè té quatre costats com el quadrilàter. Això passa perquè encara no saben que els polígons han de ser tancats, plans i amb línies rectes⁵⁹.

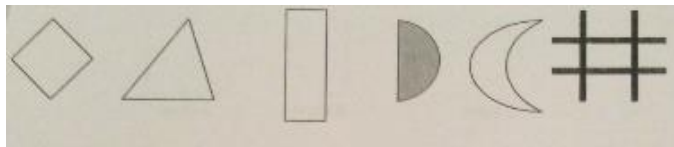


Figura 5⁶⁰. Els alumnes reconeixen totes aquestes formes com a polígons.

Els alumnes diuen que el cercle té un costat perquè quan el dibuixen o el retallen solament segueixen una línia. Per tant, els alumnes no identifiquen el cercle amb un nombre infinit de costats, ja que ells no han tingut l'oportunitat de considerar que cada vegada que incrementa el nombre de costats d'un polígon s'assembla més a un cercle⁶¹.

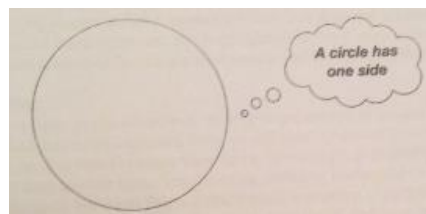


Figura 6⁶². Els alumnes afirmen que el cercle té solament un costat.

⁵⁸ Figura extreta de Hansen, 2005:p.84.

⁵⁹ Podeu consultar la informació a Hansen, 2005.

⁶⁰ Figura extreta de Hansen, 2005: p.85.

⁶¹ Podeu consultar la informació a Hansen, 2005.

⁶² Figura extreta de Hansen, 2005: p.86.

Els alumnes identifiquen cada una d'aquestes figures, però no entenen que un quadrat és un particular exemple d'un rectangle, i que un quadrat i un rectangle són exemples de paral·lelograms. Això passa perquè els infants només han vist unes imatges prototípiques i no han explorat les propietats que tenen el quadrat, el rectangle i els paral·lelograms. Per tant, quan els infants fan aquests errors, podríem dir que es troben al nivell de "visualització" de Van Hiele, ja que encara no troben una relació entre les propietats de les formes⁶³.



Figura 7⁶⁴. Els alumnes no entenen que un quadrat és un exemple de rectangle i que el quadrat i el rectangle són paral·lelograms.

Els infants només reconeixen la figura A com a triangle perquè és semblant a la imatge mental que tenen d'aquesta figura. En canvi, la figura B no la reconeixen com un triangle, perquè diuen que aquesta és massa llarga i prima per ser un triangle. Per tant, aquest error passa perquè els alumnes encara no tenen clar les propietats del triangle i els costa identificar-lo⁶⁵.

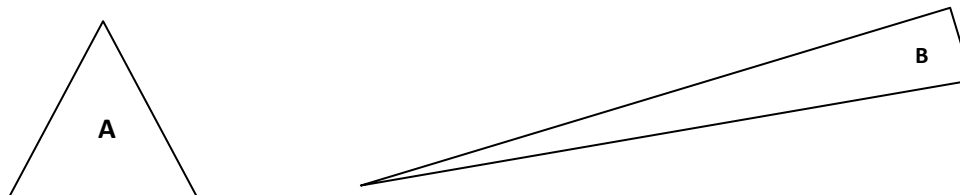


Figura 8⁶⁶. Els alumnes identifiquen la figura A com un triangle, però la B no la reconeixen com un triangle.

Els alumnes saben que els quadrats tenen quatre costats de la mateixa mida, i per aquest motiu, no tenen dificultats per reconèixer que la figura A, B i C és un quadrat. En canvi, els alumnes no saben que els quadrats tenen els angles rectes, per tant, tenen dificultats per reconèixer si la figura D és un quadrat. Aquest error succeeix

⁶³ Podeu consultar la informació a Hansen, 2005.

⁶⁴ Figura extreta de Hansen, 2005:p.88.

⁶⁵ Podeu consultar la informació a *A Guide to Effective Instruction in Mathematics. Kindergarten to Grade 3: Geometry and Spatial Sense*, 2005.

⁶⁶ Figura extreta de *A Guide to Effective Instruction in Mathematics. Kindergarten to Grade 3: Geometry and Spatial Sense*, 2005:p.8.

perquè els infants encara no tenen clar les propietats d'aquesta forma, és a dir, el concepte que tenen d'aquesta forma és incomplet⁶⁷.

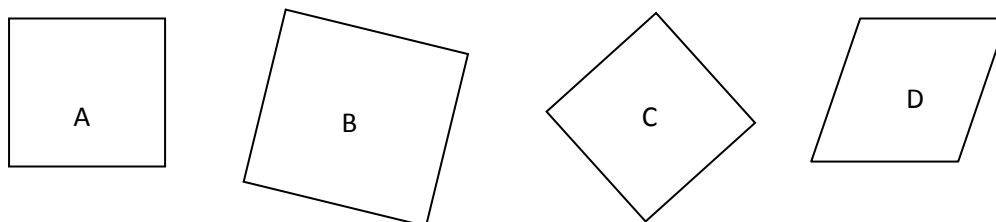


Figura 9⁶⁸. Els alumnes reconeixen la figura A, B, C com un quadrat, però tenen dificultat per decidir si la figura D és un quadrat.

Els alumnes identifiquen aquestes formes com a triangles, ja que les reconeixen i les identifiquen per la seva aparença i no pensen sobre les propietats que poden tenir aquestes⁶⁹.



Figura 10⁷⁰. Els alumnes identifiquen aquestes formes com a triangles.

Els alumnes identifiquen aquestes formes com a rectangles, perquè les reconeixen i les identifiquen per la seva aparença. Per posar un exemple, els infants reconeixen que la forma és un rectangle perquè és com una porta. Per tant, com en les formes de la figura 10, els infants encara no pensen sobre les propietats que té un rectangle⁷¹.

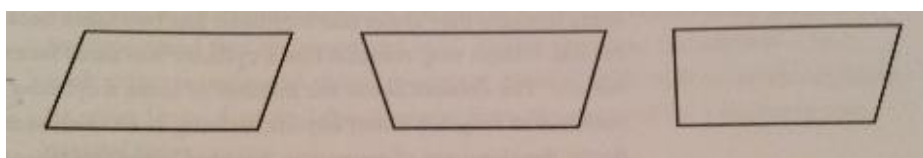


Figura 11⁷². Els alumnes identifiquen aquestes formes com a rectangles.

⁶⁷ Podeu consultar la informació a *A Guide to Effective Instruction in Mathematics. Kindergarten to Grade 3: Geometry and Spatial Sense*, 2005.

⁶⁸ Figura extreta de *A Guide to Effective Instruction in Mathematics. Kindergarten to Grade 3: Geometry and Spatial Sense*, 2005:p.11.

⁶⁹ Podeu consultar la informació a *A Guide to Effective Instruction in Mathematics. Kindergarten to Grade 3: Geometry and Spatial Sense*, 2005.

⁷⁰ Figura extreta de *A Guide to Effective Instruction in Mathematics. Kindergarten to Grade 3: Geometry and Spatial Sense*, 2005:p.16.

⁷¹ Podeu consultar la informació a *A Guide to Effective Instruction in Mathematics. Kindergarten to Grade 3: Geometry and Spatial Sense*, 2005.

⁷² Figura extreta de *A Guide to Effective Instruction in Mathematics. Kindergarten to Grade 3: Geometry and Spatial Sense*, 2005:p.16.

7.2 ESTRATÈGIES O INSTRUCCIONS PER PREVENIR ELS ERRORS

Bamberger, Oderdof i Schultz-Ferrell⁷³ proposen unes estratègies i idees per prevenir els errors i poder millorar l'aprenentatge dels alumnes respecte a la geometria, més concretament les figures de dues dimensions. A través d'aquestes propostes ajudaran als infants a identificar i entendre les formes, i a més a més, a entendre el concepte i les propietats que creen aquella forma.

Una d'aquestes propostes és que l'alumnat surti a identificar i a reconèixer formes geomètriques que es troben a la classe, a l'escola o a casa. A través d'aquests llocs, els alumnes poden trobar formes geomètriques específiques, dibuixar-les, i fins i tot, indicar en quin lloc les han trobat.

Una altra idea és que els alumnes combinin la geometria amb els conceptes numèrics, és a dir, els alumnes hauran de comptar quantes figures geomètriques hi ha, tenint en compte cada tipus de figura (rectangles, quadrats, triangles, cercles), la seva mida, el seu color, la seva posició, etc.

També es pot utilitzar la literatura per introduir conceptes matemàtics sobre les formes. Els alumnes poden relacionar la literatura amb les matemàtiques, identificant exemples de figures geomètriques bidimensionals. En els llibres poden trobar diferents representacions de figures, de diferents mides, posicions, etc.

Una altra proposta és elaborar "targetes de conceptes" d'exemples i no exemples de figures geomètriques. Aquestes targetes han de contenir bons exemples, per tal que els alumnes explorin una varietat d'atributs d'aquella figura geomètrica, i així reconeixin les propietats importants de cada forma geomètrica.

Per altra banda, s'ha d'intentar encoratjar els alumnes a descriure, dibuixar, crear, identificar i classificar les formes.

També, es poden fer jocs com "Endevina la meva figura", on l'alumne ha de dibuixar una figura segons les consignes que li doni el seu company.

Per últim, també es poden afegir altres conceptes geomètrics en les activitats de figures geomètriques, com transformar figures a través de rotacions, combinar figures, etc. Això es pot fer a través de diferents materials, com els geoplans. Gràcies a aquests materials es pot observar quines figures són regulars i quines irregulars.

⁷³ Podeu consultar la informació a Honi.J, Bamberger, Christine, Oberdof i Karren Schultz- Ferrell, 2010.

8. METODOLOGIA

En aquest apartat esmentaré quins paradigmes d'investigació he portat a terme per realitzar aquest treball, en quina orientació metodològica es basa la meua investigació, quines són les dimensions i aspectes concrets de l'estudi, quins són els instruments utilitzats i quin és el procediment que he seguit per portar a terme aquesta investigació.

8.1 PARADIGMES D'INVESTIGACIÓ

Aquesta recerca es basa en dos paradigmes, el paradigma positivista i el paradigma sociocrític. El paradigma positivista es basa en un paradigma quantitatiu, ja que a través de la meua intervenció, comprovaré quina evolució hi ha hagut en el coneixement de les figures bidimensionals, més concretament en el triangle, el cercle, el quadrat i el rectangle. Aquesta evolució, aquest canvi i millora en la realitat, la podré observar a través de tests, gràfics, estadístiques, dades quantitatives, etc. Aquests resultats em permetran verificar i observar el que esmenten diferents autors sobre els coneixements i les dificultats que tenen els infants en la geometria. La recollida de dades i el tractament d'aquestes em permetrà obtenir una informació objectiva i fiable d'aquest estudi.

Per altra banda, el paradigma sociocrític es basa en un paradigma qualitatiu. A través de la planificació de la meua intervenció, aplicaré unes millores que em permetin observar els canvis i l'evolució en els resultats dels infants respecte a l'aprenentatge de les figures de dues dimensions. Des del paradigma sociocrític, es dóna molta importància als aspectes qualitatius i a la comunicació personal, com les verbalitzacions dels alumnes i els diàlegs que s'han produït durant la investigació. Tanmateix, des d'aquest paradigma, jo seré un subjecte més de la investigació i implicaré als alumnes a que siguin conscients del seu propi aprenentatge i reflexionin sobre aquests coneixements.

Per tant, en aquest treball, es comprovaran quins coneixements tenien abans i quins coneixements tindran després els infants respecte a les figures bidimensionals. Aquestes millores i canvis, és a dir, aquesta possible transformació, tindrà a veure en les activitats que portaré a terme a l'aula.

8.2 ORIENTACIÓ METODOLÒGICA

Aquesta investigació s'acull a una orientació metodològica com és la d'investigació-acció. Aquesta orientació metodològica té a veure amb la meua recerca, ja que a partir de la identificació dels coneixements i les dificultats que tenen els alumnes respecte a les figures geomètriques de dues dimensions, intentaré millorar aquests coneixements a través de la meua intervenció i seguidament avaluaré els resultats obtinguts. A partir d'aquests resultats, observaré si els infants han millorat o no el seu nivell d'aprenentatge respecte a les figures de dues dimensions. Això em permetrà valorar si la meua intervenció ha estat eficaç, i si m'ha ajudat a aconseguir tots els objectius marcats en la meua recerca.

8.3 DIMENSIONS I ASPECTES CONCRETES DE L'ESTUDI

Aquest treball d'investigació tracta d'identificar quins coneixements i dificultats tenen els infants d'educació infantil respecte a les figures de dues dimensions. La mostra representativa de l'estudi són els 23 alumnes de la classe de P-4 de l'escola Quatre vents de Manlleu.

Dins de la geometria, em centraré més específicament en:

- Domini i dificultats que tenen els infants a l'hora de dibuixar un quadrat, un rectangle, un cercle o un triangle.
- Identificar les característiques de les formes com els costats i els vèrtexs.
- Identificar els quadrats, rectangles, cercles i triangles quan es presenten de forma estereotipada com de forma no estereotipada.
- Raonar, a partir d'un conjunt de formes, per quin motiu és, o no és, un quadrat, un rectangle, un triangle o un cercle.

Aquestes temàtiques o categories m'ajudaran a seleccionar la informació i a distribuir-la en diferents temes de la geometria plana.

Un altre aspecte concret de l'estudi és que aquesta investigació s'ha realitzat a tots els alumnes d'una classe de P4 de l'escola Quatre Vents de Manlleu. En aquesta aula hi ha un total de 23 alumnes, més concretament onze nens i dotze nenes. Aquests alumnes tenen entre quatre i cinc anys. En aquest grup d'alumnes hi ha diferents

nivells d'aprenentatge, i alguns tenen encara certes dificultats per expressar-se o per entendre la llengua.

8.4 INSTRUMENTS

Per dur a terme aquesta investigació s'han utilitzat diferents tècniques de recollida de dades. Aquestes tècniques em permetran observar més clarament quins coneixements i dificultats tenen els infants respecte a les figures de dues dimensions. Les tècniques que s'han utilitzat són les següents:

- Test⁷⁴: aquest test es realitzarà individualment de forma oral i escrita, és a dir, en aquest test, l'infant, en algunes preguntes, haurà d'expressar-se oralment, i en altres només haurà d'encerclar amb el llapis o dibuixar. Això dependrà de si la pregunta és oberta o tancada. Per altra banda, aquest test està estructurat en sis preguntes.

La primera és una pregunta tancada i escrita, on l'infant ha de dibuixar un quadrat. La segona també és una pregunta tancada i escrita, on l'infant ha de dibuixar un rectangle. La tercera i la quarta són com les anteriors, la diferència és que, a la pregunta tres, l'infant ha de dibuixar un triangle, i a la pregunta quatre, l'infant ha de dibuixar un cercle. Aquestes quatre preguntes m'han ajudat a observar quin domini i quina dificultat tenen els alumnes a l'hora de dibuixar un quadrat, un rectangle, un cercle o un triangle.

Pel que fa a la pregunta cinc, s'ha utilitzat també una pregunta tancada i escrita. En aquesta, els infants han d'identificar alguna propietat de la forma, més concretament els vèrtexs i els costats. Aquesta pregunta m'ha facilitat observar si els infants saben reconèixer correctament aquestes parts, i a més a més, observar si saben o tenen dificultats per identificar les propietats de la figura pel seu nom.

Finalment, pel que fa a la pregunta sis, s'ha utilitzat una pregunta tancada i escrita, però a la vegada també s'han formulat, en alguns moments, preguntes obertes i orals. Per tant, aquesta pregunta m'ha ajudat a conèixer amb més profunditat si els infants identifiquen els quadrats, els rectangles, els cercles i els triangles que es presenten de forma estereotipada i de forma no estereotipada (pregunta tancada i escrita). Per altra banda, també m'ha ajudat a conèixer si els infants saben raonar a partir d'un conjunt de formes, és a dir,

⁷⁴ Veure annex 1.

si es tracta o no d'un quadrat, d'un rectangle, d'un cercle o d'un triangle (pregunta oberta i oral).

- L'observació: durant la realització del test a cada infant, he anat observant i anotant quin és el procés i quines verbalitzacions han utilitzat per respondre i per realitzar cada pregunta del test. L'observació és "una de de les tècniques que permeten aconseguir informació directa dels individus sobre les seves habilitats cognoscitives, afectives, psicomotores, d'interacció social, etc."⁷⁵. Per tant, es podria dir que en aquesta recerca he portat a terme una observació directa, participant i no participant, ja que en alguns moments he registrat el què passava sense intervenir de cap manera en la situació (no participant), i en d'altres moments, he format part de la situació observada, ja que he acompanyat a l'infant, i hem coincidit amb el subjecte d'aquella observació (participant).
- El diari de camp: durant la realització de les proves, he pogut anotar amb aquesta eina el que estava observant directament. Aquest diari m'ha permès anotar impressions personals, tenint en compte el que volia observar del test. Això m'ha permès descriure i adonar-me d'alguns coneixements i d'algunes dificultats que tenien els infants respecte a les figures geomètriques de dues dimensions.

8.5 PROCEDIMENT

En aquest apartat explicaré i detallaré quin és el procés que he seguit per realitzar l'aplicació pràctica d'aquest treball. L'aplicació pràctica d'aquest treball, com he esmentat anteriorment, s'ha realitzat durant les pràctiques III a l'escola Quatre Vents de Manlleu, més concretament a una aula de P4, amb vint-i-tres infants d'entre quatre a cinc anys. A continuació explicaré el procés seguit més detalladament:

1. Passar el primer test⁷⁶ de coneixements previs, fent un anàlisi i recollint dades per tal de decidir la intervenció pràctica.

Aquest test es va realitzar el mes de gener del 2015. Aquesta prova es va realitzar a 23 infants de quatre a cinc anys. En aquesta prova vaig observar

⁷⁵ Podeu consultar la informació a Maria Cristina Molto,2002:p:205.

⁷⁶ Veure annex 2.

quins coneixements i quines dificultats tenien els infants respecte a les figures geomètriques de dues dimensions. Per millorar aquests coneixements vaig elaborar una intervenció pràctica. La durada d'aquesta prova ha estat de quinze minuts per nen/a, aproximadament, ja que ha variat depenent del nivell d'aprenentatge de cada infant.

2. Seguidament, vaig realitzar la intervenció pràctica després d'haver passat el primer test per millorar els coneixements respecte a les figures de dues dimensions.

Aquesta intervenció pràctica la vaig realitzar en els mesos gener, febrer i març del 2015, amb una durada de vuit hores aproximadament. Aquesta intervenció es va realitzar amb els mateixos infants als que vaig passar el test, dotze nens i onze nenes. Aquestes activitats es van adaptar al nivell de coneixement que tenien els infants respecte a les figures geomètriques de dues dimensions.

Aquesta intervenció consistia en sis activitats⁷⁷. Aquestes han estat plantejades perquè els alumnes poguessin millorar els coneixements respecte a les figures de dues dimensions, és a dir, perquè poguessin millorar les dificultats comeses en el test. En aquesta seqüència d'activitats s'han mostrat les formes bidimensionals a partir de representacions gràfiques estereotipades i no estereotipades, per tal que molts alumnes no tinguin tantes dificultats per reconèixer un canvi de posició en la figura, etc⁷⁸. També s'han treballat els exemples i no exemples de formes geomètriques, per tal que els alumnes explorin una varietat d'atributs d'aquella forma i reconeixin les propietats importants d'aquestes⁷⁹.

A més a més, a través d'aquestes activitats, s'han treballat unes estratègies d'ensenyament, d'avaluació i d'aprenentatge, per tal de fomentar i reforçar l'aprenentatge de les figures geomètriques, ja que aquestes fan que els alumnes expliquin el perquè, o raonin sobre el què pensen d'aquella figura⁸⁰.

Per altra banda, en la realització d'aquesta seqüència d'activitats, he tingut en compte la seqüència d'ensenyament de Bruner, més concretament el nivell concret, el nivell de representació i el nivell abstracte. Aquests nivells han

⁷⁷ Veure annex 4.

⁷⁸ Podeu consultar la informació a Scaglia i Moriena, 2005.

⁷⁹ Podeu consultar la informació a Honi.J, Bamberger, Christine, Oberdorf i Karren Schultz- Ferrell, 2010.

⁸⁰ Podeu consultar la informació a Page Keeley i Cheryl. R Tobey, 2011.

ajudat als infants a comprendre les idees matemàtiques i també els han ajudat a construir un model de la realitat⁸¹.

3. Passar el segon test⁸² de coneixements, fent un anàlisi i recollint dades per tal de veure quins coneixements han millorat els infants respecte a les figures de dues dimensions.

Després de realitzar la intervenció pràctica, al març vaig tornar a passar el mateix test una altra vegada, per tal de veure quins coneixements havien millorat els infants respecte a les figures de dues dimensions. Per tant, per veure quins coneixements havien millorat, he tornat a recollir dades i a analitzar-les. Cal dir, que aquestes dades s'han obtingut a partir de les transcripcions que he fet i a partir de les respostes donades pels infants en el test. Tot i així, com a suport, s'han enregistrat les verbalitzacions dels infants en una gravació de vídeo⁸³.

4. Relacionar i comparar els resultats dels dos tests per veure quins coneixements havien millorat els infants després d'haver realitzat la intervenció pràctica.

9. RESULTATS

En aquest apartat es presenten els resultats obtinguts en la primera prova i en la segona prova, és a dir, el test inicial d'abans de realitzar la intervenció didàctica, i el segon test, el de després d'haver realitzat la intervenció didàctica.

El resultat que exposaré en aquest treball s'han extret a partir del buidatge de les dades obtingudes. Aquestes dades s'han analitzat a partir d'un establiment de categories per poder seleccionar la informació. Aquesta selecció d'informació s'ha mostrat a través d'unes taules⁸⁴.

Cal destacar que, en el primer i en el segon test, no parlen i no raonen tots els alumnes presents en les gravacions. Per tant, els resultats no fan referència al total d'alumnes (vint-i-tres). Per altra banda, els tests els han realitzat tots els alumnes, per tant, el resultat dels tests, en quant a dibuixar les formes, identificar els vèrtexs i els

⁸¹ Podeu consultar la informació a D.H Allsopp, M.M Kyger i L.H Lovin, 2008.

⁸² Veure annex 2.

⁸³ Veure annex 3.















⁸⁴ Veure annex 5.



















costats, i encerclar les formes corresponents, si que hi haurà el total dels alumnes en els resultats.













9.1 RESULTATS DEL PRIMER TEST I EL SEGON TEST

En aquest apartat s'analitzen els resultats del primer test i del segon test, i es duu a terme una comparativa de les respostes dels alumnes. Les respostes del primer test pertanyen a l'apartat blau, i les respostes del segon test pertanyen a l'apartat vermell.

- **Pregunta 1:** En aquesta pregunta es demana als alumnes que dibuixin un quadrat.

Resposta Alumne/a	QUADRAT	
	Primer Test	Segon Test
Alumne 1 (Ar)		
Alumne 2 (ArB)		
Alumne 3 (ArP)		
Alumne 4 (ArS)		
Alumne 5 (Aro)		
Alumne 6 (Ay)		
Alumne 7 (Bas)		

Alumne 8 (Di)		
Alumne 9 (Do)		
Alumne 10 (Ei)		
Alumne 11 (ErM)		
Alumne 12 (ErH)		
Alumne 13 (Fa)		
Alumne 14 (Ga)		
Alumne 15 (Ha)		
Alumne 16 (Hj)		
Alumne 17 (He)		








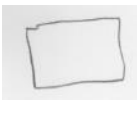










Alumne 18 (Hel)		
Alumne 19 (Ja)		
Alumne 20 (Po)		
Alumne 21(Em)		
Alumne 22 (Sa)		
Alumne 23 (Ra)		


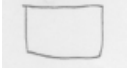
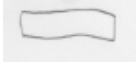




















En la primera pregunta, a l'hora de dibuixar un quadrat, en el primer test, cinc dels vint-i-tres alumnes no han dibuixat una forma quadrada. Pel que fa als vèrtexs i els costats, sis dels alumnes han dibuixat la figura sense vèrtexs, per tant, han dibuixat una forma quadrada amb els costats arrodonits. Cinc dels vint-i-tres alumnes han dibuixat el quadrat amb forma rectangular. La resta d'alumnes, més concretament set dels vint-i-tres alumnes han dibuixat un quadrat, tenint en compte el traç dels infants. En canvi, en el segon test, a l'hora de dibuixar un quadrat, quatre dels vint-i-tres alumnes han dibuixat el quadrat amb forma rectangular. Pel que fa als vèrtexs i els costats de la forma, dos dels vint-i-tres alumnes han dibuixat el quadrat amb els costats arrodonits. La resta d'infants, més concretament, disset alumnes, han dibuixat un quadrat, tenint en compte el seu traç.





Si comparem els resultats dels dos tests, podem veure que, en el primer test, a l'hora de dibuixar el quadrat, s'ha observat que no tots els infants saben dibuixar una forma quadrada, en canvi, en el segon test, tots els infants han dibuixat una forma quadrada, encara que alguns han dibuixat el quadrat amb forma més rectangular i altres amb els

costats arrodonits. També s'ha observat, que en el primer test hi ha hagut més infants que han dibuixat el quadrat amb els costats arrodonits o de forma rectangular.

- **Pregunta 2:** En aquesta pregunta es demana als alumnes que dibuixin un rectangle.

Resposta	RECTANGLE	
Alumne/a	Primer Test	Segon Test
Alumne 1 (Ar)		
Alumne 2 (ArB)		
Alumne 3 (ArP)		
Alumne 4 (ArS)		
Alumne 5 (Aro)		
Alumne 6 (Ay)		
Alumne 7 (Bas)		
Alumne 8 (Di)		
Alumne 9 (Do)		







Alumne 10 (El)		
Alumne 11 (ErM)		
Alumne 12 (ErH)		
Alumne 13 (Fa)		
Alumne 14 (Ga)		
Alumne 15 (Ha)		
Alumne 16 (Hj)		
Alumne 17 (He)		
Alumne 18 (Hel)		
Alumne 19 (Ja)		
Alumne 20 (Po)		
Alumne 21 (Em)	X	




Alumne 22 (Sa)		
Alumne 23 (Ra)		



















A la segona pregunta a l'hora de dibuixar un rectangle, en el primer test, tres dels vint-i-tres alumnes no han dibuixat un rectangle ni cap forma. Sis dels vint-i-tres alumnes han dibuixat un triangle en comptes d'un rectangle. Dos dels vint-i-tres alumnes han dibuixat un cercle. Només un alumne ha dibuixat el polígon obert. Dos alumnes han dibuixat el rectangle amb els costats arrodonits. Només un alumne no ha dibuixat res. Vuit dels vint-i-tres alumnes han dibuixat correctament el rectangle, tenint en compte el traç dels infants. En canvi, en el segon test, tots els alumnes han dibuixat correctament un rectangle, tenint en compte el seu traç, menys un alumne que ha dibuixat, en el primer test, un rectangle i en el segon test ha dibuixat un triangle.

Comparant els dos tests, s'ha observat que en el primer test molts infants no tenien clar què era un rectangle i han dibuixat altres formes, cap forma o res. En canvi, en el segon test, la majoria d'alumnes han dibuixat correctament el rectangle, menys un alumne que s'ha confós de forma identificant una altra forma amb aquest nom.

- **Pregunta 3:** En aquesta pregunta es demana als alumnes que dibuixin un triangle.

Resposta	TRIANGLE	
Alumne/a	Primer Test	Segon Test
Alumne 1 (Ar)		
Alumne 2 (ArB)		
Alumne 3 (ArP)		

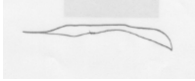








Alumne 4 (ArS)		
Alumne 5 (Aro)		
Alumne 6 (Ay)		
Alumne 7 (Bas)		
Alumne 8 (Di)		
Alumne 9 (Do)		
Alumne 10 (Ei)		
Alumne 11 (ErM)		
Alumne 12 (ErH)		
Alumne 13 (Fa)		
Alumne 14 (Ga)		





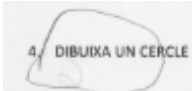





















Alumne 15 (Ha)		
Alumne 16 (Hj)		
Alumne 17 (He)		
Alumne 18 (Hel)		
Alumne 19 (Ja)		
Alumne 20 (Po)		
Alumne 21(Em)		
Alumne 22 (Sa)		
Alumne 23 (Ra)		

En la tercera pregunta, a l'hora de dibuixar un triangle, en el primer test, tres dels vint-i-tres alumnes no han dibuixat un triangle ni cap forma. Només un ha dibuixat un cercle en comptes d'un triangle. Dos dels vint-i-tres alumnes no han dibuixat un polígon tancat. Dos dels alumnes han dibuixat el triangle amb els costats arrodonits, sense vèrtexs. La resta d'alumnes ha dibuixat correctament el triangle, tenint en compte el traç dels infants. En el segon test, la majoria d'infants han dibuixat correctament el triangle, tenint en compte el traç dels infants. Un dels vint-i-tres alumnes ha dibuixat el triangle sense vèrtexs i amb els costats arrodonits. Només un dels alumnes s'ha confós, i ha dibuixat un triangle en el primer test i un rectangle en el segon test.

Comparant els dos tests, s'ha observat que en el primer test alguns alumnes no tenien clar què era un triangle i han dibuixat altres formes o cap forma. En canvi, en el segon test, la majoria d'alumnes han dibuixat correctament el triangle, fins i tot alguns han millorat el seu traç, menys un que encara ha dibuixat el triangle sense vèrtexs. Només un dels infants s'ha confós de forma identificant com a triangle un rectangle.

- **Pregunta 4:** En aquesta pregunta es demana als alumnes que dibuixin un cercle.

Resposta Alumne/a	CERCLE	
	Primer Test	Segon Test
Alumne 1 (Ar)		
Alumne 2 (ArB)		
Alumne 3 (ArP)		
Alumne 4 (ArS)		
Alumne 5 (Aro)		
Alumne 6 (Ay)		
Alumne 7 (Bas)		
Alumne 8 (Di)		
Alumne 9 (Do)		

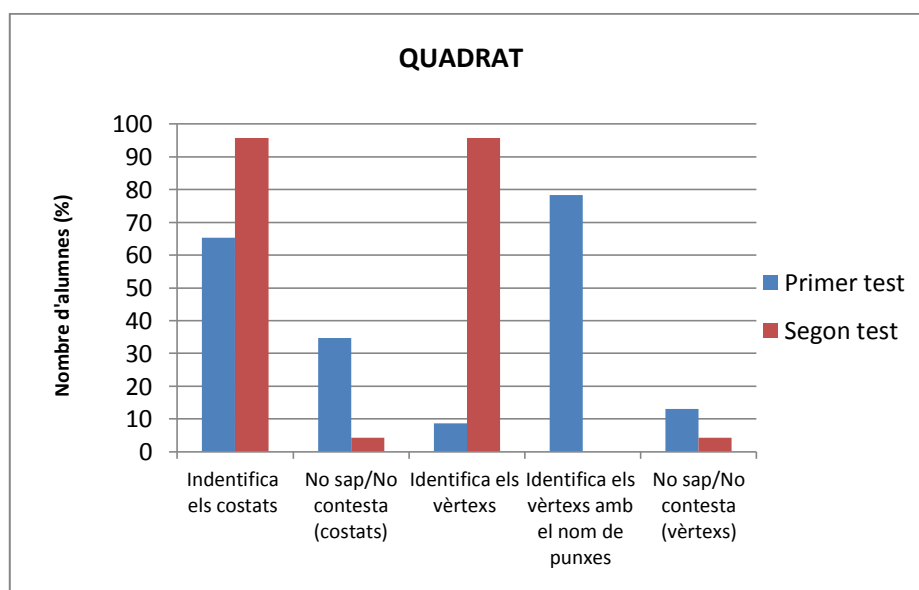
Alumne 10 (Ei)		
Alumne 11 (ErM)		
Alumne 12 (ErH)		
Alumne 13 (Fa)		
Alumne 14 (Ga)		
Alumne 15 (Ha)		
Alumne 16 (Hj)		
Alumne 17 (He)		
Alumne 18 (Hel)		
Alumne 19 (Ja)		
Alumne 20 (Po)		
Alumne 21 (Em)		
Alumne 22 (Sa)		



La quarta pregunta, a l'hora de dibuixar un cercle, en el primer test, quatre dels vint-i-tres alumnes no ha dibuixat un cercle ni cap forma. Només un dels alumnes ha dibuixat un rectangle en comptes d'un cercle. Tres dels vint-i-tres alumnes han dibuixat la figura oberta en comptes de tancada. La resta d'alumnes, han dibuixat correctament el cercle tenint en compte el seu traç. En el segon test, la majoria d'infants han dibuixat correctament el cercle, tenint en compte el seu traç. Només un dels infants ha dibuixat la forma oberta en comptes de tancada.

Comparant els dos tests, s'ha observat que en el primer test alguns alumnes no tenien clar què era un cercle i han dibuixat un altra forma o cap forma. En canvi, en el segon test, la majoria d'alumnes han dibuixat correctament el cercle, i ha disminuït el nombre d'alumnes que dibuixaven la forma oberta.

- **Pregunta 5:** En aquesta pregunta es demana als alumnes que identifiquin els costats i els vèrtexs de les quatre formes presentades. Cal remarcar, que si els infants no coneixen els vèrtexs pel seu nom, es facilitava la identificació amb la paraula punxes.



En la cinquena pregunta, a l'hora d'identificar els costats i els vèrtexs del quadrat, en el primer test, no tots els infants han identificat correctament les seves propietats. Quinze

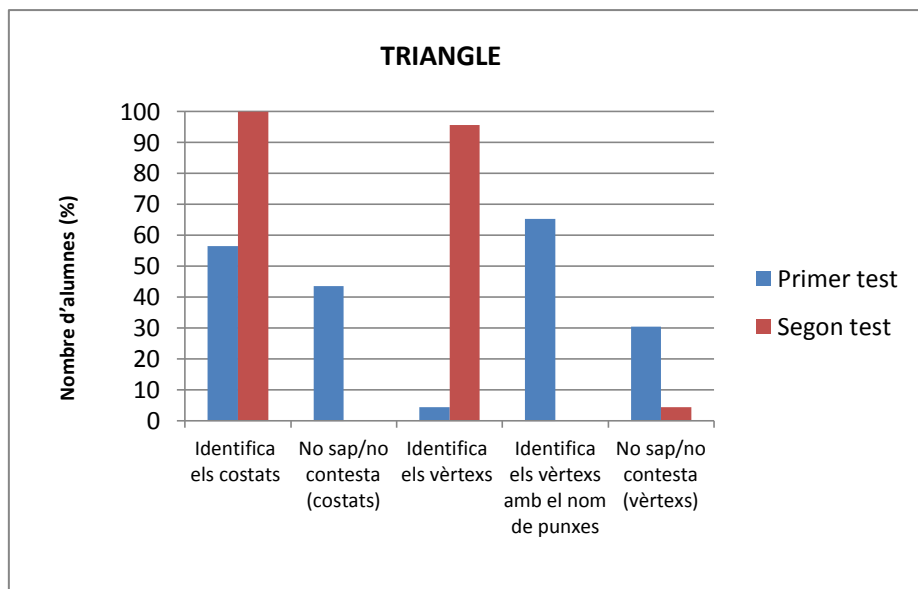
dels vint-i-tres alumnes han identificat correctament els costats del quadrat. Vuit dels vint-i-tres alumnes no han identificat o no han assenyalat correctament els costats del quadrat.

Pel que fa als vèrtexs, només dos dels vint-i-tres alumnes han sabut identificar els vèrtexs pel seu nom. Divuit han sabut identificar els vèrtexs amb el nom de punxes i tres d'aquests vint-i-tres alumnes no han sabut identificar els vèrtexs ni les punxes de la forma quadrada.

En el segon test, a l'hora d'identificar els costats i els vèrtexs del quadrat, tots els alumnes excepte un han identificat correctament els costats del quadrat, i només un dels alumnes no els ha identificat o assenyalat correctament. En un primer moment, alguns alumnes han necessitat comptar-los i altres els han identificat directament sense comptar.

Pel que fa a la identificació dels vèrtexs, tots els alumnes menys un han identificat els vèrtexs correctament i pel seu nom. I un dels vint-i-tres alumnes no ha identificat o assenyalat correctament els vèrtexs del quadrat, encara que anomenéssim els vèrtexs amb el nom de punxes.

Comparant els dos tests, a l'hora d'identificar els vèrtexs i els costats del quadrat, en el primer test no tot l'alumnat ha identificat o assenyalat correctament els costats. Pel que fa als vèrtexs la majoria els ha identificat amb el nom de punxes, menys dos alumnes que l'han identificat amb el nom de vèrtexs. En canvi, en el segon test gairebé tot l'alumnat ha identificat i ha assenyalat correctament els costats de la forma i ha identificat els vèrtexs pel seu nom, i no pel nom de punxes.



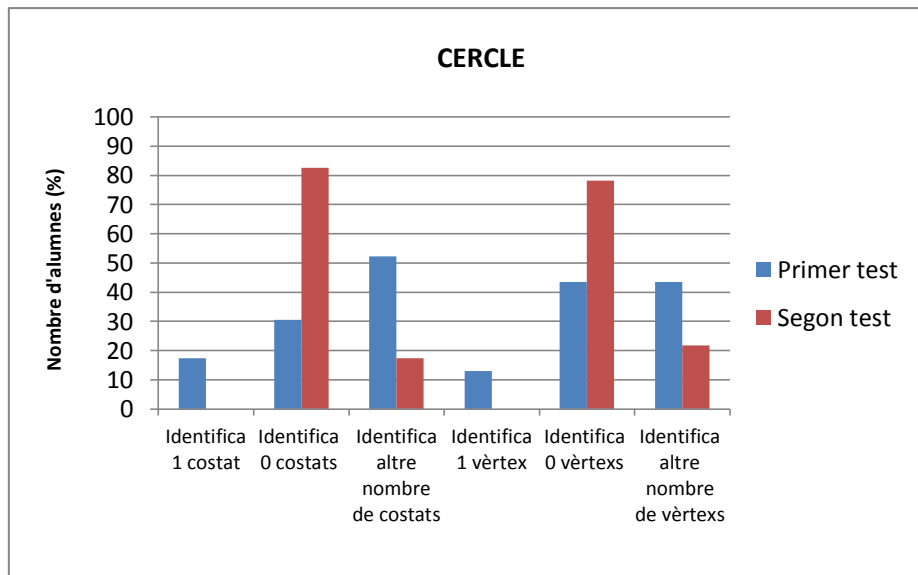
La segona forma de la pregunta 5 és un triangle. En el primer test, a l'hora d'identificar els costats o els vèrtexs d'aquesta forma, tretze dels vint-i-tres alumnes han sabut identificar correctament els costats i deu dels vint-i-tres alumnes no han sabut identificar o assenyalar correctament els costats del triangle.

Pel que fa als vèrtexs del triangle, només un alumne ha sabut identificar els vèrtexs pel seu nom. Quinze dels vint-i-tres alumnes han sabut identificar els vèrtexs amb el nom de punxes, i set dels vint-i-tres alumnes no han sabut identificar els vèrtexs ni les punxes d'aquest polígon.

En el segon test, tots els infants han identificat o assenyalat correctament els costats del triangle, en un primer moment, alguns alumnes han necessitat comptar-los i altres els han identificat directament sense comptar.

Pel que fa als vèrtexs, tots els alumnes excepte un han identificat correctament els vèrtexs pel seu nom, i només un, no ha identificat els vèrtexs pel seu nom ni pel nom de punxes.

Comparant els dos tests, a l'hora d'identificar els costats i els vèrtexs del triangle, en el primer test, no tots els infants han identificat els costats correctament. Pel que fa als vèrtexs, la majoria d'infants els ha identificat pel nom de punxes, menys un infant que els ha identificat pel nom de vèrtexs. En canvi, en el segon test, tots els infants han identificat correctament els costats del triangle, i pel que fa als vèrtexs la majoria els ha identificat pel seu nom, i no pel nom de punxes.



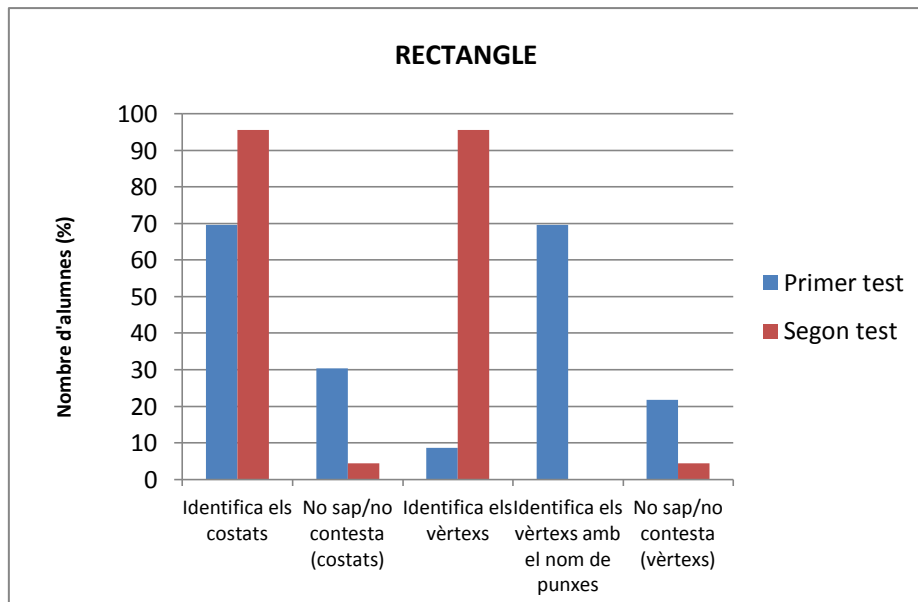
La tercera forma de la pregunta 5 és un cercle. En el primer test, a l'hora d'identificar els costats, quatre dels vint-i-tres alumnes han verbalitzat que el cercle tenia un costat, set dels vint-i-tres alumnes han verbalitzat que el cercle tenia zero costats i dotze dels vint-i-tres alumnes han dit que el cercle tenia un altre nombre de costats.

Pel que fa als vèrtexs, tres dels vint-i-tres alumnes han verbalitzat que el cercle tenia un vèrtex, deu d'aquests alumnes han dit que tenia zero vèrtexs i els altres deu alumnes han dit que tenia un altre nombre de vèrtexs.

En el segon test, cap dels vint-i-tres alumnes ha verbalitzat que el cercle tingués un costat, dinou dels vint-i-tres alumnes han dit que el cercle tenia zero costats i quatre infants han dit que tenia un altre nombre de costats.

Pel que fa als vèrtexs, cap dels vint-i-tres alumnes ha verbalitzat que el cercle tingués un vèrtex. Divuit dels vint-i-tres alumnes han dit que el cercle tenia zero vèrtexs i cinc d'aquests alumnes han dit que tenia un altre nombre de costats.

Comparant els dos tests, a l'hora d'identificar els costats i els vèrtexs, en el primer test, quatre dels infants han dit que tenia un costat i tres dels infants han dit que tenia un vèrtex. En canvi, en el segon test, cap infant ha dit que tenia un costat o un vèrtex, sinó que la majoria dels infants han dit que tenia zero costats i zero vèrtexs.



En el primer test, a la quarta figura de la cinquena pregunta, a l'hora d'identificar algunes propietats del polígon, més concretament, el vèrtexs i els costats, setze dels vint-i-tres alumnes han identificat correctament els costats del rectangle. Per altra banda, set dels vint-i-tres alumnes no han identificat o assenyalat correctament els costats del rectangle.

Pel que fa als vèrtexs d'aquest polígon, dos dels vint-i-tres alumnes han identificat els vèrtexs pel seu nom, setze dels vint-i-tres alumnes han identificat els vèrtexs amb el nom de punxes, i cinc alumnes no han identificat els vèrtexs ni les punxes del rectangle.

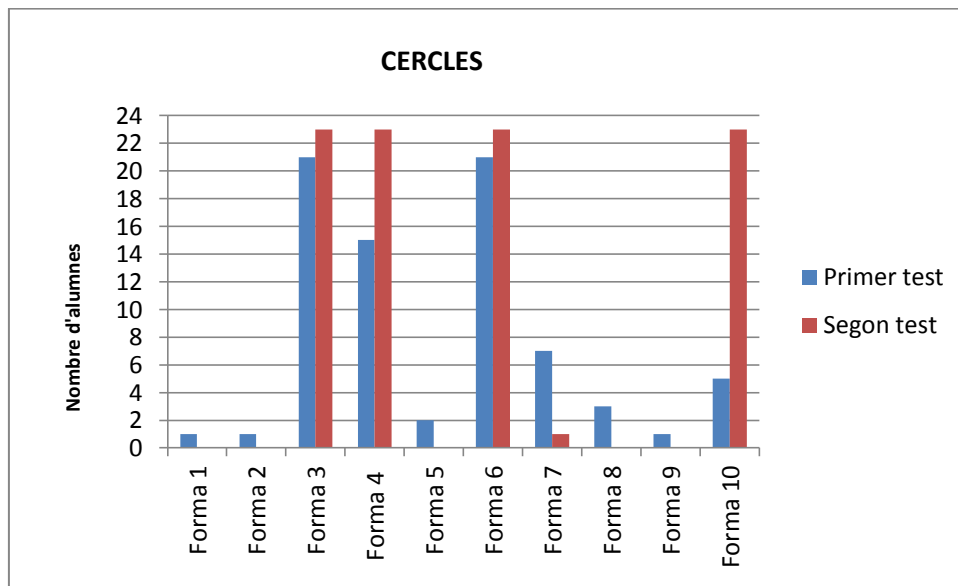
En el segon test, tots els alumnes excepte un han identificat correctament els costats del rectangle. En un primer moment, alguns alumnes han necessitat comptar-los i altres els han identificat directament sense comptar.

Pel que fa als vèrtexs del rectangle, tots els alumnes excepte un han identificat correctament els vèrtexs del rectangle pel seu nom. Només un no ha identificat correctament els vèrtexs pel seu nom ni pel nom de punxes.

Comparant els dos tests, a l'hora d'identificar els costats i els vèrtexs del rectangle, en el primer test, no tot l'alumnat ha sabut identificar els costats del rectangle correctament. Pel que fa als vèrtexs del rectangle, la majoria d'infants els ha identificat amb el nom de punxes i no amb el nom de vèrtexs. Cal destacar, que només hi ha hagut dos alumnes que els han identificat amb el nom de vèrtexs. En canvi en el segon test, la majoria de l'alumnat, és a dir, tots els alumnes menys un, han identificat correctament els costats dels triangles. Pel que fa als vèrtexs, tots els alumnes

excepte un han identificat els vèrtexs pel seu nom, menys un alumne que no els ha identificat ni pel nom de punxes.

- **Pregunta 6:** Aquesta pregunta consta de quatre apartats dedicats a cadascuna de les formes geomètriques treballades, el cercle, el quadrat, el rectangle i el triangle. A cada apartat es demana als alumnes que identifiquin una de les formes que hem anomenat d'entre un conjunt de figures i formes diferents.



A la pregunta 6 es mostren un conjunt de formes a l'alumnat on apareixen quatre formes que representen cercles (forma 3,4,6,10) i sis formes que no representen cercles (forma 1,2,5,7,8,9). En el primer test, dos dels alumnes, en un principi, els vaig haver de verbalitzar rodones en comptes de cercle perquè no entenien la paraula cercle. Els resultats del primer test són els següents:

Les formes 1, 2 i 9 han estat reconegudes com a no cercles per vint-i-dos alumnes, i només un les ha considerat cercles.

La forma 7 ha estat reconeguda com a no cercle per setze dels vint-i-tres alumnes. La resta, més concretament set dels vint-i-tres alumnes, l'ha encerclat com a cercle.

Un alumne d'aquests set, ha verbalitzat que aquesta forma tenia una ratlla, però continuava essent un cercle.

Les formes 3 i 6 han estat reconegudes com a cercle per vint-i-un dels vint-i-tres alumnes. Dos dels vint-i-tres alumnes no han reconegut aquestes formes com a cercle.

La forma 4 ha estat reconeguda com a cercle per quinze dels vint-i-tres alumnes. Vuit dels vint-i-tres alumnes no han reconegut aquesta forma com a cercle.

La forma 5 ha estat reconeguda com a cercle per dos dels vint-i-tres alumnes. Vint-i-un dels vint-i-tres alumnes han reconegut aquesta forma com a no cercle.

La forma 8 no ha estat reconeguda com a cercle per vint dels vint-i-tres alumnes. Dos d'aquests vint-i-tres alumnes han encerclat aquesta forma com a cercle.

La forma 10 ha estat reconeguda com a cercle per cinc dels vint-i-tres alumnes. La resta d'alumnes, més concretament, divuit dels vint-i-tres infants no han reconegut aquesta forma com a cercle.

Cal destacar que d'aquests cinc infants, un alumne ha verbalitzat que era un cercle, però de mida molt petita.

Pel que fa als resultats del segon test:

La forma 1 no ha estat reconeguda com a cercle per cap dels alumnes.

Pel que fa a les verbalitzacions dels infants, un alumne d'aquests vint-i-tres ha dit que la forma era mig cercle i que per això no era un cercle, dos dels vint-i-tres alumnes han dit que no era un cercle perquè el cercle no tenia aquesta forma. Un d'aquests vint-i-tres alumnes ha dit que no era un cercle perquè estava tallat, i un altre ha dit que no era un cercle perquè tenia una ratlla.

La forma 2 no ha estat reconeguda com a cercle per cap dels alumnes.

Pel que fa a les verbalitzacions dels infants, un alumne dels vint-i-tres ha verbalitzat que aquesta forma no era un cercle perquè tenia una forma molt estranya. Un altre alumne d'aquests vint-i-tres ha dit que no era un cercle, sinó que era un paper i un altre que no era un cercle perquè no tenia la mateixa forma.

La forma 3 ha estat reconeguda com a cercle per tots els alumnes.

La forma 4 ha estat reconeguda com a cercle per tots els alumnes.

Pel que fa a les verbalitzacions dels infants, un d'aquests vint-i-tres alumnes ha dit que aquesta forma li recordava a la policia.

La forma 5 no ha estat reconeguda com a cercle per cap dels alumnes.

Pel que fa a les verbalitzacions dels infants, un d'aquests vint-i-tres alumnes ha dit que no era un cercle perquè aquesta imatge tenia forma de pont.

La forma 6 ha estat reconeguda com a cercle per tots els alumnes.

La forma 7 no ha estat reconeguda com a cercle per cap dels alumnes excepte un.

Pel que fa a les verbalitzacions dels infants, dos d'aquests vint-i-dos alumnes han dit que un cercle no era així i catorze d'aquests vint-i-dos han dit que no era un cercle perquè aquesta forma tenia una punxa. Per altra banda, dos d'aquests vint-i-dos alumnes han dit que si no tingués aquesta punxa seria un cercle.

La forma 8 no ha estat reconeguda com a cercle per cap dels alumnes.

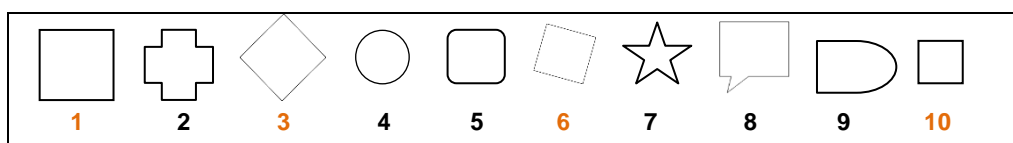
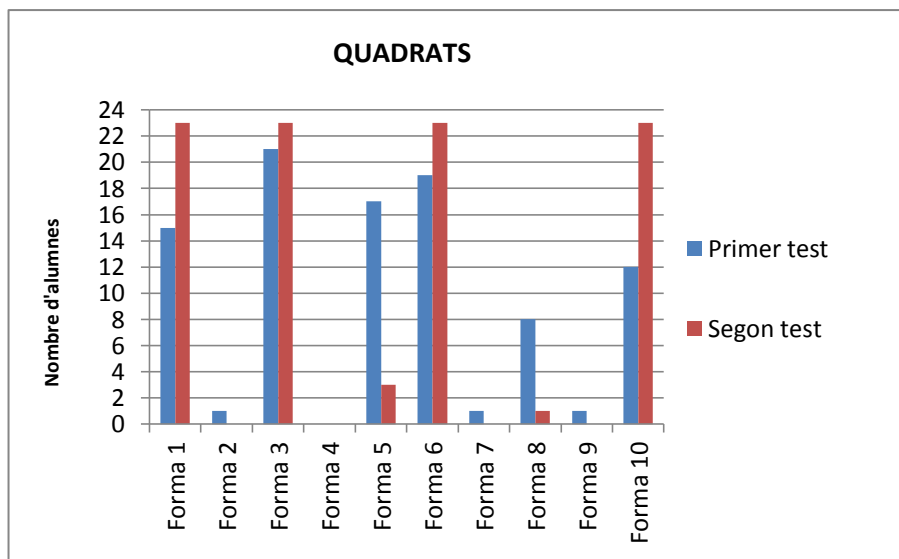
Pel que fa a les verbalitzacions dels infants, set d'aquests vint-i-tres alumnes han dit que aquesta forma era un triangle i no un cercle.

La forma 9 no ha estat reconeguda com a cercle per cap dels alumnes.

Pel que fa a les verbalitzacions dels infants, un d'aquests vint-i-tres infants ha dit que no podia ser un cercle perquè era una lluna i tenia dos vèrtexs. Tres d'aquests vint-i-tres infants han dit que aquesta forma no era un cercle perquè era una lluna.

La forma 10 ha estat reconeguda com a cercle per tots dels alumnes.

Pel que fa a les verbalitzacions dels infants, tres d'aquests vint-i-tres alumnes han dit que aquest cercle tenia una mida molt petita, però tot i així seguia essent un cercle.



A la pregunta 6, es presenten deu formes als alumnes. D'aquestes deu formes n'hi ha quatre que són quadrats (forma 1,3,6,10) i sis que representen altres formes i no representen un quadrat (forma 2,4,5,7,8,9). Els resultats del primer test són els següents:

La forma 1 ha estat reconeguda com a quadrat per quinze dels vint-i-tres alumnes. Per altra banda, vuit dels vint-i-tres alumnes no han reconegut aquesta forma com a quadrat.

Pel que fa a les verbalitzacions dels infants, un d'aquests quinze alumnes ha verbalitzat que era un quadrat, però que tenia una mida gran.

La forma 4 ha estat reconeguda com a no quadrat per tots els alumnes.

La forma 2 no ha estat reconeguda com a quadrat per cap dels alumnes excepte un.

Pel que fa a les verbalitzacions dels infants, un d'aquests vint-i-dos alumnes ha verbalitzat que no era un quadrat perquè aquesta imatge tenia forma de creu.

La forma 3 ha estat reconeguda com a quadrat per vint-i-un dels vint-i-tres alumnes. Per altra banda, dos dels vint-i-tres alumnes no han reconegut aquesta forma com a quadrat.

Pel que fa a les verbalitzacions dels infants, un d'aquests vint-i-un alumnes, ha verbalitzat que encara que aquesta forma estigui girada segueix essent un quadrat i un altre alumne ha dit que aquella figura s'assemblava a un diamant i que per això no era un quadrat.

La forma 5 no ha estat reconeguda com a quadrat per sis dels vint-i-tres alumnes. La resta d'alumnes, més concretament, disset dels vint-i-tres alumnes han reconegut aquesta forma com a quadrat.

Les formes 7 i 9 no han estat reconegudes com a quadrats per cap dels alumnes, excepte per un, que ha reconegut aquestes formes com a quadrats.

Pel que fa a les verbalitzacions dels infants, un d'aquests vint-i-tres alumnes ha dit que la forma 7 no podia ser un quadrat perquè era una estrella.

La forma 6 ha estat reconeguda com a quadrat per dinou dels vint-i-tres alumnes. Quatre d'aquests vint-i-tres alumnes no han reconegut aquesta forma com a quadrat.

Pel que fa a les verbalitzacions dels infants, un d'aquests dinou alumnes ha dit que encara que estigués girat seguia essent un quadrat.

La forma 8 no ha estat reconeguda com a quadrat per quinze dels vint-i-tres alumnes. Vuit d'aquests vint-i-tres alumnes han reconegut aquesta forma com a quadrat.

La forma 10 ha estat reconeguda com a quadrat per dotze dels vint-i-tres alumnes. Onze d'aquests vint-i-tres alumnes no han reconegut aquesta forma com a quadrat.

Pel que fa als resultats del segon test:

La forma 1 ha estat reconeguda com a quadrat per tots els alumnes.

Pel que fa a les verbalitzacions dels infants, dos dels alumnes han verbalitzat que havien encerclat el quadrat perquè ja l'havien vist en una altra ocasió.

La forma 2 no ha estat reconeguda com a quadrat per cap dels alumnes.

Pel que fa a les verbalitzacions dels infants, dos dels alumnes han dit que no era un quadrat perquè aquesta forma tenia molts vèrtexs, i el quadrat només en tenia quatre. Un infant ha dit que no era un quadrat perquè tenia dotze vèrtexs i un altre ha dit que no era un quadrat perquè tenia 8 vèrtexs. Només dos alumnes han dit que aquesta forma els feia pensar en una casa o en un metge i que per això no era un quadrat.

La forma 3 ha estat reconeguda com a quadrat per tots els alumnes.

Pel que fa a les verbalitzacions dels infants, set dels alumnes han verbalitzat que era un quadrat encara que estigués al revés. Un dels alumnes ha dit que podia ser un diamant a part d'un quadrat, un altre ha dit que tenia forma de rombe i un altre ha dit que estava dret.

La forma 4 no ha estat reconeguda com a quadrat per cap dels alumnes.

Pel que fa a les verbalitzacions dels infants, quatre dels infants han dit que no era un quadrat perquè tenia forma de cercle.

La forma 5 no ha estat reconeguda com a quadrat per vint dels vint-i-tres alumnes. Només tres han reconegut aquesta forma com a quadrat.

Pel que fa a les verbalitzacions dels infants, setze d'aquests vint-i-tres alumnes han dit que no tenia vèrtexs i que per això no podia ser un quadrat i dos alumnes han dit que no podia ser un quadrat perquè tenia els vèrtexs arrodonits.

La forma 6 ha estat reconeguda com a quadrat per tots els alumnes.

Pel que fa a les verbalitzacions dels infants, dos dels alumnes han verbalitzat que seguia essent un quadrat encara que estigués al revés. Un infant ha dit que era un quadrat perquè tenia quatre vèrtexs i quatre costats.

La forma 7 no ha estat reconeguda com a quadrat per cap dels alumnes.

Pel que fa a les verbalitzacions dels infants, quatre dels alumnes han dit que aquella forma no era un quadrat perquè tenia forma d'estrella. Només un dels alumnes ha dit que no era un quadrat perquè tenia cinc vèrtexs i no quatre com el quadrat.

La forma 8 no ha estat reconeguda com a quadrat per vint-i-dos dels vint-i-tres alumnes. Només un alumne ha reconegut aquesta forma com a quadrat.

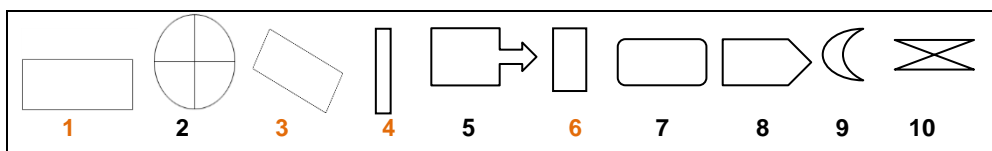
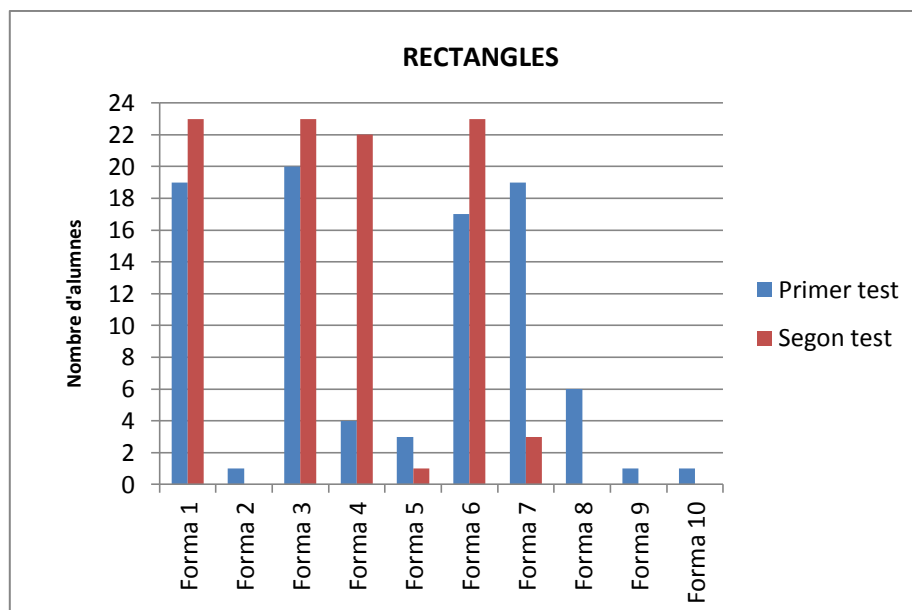
Pel que fa a les verbalitzacions dels infants, quatre dels alumnes han dit que no era un quadrat perquè tenia una punxa i dos dels alumnes han dit que no era un quadrat perquè aquesta forma tenia més vèrtexs que aquest.

La forma 9 no ha estat reconeguda com a quadrat per cap dels alumnes.

Pel que fa a les verbalitzacions dels infants, un dels alumnes ha verbalitzat que no era un quadrat perquè tenia una ratlla.

La forma 10 ha estat reconeguda com a quadrat per tots els alumnes.

Pel que fa a les verbalitzacions dels infants, sis dels alumnes han dit que era un quadrat de mida molt petita.



A la pregunta 6, es presenten deu formes a l'alumnat. Entre aquestes deu formes, n'hi ha quatre que són rectangles (forma 1,3,4,6) i sis que són altres formes que no representen rectangles (forma 2,5,7,8,9,10). Els resultats del primer test són els següents:

La forma 1 ha estat reconeguda com a rectangle per dinou dels vint-i-tres alumnes. Quatre d'aquests vint-i-tres alumnes no han reconegut aquesta forma com a rectangle.

Les formes 2, 9 i 10 no han estat reconegudes com a rectangles per vint-i-dos dels vint-i-tres infants. Només un alumne ha reconegut aquestes formes com a rectangle.

Pel que fa a les verbalitzacions dels infants, un d'aquests vint-i-dos alumnes que no ha reconegut la forma com a rectangle ha dit que no encerclava la forma 9 perquè aquesta imatge tenia forma de lluna.

La forma 3 ha estat reconeguda com a rectangle per vint dels vint-i-tres alumnes. Tres d'aquests vint-i-tres alumnes no ha reconegut aquesta forma com a rectangle.

La forma 4 ha estat reconeguda com a rectangle per quatre dels vint-i-tres alumnes. Dinou dels vint-i-tres alumnes no han reconegut aquesta forma com a rectangle.

Pel que fa a les verbalitzacions dels infants, un dels quatre alumnes que ha reconegut la forma com a rectangle ha verbalitzat que aquesta forma era un rectangle, però era molt petit.

La forma 5 no ha estat reconeguda com a rectangle per vint dels vint-i-tres alumnes. Només tres alumnes han reconegut aquesta forma com a rectangle.

La forma 6 ha estat reconeguda com a rectangle per disset dels vint-i-tres alumnes. Sis dels vint-i-tres alumnes no han reconegut aquesta forma com a rectangle.

La forma 7 no ha estat reconeguda com a rectangle per quatre dels vint-i-tres alumnes. Dinou dels vint-i-tres alumnes han reconegut aquesta forma com a rectangle.

La forma 8 no ha estat reconeguda com a rectangle per disset dels vint-i-tres alumnes. Només sis alumnes han reconegut aquesta forma com a rectangle.

Pel que als resultats del segon test:

La forma 1 ha estat reconeguda com a rectangle per tots els infants.

Pel que fa a les verbalitzacions dels infants, un alumne ha verbalitzat que era un rectangle perquè ja l'havia vist en una altra ocasió.

La forma 2 no ha estat reconeguda com a rectangle per cap dels infants.

Pel que fa a les verbalitzacions dels infants, dos alumnes han verbalitzat que no era un rectangle perquè tenia forma de cercle amb una creu al mig.

La forma 3 ha estat reconeguda com a rectangle per tots els infants.

Pel que fa a les verbalitzacions dels infants, un alumne ha verbalitzat que encara que aquella forma estigués el revés seguia essent un rectangle.

La forma 4 ha estat reconeguda com a rectangle per tots els alumnes excepte un. Només un dels alumnes no ha reconegut aquesta forma com a rectangle.

Pel que fa a les verbalitzacions dels infants, tres alumnes han dit que era un rectangle perquè tenia quatre vèrtexs i quatre costats. Tres alumnes han dit que encara que la forma estigués girada continuava essent un rectangle. Quatre infants han dit que era un rectangle encara que fos petit. Cinc han dit que la forma era prima però seguia

essent un rectangle. Dos infants han dit que era un rectangle llarg. Només un dels alumnes no ha reconegut aquesta forma com a rectangle.

La forma 5 no ha estat reconeguda com a rectangle per cap dels alumnes excepte un. Només un dels alumnes ha reconegut aquesta forma com a rectangle.

Pel que fa a les verbalitzacions dels infants, sis alumnes han dit que no era un rectangle perquè tenia una fletxa.

La forma 6 ha estat reconeguda com a rectangle per tots els infants

Pel que fa a les verbalitzacions dels infants, dos alumnes han dit que encara que la forma estigués girada seguia essent un rectangle. Només un alumne ha dit que era un rectangle perquè tenia quatre vèrtexs i quatre costats.

La forma 7 no ha estat reconeguda com a rectangle per vint dels vint-i-tres alumnes. Només tres han reconegut aquesta forma com a rectangle.

Pel que fa a les verbalitzacions dels infants, onze dels alumnes han dit que no era un rectangle perquè no tenia cap vèrtexs.

La forma 8 no ha estat reconeguda com a rectangle per cap dels alumnes.

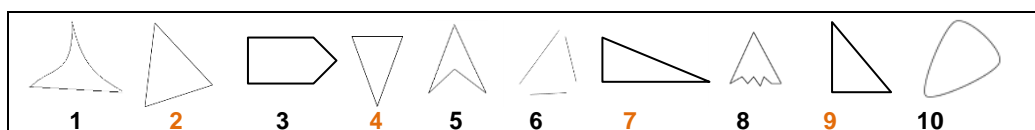
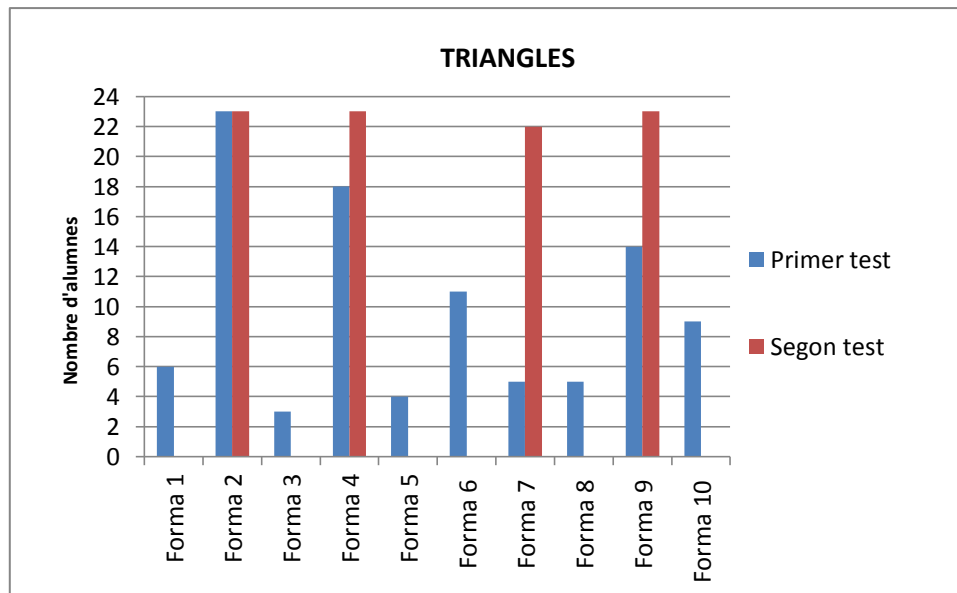
Pel que fa a les verbalitzacions dels infants, un dels alumnes ha dit que no podia ser un rectangle perquè tenia tres vèrtexs. Dos dels alumnes han dit que no podia ser un rectangle perquè tenia cinc vèrtexs i cinc costats, enlloc de quatre com el rectangle. Dos dels alumnes han dit que aquella figura tenia forma de casa i tenia cinc vèrtexs. Dos dels alumnes han dit que no ho era perquè tenia una fletxa, i un alumne ha dit que no ho era perquè tenia forma de coet.

La forma 9 no ha estat reconeguda com a rectangle per cap dels alumnes.

Pel que fa a les verbalitzacions dels infants, dos dels alumnes han dit que no era un rectangle perquè aquella forma era una lluna i dos alumnes han dit que aquesta forma tenia dos vèrtexs, i que per això no podia ser un rectangle, perquè aquest en tenia quatre.

La forma 10 no ha estat reconeguda com a rectangle per cap dels alumnes.

Pel que fa a les verbalitzacions dels infants, quatre dels alumnes han dit que no era un rectangle perquè aquesta forma tenia dos triangles. Només dos infants han dit que no era un rectangle perquè tenia forma de rombe.



A la pregunta 6, es presenten deu formes als alumnes. Quatre d'aquestes formes representen un triangle (forma 2,4,7,9) i les altres sis, són altres formes que no representen un triangle (forma 1,3,5,6,8,10). Els resultats del primer test són els següents:

La forma 1 ha estat reconeguda com a no triangle per disset dels vint-i-tres alumnes. Només sis han reconegut aquesta forma com a triangle.

La forma 2 ha estat reconeguda com a triangle per tots els alumnes.

La forma 3 no ha estat reconeguda com a triangle per vint dels vint-i-tres alumnes. Tres d'aquests vint-i-tres alumnes han reconegut aquesta forma com a triangle.

La forma 4 ha estat reconeguda com a triangle per divuit dels vint-i-tres alumnes. Cinc d'aquests vint-i-tres alumnes no han reconegut aquesta forma com a triangle.

Pel que fa a les verbalitzacions dels infants, un d'aquests divuit alumnes ha dit que aquesta forma, encara que estigués girada, seguia essent un triangle.

La forma 5 no ha estat reconeguda com a triangle per dinou dels vint-i-tres alumnes. Quatre d'aquets vint-i-tres alumnes han reconegut aquesta forma com a triangle.

La forma 6 no ha estat reconeguda com a triangle per dotze dels vint-i-tres alumnes. Onze d'aquests vint-i-tres alumnes han reconegut aquesta forma com a triangle.

La forma 7 ha estat reconeguda com a triangle per cinc dels vint-i-tres alumnes. Divuit d'aquests vint-i-tres alumnes no han reconegut aquesta forma com a triangle.

La forma 8 no ha estat reconeguda com a triangle per divuit dels vint-i-tres alumnes. Només cinc alumnes han reconegut aquesta forma com a triangle.

La forma 9 ha estat reconeguda com a triangle per catorze dels vint-i-tres alumnes. Nou d'aquests vint-i-tres alumnes no han reconegut aquesta forma com a triangle.

La forma 10 no ha estat reconeguda com a triangle per catorze dels vint-i-tres alumnes. Nou d'aquests vint-i-tres alumnes han reconegut aquesta forma com a triangle.

Pel que fa als resultats del segon test:

La forma 1 no ha estat reconeguda com a triangle per cap dels alumnes.

Pel que fa a les verbalitzacions dels infants, un dels alumnes ha dit que no era un triangle perquè tenia els costats com una rampa i no els tenia rectes. Deu dels alumnes han dit que no era un triangle perquè no tenia els costats rectes.

La forma 2 ha estat reconeguda com a triangle per tots els alumnes.

Pel que fa a les verbalitzacions dels infants, un dels alumnes ha dit que era un triangle encara que estigués girat.

La forma 3 no ha estat reconeguda com a triangle per cap dels alumnes.

Pel que fa a les verbalitzacions dels infants, dos dels alumnes han dit que no era un triangle perquè tenia cinc vèrtexs i el triangle en tenia tres.

La forma 4 ha estat reconeguda com a triangle per tots els alumnes.

Pel que fa a les verbalitzacions dels infants, vuit dels alumnes han dit que era un triangle encara que estigués al revés. Un alumne ha reconegut el triangle i ha dit que era igual que el de la seva jaqueta.

La forma 5 no ha estat reconeguda com a triangle per cap dels alumnes.

Pel que fa a les verbalitzacions dels infants, un alumne ha dit que no era un triangle perquè no tenia la forma igual que aquest. Un dels alumnes ha dit que no ho era perquè s'assemblava a una fletxa.

La forma 6 no ha estat reconeguda com a triangle per cap dels alumnes.

Pel que fa a les verbalitzacions dels infants, quatre dels alumnes han dit que no era un triangle perquè aquella forma estava trencada. Cinc dels alumnes han dit que no era un triangle perquè no tenia cap vèrtex. Quatre dels alumnes han dit que no era un triangle perquè tenia les portes obertes. Dos dels alumnes han dit que no era un triangle perquè no tenia vèrtexs i no estava tancada la figura. Dos dels alumnes han dit que no era un triangle perquè els costats no estaven junts.

La forma 7 ha estat reconeguda com a triangle per tots els alumnes excepte un. Només un dels alumnes no ha reconegut la forma com a triangle.

Pel que fa a les verbalitzacions dels infants, un dels infants ha dit que era un triangle al revés. Un dels alumnes ha dit que era un triangle perquè tenia tres costats. Un dels alumnes ha dit que era un triangle però llarg.

La forma 8 no ha estat reconeguda com a triangle per cap dels alumnes.

Pel que fa a les verbalitzacions dels infants, tres dels infants ha dit que no era un triangle perquè tenia dents. Un dels infants ha dit que no era un triangle perquè tenia sis dents. Dos dels infants han dit que no era un triangle per tenia molts vèrtexs i el triangle només en tenia tres. Un dels infants ha dit que no ho era perquè s'assemblava a un coet. Un alumne ha dit que no era un triangle perquè no s'assemblava aquest.











La forma 9 ha estat reconeguda com a triangle per tots els infants.

La forma 10 no ha estat reconeguda com a triangle per cap dels alumnes.

Pel que fa a les verbalitzacions dels infants, vuit dels alumnes han dit que no era un triangle perquè no tenia vèrtexs. Un dels infants ha dit que no era un triangle perquè tenia forma de maduixa, i un dels infants ha dit que no era un triangle perquè tenia forma de pedra.

- **Comparació del primer i el segon test de la pregunta 6:**

Aquestes taules ens permeten observar i comparar la quantitat d'alumnes que han identificat i encerclat correctament les formes en el primer test com en el segon. S'han tingut en compte totes les variables possibles.

Pregunta 6: Encercla els cercles											
Primer test	Segon test										
Identifica correctament	Identifica correctament	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Sí	Sí	22	22	21	15	21	21	16	20	22	5
No	Sí	1	1	2	8	2	2	6	3	1	18
No	No	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
Sí	No	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

La forma 4 ha estat identificada correctament en el primer i el segon test per quinze dels vint-i-tres alumnes. Els altres vuit alumnes no l'han reconegut en el primer test, però en el segon test sí.










La forma 7 ha estat identificada correctament en el primer i en el segon test per setze dels vint-i-tres alumnes. Els altres sis alumnes no l'han reconegut en el primer test, però en el segon sí. Només un alumne no l'ha identificat ni en el primer ni en el segon test.

La forma 8 ha estat identificada correctament en el primer i en el segon test per vint dels vint-i-tres alumnes. Els altres tres alumnes no l'han reconegut en el primer test, però en el segon test sí.

La forma 10 ha estat identificada correctament en el primer i en el segon test per cinc dels vint-i-tres alumnes. Els altres divuit alumnes no l'han reconegut en el primer test, però en el segon sí.

Les formes 1, 2 i 9 han estat identificades correctament en el primer i en el segon test per vint-i-dos dels vint-i-tres alumnes. Només un d'aquests alumnes, no ha reconegut aquestes formes en el primer test, però sí que ho ha fet en el segon.

Les formes 3, 5 i 6 han estat identificades correctament en el primer i en el segon test per vint-i-un dels vint-i-tres alumnes. Els altres dos alumnes no l'han reconegut en el primer test i en el segon sí.

Pregunta 6: Encercla els quadrats											
Primer test	Segon test										
Identifica correctament	Identifica correctament	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Sí	Sí	15	22	21	23	6	19	22	15	21	12
No	Sí	8	1	2	0	14	4	1	7	1	11
No	No	0	0	0	0	3	0	0	1	1	0
Sí	No	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

La forma 4, ha estat identificada correctament tant en el primer i en el segon test per tots els alumnes.

Les formes 1 i 8 han estat identificades correctament en el primer i en el segon test per quinze dels vint-i-tres alumnes. Els altres vuit alumnes han reconegut la forma 1 en el segon test. Set dels alumnes han reconegut la forma 8 en el segon test, i només un dels alumnes no l'ha reconegut ni en el primer test ni el segon test.








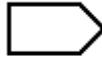


La forma 6 ha estat identificada correctament en el primer i en el segon test per dinou dels vint-i-tres alumnes. Els altres quatre alumnes, no l'han reconegut en el primer test, però en el segon test sí.

La forma 5 ha estat identificada correctament en el primer i en el segon test per sis dels vint-i-tres alumnes. Catorze l'han reconegut en el segon test i en el primer test no, i tres dels alumnes no l'han reconegut ni en el primer test ni en el segon test.

La forma 10 ha estat identificada correctament en el primer i en el segon test per dotze dels vint-i-tres alumnes. Els altres onze alumnes no l'han reconegut en el primer test, però en el segon test sí.

Les formes 2 i 7 han estat identificades correctament en el primer i en el segon test per vint-i-dos dels vint-i-tres alumnes. L'altre alumne en el primer test no les ha reconegut, en canvi, en el segon test sí.

Les formes 3 i 9 han estat identificades correctament en el primer i segon test per vint-i-un dels vint-i-tres alumnes. La forma 3 ha estat reconeguda per dos alumnes en el segon test. Per altra banda, la forma 9 ha estat reconeguda per un alumne en el segon test, i, un altre alumne, no l'ha reconegut ni en el primer ni en el segon test.

Pregunta 6: Encercla els rectangles											
Primer test	Segon test										
Identifica correctament	Identifica correctament	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Sí	Sí	19	22	20	4	20	17	4	17	22	22
No	Sí	4	1	3	18	2	6	16	6	1	1
No	No	0	0	0	1	1	0	3	0	0	0
Sí	No	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

La forma 1 ha estat identificada correctament en el primer i en el segon test per dinou dels vint-i-tres alumnes. Els altres quatre alumnes no l'han reconegut en el primer test, però en el segon test sí.

Les formes 6 i 8 han estat identificades correctament en el primer i en el segon test per disset dels vint-i-tres alumnes. Els altres sis no l'han reconegut en el primer test, però en canvi sí que ho han fet en el segon.

Les formes 4 i 7 han estat identificades correctament en el primer i en el segon test per quatre dels vint-i-tres alumnes. Els altres divuit alumnes han reconegut la forma 4 en el segon test. I un alumne no l'ha reconegut ni en el primer ni en el segon test. Pel que fa a la forma 7, setze dels vint-i-tres alumnes només l'ha reconegut en el segon test. Només tres no l'han reconegut ni en el primer ni en el segon test.

Les formes 2, 9 i 10 han estat identificades correctament en el primer i en el segon test per vint-i-dos dels vint-i-tres alumnes. Només un d'aquests alumnes no ha reconegut aquestes formes en el primer test, però en canvi sí que ho han fet en el segon.

Les formes 3 i 5 han estat identificades correctament en el primer i el segon test per vint dels vint-i-tres alumnes. Els altres tres alumnes la forma 3 l'han reconegut només en el segon test. I la forma 5 només dos alumnes l'han reconegut en el segon test. Un dels alumnes no l'ha reconegut ni en el primer ni en el segon test.

Pregunta 6: Encercla els triangles											
Primer test	Segon test										
Identifica correctament	Identifica correctament	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Sí	Sí	17	23	20	18	19	12	5	18	14	14
No	Sí	6	0	3	5	4	11	17	5	9	9
No	No	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
Sí	No	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

La forma 1 ha estat identificada correctament en el primer i en el segon test per disset dels vint-i-tres alumnes. Els altres sis alumnes no l'han reconegut en el primer test, però en canvi en el segon sí que ho han fet.

La forma 2 ha estat identificada correctament en el primer i en el segon test per tots els alumnes.

La forma 3 ha estat identificada correctament en el primer i en el segon test per vint dels vint-i-tres alumnes. Els altres tres alumnes no l'han reconegut en el primer test, però en el segon sí.

La forma 5 ha estat identificada correctament en el primer i en el segon test per dinou dels vint-i-tres alumnes. Els altres quatre alumnes no l'han reconegut en el primer test, però en el segon sí.

La forma 6 ha estat identificada correctament en el primer i en el segon test per dotze dels vint-i-tres alumnes. Els altres onze alumnes no l'han reconegut en el primer test, cosa que sí han fet en el segon.

La forma 7 ha estat identificada correctament en el primer i en el segon test per cinc dels vint-i-tres alumnes. Els altres disset no l'han reconegut en el primer test però sí en el segon. Només un alumne no l'ha reconegut ni en el primer test ni en el segon.

Les formes 4 i 8 han estat identificades correctament en el primer i en el segon test per divuit dels vint-i-tres alumnes. Els altres cinc alumnes no l'han reconegut en el primer test, però sí en el segon.

Les formes 9 i 10 han estat identificades correctament en el primer i en el segon test per catorze dels vint-i-tres alumnes. Els altres nou alumnes no l'han reconegut en el primer test, però sí en el segon.

10. CONCLUSIONS

Després d'haver realitzat aquest estudi, i valorat i analitzat tot el procés seguit durant l'elaboració d'aquest treball, es pot observar que la majoria dels infants presenten una sèrie de dificultats en relació a les figures geomètriques de dues dimensions.

En el primer test, es pot observar que la majoria dels alumnes tenen una imatge mental d'un prototip de figures, més concretament, figures com el quadrat, el cercle, el triangle i el rectangle. Això fa que els infants cometin l'error de no identificar altres tipus de quadrat, de rectangle, de cercle o de triangle, és a dir, no identifiquen altres figures no estereotipades. No obstant, alguns infants tampoc tenen present quines propietats presenten aquestes formes, ja que en alguns casos, identifiquen altres formes amb el nom de quadrat, de triangle, de cercle i de rectangle, que no tenen a veure amb les propietats ni amb l'aparença d'aquestes.

S'ha pogut observar en el primer test, que a l'hora de dibuixar el quadrat, el triangle, el rectangle i el cercle, alguns alumnes no coneixien o no associaven el nom de la figura amb la forma que estaven dibuixant, ja que alguns s'han confós de forma i d'altres han realitzat un dibuix sense fer referència a cap forma. Una part dels infants ha dibuixat formes estereotipades, ja que tenien una característica prototípica de la forma. No obstant, alguns d'aquests alumnes no han dibuixat la figura tancada, i d'altres no han concretat els vèrtexs de la forma. En canvi, en el segon test, la majoria d'infants ha dibuixat correctament la forma demanada, tenint en compte el traç de cada un dels alumnes. La majoria dels infants han dibuixat la figura tancada i han definit o concretat els vèrtexs de la forma. Tot i així, alguns alumnes encara han dibuixat la figura amb una forma estereotipada, com per exemple el triangle, que l'han dibuixat amb la base a baix, és a dir, com un triangle equilàter o isòsceles, i d'altres, han dibuixat una figura no estereotipada, com per exemple un rectangle en posició vertical. Per tant, en aquest apartat es pot observar que la majoria dels infants han millorat a partir de la intervenció, ja que a l'hora de dibuixar les formes, han tingut més en compte les propietats de cada figura. També, en alguns casos, els infants han dibuixat figures no estereotipades, que han après i observat a través de la intervenció. Cal destacar que la major part dels alumnes tenien consciència de la forma dibuixada.

En el primer test, a l'hora d'identificar les propietats de les formes, més concretament els costats i els vèrtexs, la majoria dels infants no identificaven les propietats correctament, ja que no diferenciaven entre un costat o un vèrtex. Pel que fa als

vèrtexs, la majoria dels infants no els reconeixien si no era amb el nom de punxes. Per tant, els infants tampoc utilitzaven un vocabulari geomètric adequat. En canvi, en el segon test, la majoria dels infants ha identificat correctament les propietats de les formes. La majoria dels alumnes ha reconegut les propietats de la figura amb el vocabulari geomètric adequat. No obstant, amb la figura del cercle, no han reconegut o identificat correctament les seves propietats. El motiu és perquè els alumnes han relacionat el cercle amb els altres polígons treballats, veient-lo de manera diferent. Per tant, els infants no han identificat cap costat recte en el cercle, i per aquest motiu han afirmat que el cercle no tenia cap costat ni cap vèrtex, en comptes d'afirmar que el cercle tenia un nombre infinit de costats, tal i com diu Hansen⁸⁵. Concloent aquest apartat, es podria dir que els infants han millorat respecte a les propietats de les formes, encara que en la figura del cercle s'haurien de millorar alguns aspectes i reforçar-los amb altres activitats, ja que els infants no han arribat a la conclusió que el cercle té un infinit nombre de costats.

Per altra banda, a l'hora d'identificar i raonar les formes, la majoria dels alumnes reconeixien les figures i les anomenaven basant-se en el seu aspecte físic, per tant, no tenien en compte les propietats de les figures. Així doncs, tots els alumnes, segons els nivells de Van Hiele, es trobaven en el nivell 0 (nivell de visualització⁸⁶), ja que identificaven i descrivien les formes per la seva aparença i no diferenciaven els atributs o les propietats d'aquestes, com per exemple quan se'ls presentava un quadrat girat, i algun infant verbalitzava "aquesta forma és com un diamant". Aquest error es pot veure reflectit en l'apartat de Hansen⁸⁷. Això passa perquè aquests alumnes no han explorat les diferents rotacions de les formes i només reconeixen les formes que tenen una base a baix.

També, en alguns casos del primer test, alguns infants identificaven formes que no tenien a veure amb les propietats ni amb l'aparença de la figura, com per exemple quan se'ls demanava que encerclassin els rectangles, ja que alguns encerclaven la lluna o un cercle. Aquesta dificultat ha sorgit perquè els infants no eren conscients del nom que determinava cada forma, a part de no tenir en compte les propietats de cadascuna d'aquestes.

Un altre aspecte observat en el primer test, és que la majoria dels infants, a l'hora d'identificar una de les formes d'entre un conjunt de figures diferents, només

⁸⁵ Podeu consultar la informació a Hansen, 2005.

⁸⁶ Podeu consultar la informació a Van de Walle, J. A., 2001.

⁸⁷ Podeu consultar la informació a Hansen, 2005.

identificaven les formes estereotipades, ja que tenien present una imatge mental d'aquestes formes, és a dir, un prototip concret de la figura, i no tenien en compte les propietats de cadascuna d'aquestes. També, s'ha observat que la mida i la orientació de les figures ha afectat la seva identificació, tal i com diu Matos⁸⁸, ja que molts alumnes no reconeixien la forma si aquesta era molt petita o estava girada, és a dir, no reconeixien la forma perquè tenien una mida o una orientació no prototípica. Alguns d'aquests errors es poden veure reflectits a Hansen⁸⁹. Segons Scaglia i Moriena⁹⁰, aquest error o dificultat ha sorgit perquè els alumnes posseeixen certes característiques visuals que influeixen en la identificació d'algunes figures quan la imatge no és l'estereotipada. Això crea una dificultat per reconèixer un canvi de posició o de mida en la figura.

En canvi, en el segon test, la majoria d'infants tenen en compte les propietats bàsiques de les figures i utilitzen un vocabulari més geomètric. Tot i així, no estableixen relacions entre les famílies, sinó que verbalitzen les propietats de les figures com si fossin independents entre sí. Per tant, segons els nivells de Van Hiele, la majoria dels infants, en el segon test, es troben en el nivell 1 (nivell d'anàlisi)⁹¹. Tot i així, encara que descriguin les propietats de les figures, les seves explicacions són incompletes, tal i com diu Clements⁹².

També, en el segon test, s'ha observat que els infants han identificat les formes independentment de la seva mida i orientació, ja que no tenen una orientació o una mida prototípica, sinó que tenen en compte les propietats de cadascuna d'aquestes formes. Respecte aquesta dificultat, els infants han millorat el seu coneixement després de la intervenció. Això és degut a que els infants han observat que aquestes figures poden tenir diferents posicions i mides, i això fa que la imatge mental dels alumnes canviï i reconeixin altres exemples d'aquella forma. Per millorar aquest coneixement, un dels aspectes que s'ha tingut en compte ha estat la metodologia proposada per Maria Antonia Canals⁹³. Aquesta metodologia tracta de procediments bàsics que permeten als infants aprendre i adquirir coneixements respecte a la geometria.

⁸⁸ Podeu consultar la informació a Scaglia i Moriena, 2005.

⁸⁹ Podeu consultar la informació a Hansen, 2005.

⁹⁰ Podeu consultar la informació a Scaglia i Moriena, 2005.

⁹¹ Podeu consultar la informació a Van de Walle, J. A., 2001.

⁹² Podeu consultar la informació a *A Guide to Effective Instruction in Mathematics. Kindergarten to Grade 3: Geometry and Spatial Sense*, 2005.

⁹³ Podeu consultar la informació a Maria Antònia Canals, 2011.

Cal destacar que durant la realització del primer i del segon test, molts infants remarcaven un tipus de coneixement mencionat per Maria Antònia Canals⁹⁴. Aquest té a veure amb les formes que trobem a la nostra vida quotidiana. Els infants durant la realització dels dos tests anaven reconeixent les formes i les característiques d'aquestes a partir de la seva experiència en la vida quotidiana, i molts infants en el segon test, reconeixien les formes després d'haver fet la intervenció i les associaven a les formes dels objectes que havíem trobat. Per exemple, un alumne havia reconegut el triangle del test, ja que n'havíem trobat un d'igual a la seva jaqueta.

En aquest estudi s'ha volgut investigar quines dificultats i coneixements tenien un grup d'alumnes de 4-5 anys en relació a les figures geomètriques de dues dimensions. Aquestes dificultats s'han identificat a partir d'uns tests, i s'han volgut millorar a través d'una intervenció.

La majoria dels alumnes, degut a la intervenció proposada, han millorat els seus coneixements en relació a les quatre figures geomètriques de dues dimensions que vaig dur a terme a l'aula durant els mesos de gener, febrer i març. En aquestes activitats, s'han portat a terme diferents estratègies d'avaluació, d'ensenyament i d'aprenentatge⁹⁵ que han ajudat als infants a raonar diferents idees i resoldre-les amb el grup-classe. També, s'ha tingut en compte les etapes de Bruner. Aquestes han ajudat a desenvolupar una comprensió i a tenir un coneixement més profund de la geometria. A més a més, en aquesta intervenció s'han proposat idees i estratègies de Bamberger, Oderdof i Schultz- Ferrell⁹⁶ per prevenir les dificultats i els errors dels infants. En aquesta proposta, s'han proporcionat diferents materials que han mostrat diferents exemples i no exemples del quadrat, del rectangle, del triangle i del cercle, i s'han mostrat diferents formes estereotipades i no estereotipades.

Finalment, considero que he assolit els objectius marcats en aquest estudi, i que l'elaboració i l'aplicació de la proposta didàctica m'ha ajudat a millorar els coneixements d'un grup d'alumnes de 4-5 anys en relació a les figures geomètriques de dues dimensions. A més a més, els factors de la proposta que han condicionat el coneixement dels alumnes, i els resultats dels dos tests, un abans de la proposta i un després de la proposta, també m'han ajudat a reafirmar i a contrastar tot el que he explicat en el marc teòric.

⁹⁴ Podeu consultar la informació a Purificació Biniés Lanceta, 2008:p.37.

⁹⁵ Podeu consultar la informació a Page Keeley i Cheryl. R Tobey, 2011.

⁹⁶ Podeu consultar la informació a Honi.J, Bamberger, Christine, Oberdof i Karren Schultz- Ferrell, 2010.

11. PROJECTE DE CONTINUÏTAT. NOVES PREGUNTES

Un cop realitzat aquest estudi, s'han presentat altres interrogants que podrien aprofundir més la investigació d'aquesta recerca. Per una banda, es podria analitzar i comparar si un grup d'alumnes de P5 coincideixen amb els coneixements i les dificultats respecte a la geometria que presenten aquest grup d'alumnes de P4. I per altra banda, es podrien introduir les mateixes figures treballades en tres dimensions, és a dir, figures com el cub, la piràmide, l'esfera i el prisma rectangular. D'aquesta manera es podrà d'observar i analitzar quins coneixements i dificultats tenen respecte aquestes formes amb volum aquest grup d'alumnes de P4.

Les preguntes que em plantejaria per aprofundir aquesta recerca podrien ser les següents:

1. Quins coneixements i dificultats tenen un grup d'alumnes de P5 respecte a figures geomètriques com el quadrat, el rectangle, el cercle i el triangle?
2. Comparant els resultats de P4 i P5, han sorgit les mateixes dificultats respecte aquestes formes geomètriques?
3. Quines dificultats i quins coneixements presenten aquests alumnes de P4 respecte a les formes tridimensionals com el cub, la piràmide, l'esfera i el prisma rectangular?
4. Presenten les mateixes dificultats i coneixements el grup d'alumnes de P5 respecte aquestes formes tridimensionals?

12. BIBLIOGRAFIA I WEBGRAFIA

- ALLSOPP, D.H.; KYGER, M.M.; LOVIN, L.H (2008). *Teaching Mathematics Meaningfully. Solutions for Reaching Struggling Learners*. Baltimore: Paul H. Brookes Publishing Co.
- BAMBERGER, Honi, J.; OBERDORF, Christine; SCHULTZ- FERRELL, Karren (2010). *Math Misconceptions. From Misunderstanding to Deep Understanding. Prek-Grade 5*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- BINIÉS LANCETA, Purificación (2008). *Converses matemàtiques amb Maria Antònia Canals. O com fer de les matemàtiques un aprenentatge apassionant*. Barcelona: Graó.
- CANALS, Maria Antònia (2011). *Viure les matemàtiques de 3-6 anys*. Barcelona: Rosa Sensat.
- CANALS, Maria Antònia (2009). *Transformacions geomètriques*. Barcelona: Rosa Sensat.
- CARDONA MOLTO, Maria Cristina (2002). *Introducción a los Métodos de Investigación en Educación*. Madrid: Eos.
- DECRET 181/2008, de 9 de setembre, pel qual s'estableix l'ordenació dels ensenyaments del segon cicle d'educació infantil". *Diari Oficial de la Generalitat de Catalunya*, 16 de setembre de 2008, núm. 5216, p. 1-14.
- DICKSON, Linda, BROWN, Margaret i Gibson, Olwen (1991). *El aprendizaje de la las matemáticas*. Barcelona: Editorial Labor.
- FRANCHI, Lissette; HERNÁNDEZ DE RINCÓN. "Tipología de errores en el área de la geometría plana". *Educere: Investigación arbitrada*, 2004, núm. 24, p. 63-71.
- GODINO, Juan D; RUIZ, Francisco (2002). *Geometría y su didáctica para maestros* [en línia]: Granada: Universitat de Granada. Disponible a:< <http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/>> [Consulta: 3 de gener de 2015].
- HANSEN, Alice (2005). *Children's errors in mathematics: understanding common misconceptions in primary schools*. Exeter: Learning Matters.
- KEELEY, Page; TOBEY, Cheryl Rose (2011). *Mathematics Formative Assessment. 75 Practical Strategies for Linking Assessment, Instruction and Learning*. USA: Corwin.
- MARTÍN, Antonio Ramón (2003). *Apuntes sobre la didáctica de la operación*

aritmética [en línea]: *La división en la educación primaria*. Tenerife: Col·legi públic Aguamansa. Disponible a:

<http://www.matematicaparatodos.com/BOLETINES2005/Archivo_PDF_Boletin_25.pdf> [Consulta: 15 d'abril de 2015].

- MARTINEZ RECIO, Ángel; RIVAYA, Juan (1989). *Una metodología activa y lúdica para la enseñanza de la geometría*. Madrid: Síntesis.
- NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (2006). *Curriculum Focal Points for Prekindergarten through Grade 8 Mathematics*. Reston: NCTM.
- NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, V.A: NCTM.
- QUINTANAL, José; GARCÍA, Begoña (2012). *Fundamentos Básicos de Metodología de Investigación Educativa*. Madrid: CCS.
- SCAGLIA, Sara; MORIENA, Susana. "Prototipos y estereotipos en geometría". *Educación matemática*, 2005, núm. 3, p. 105-120.
- SOCIEDAD ANDALUZA DE EDUCACIÓN MATEMÀTICA (2000). *Principios y Estándares para la Educación Matemática*. Sevilla: Editorial Thales.
- VAN DE WALLE, John A. (2010). *Elementary and school mathematics teaching developmentally*. Boston: Pearson/Allyn and Bacon Publishers.
- (2005). *A Guide to Effective Instruction in Mathematics. Kindergarten to Grade 3* [en línea]: *Geometry and Spatial Sense*. Ontario. Disponible a: <http://eworkshop.on.ca/edu/resources/guides/Guide_Math_K_3_GSS.pdf> [Consulta: 13 de març de 2015]

13. ANNEXOS

- ❖ **ANNEX 1: TEST.**
- ❖ **ANNEX 2: MOSTRES DEL PRIMER I DEL SEGON TEST.**
- ❖ **ANNEX 3: GRAVACIONS DEL PRIMER I DEL SEGON TEST.**
- ❖ **ANNEX 4: SEQÜÈNCIA D'ACTIVITATS.**
- ❖ **ANNEX 5: RECOLLIDA DE DADES DEL PRIMER I DEL SEGON TEST.**
- ❖ **BIBLIOGRAFIA.**