ÍNDEX

ÍNDEX 1
PRESENTACIÓ 4
MARC TEÒRIC DE REFERÈNCIA 11
1.- La Matemàtica i la seva didàctica 11
1.1.- La Matemàtica 11
1.2.- La didàctica de la matemàtica 14
1.3.- Les competències bàsiques en l'àrea de Matemàtiques. 16
2.- Teories psicològiques de l'aprenentatge humà 20
2.1.- Revisió dels diferents enfocaments i opció escollida 20
2.1.1.- Classificació esquemàtica de blocs i teories concretes bàsiques de l'aprenentatge 20
2.1.2.- Descripció de cadascuna de les teories i criteris de selecció 23
2.1.3.- Vinculació de la teoria escollida amb l'àrea de Matemàtiques 37
2.1.4.-Vinculació de la teoria escollida amb la llei actual d'ensenyament al nostre país 39
3.- Motivació i memòria comprensiva: eines clau per a l'aprenentatge 41
3.1.- La motivació 41
3.1.1.- Aproximació conceptual 41
3.1.2.- La motivació acadèmica 41
3.1.3.- Sobre la motivació intrínseca 42
3.2.- L'autoconcepte i el test AF-5: una eina per mesurar la motivació 43
3.3.- La memòria comprensiva 45
3.3.1.- Aproximació conceptual i tractament en el marc escolar 45
3.3.2.- Tipus de memòria i relació amb la memòria comprensiva 45
3.3.3.- Sobre la memòria comprensiva i la relació amb la variable rendiment 46
3.4.- El paper de la motivació i de la memòria comprensiva en l'aprenentatge significatiu 47
APARTAT EMPÍRIC 50
4.- Definició del problema: problema d'investigació, pregunta o recerca d'hipòtesi 50
5.- Objectius 54

6.- Metodologia de la investigació 55
6.1.- Dimensió epistemològica i metodològica 55
6.1.1.- Paradigma sòciocrític versus paradigma positivista 55
6.1.2.- Metodologia d'Investigació - Acció 57
6.2.- Mostra 61
6.2.1.- Criteris per a la selecció 61
6.2.2.- Descripció dels subjectes: centres de la mostra. 62
6.3.- Disseny de la investigació 64
6.3.1.- Elaboració de les eines i estratègies de recollida d'informació. 64
6.3.2.- Fases de l'estudi, temporització i moment actual amb les diferents escoles 65
6.4.- Material 68
6.4.1.- Protocol per a introduir el concepte de políedre regular 70
6.4.2.- Protocols per a introduir els conceptes de sistema de referència (Part I), funció (Part II)i funció lineal, afí i constant (Part III). 77
6.4.3.- Protocol per a introduir el concepte de probabilitat i deduir la Regla de Laplace 91
6.4.4.- Protocol per a introduir el concepte desigualtat, així com també el comportament de la relació de desigualtat respecte les operacions, com a trampolí per a les inequacions 97
6.4.5.- Protocol per a introduir el concepte de raons trigonomètriques 104
6.4.6.- Protocol per a introduir el concepte de successió. Terme general. 111
7.- Resultats 116
7.1.- Anàlisi quantitativa 116
7.1.1.- Objectius de l'anàlisi quantitativa 116
7.1.2.- Procediment seguit en l'anàlisi quantitativa 116
7.1.3.- Descripció quantitativa de les dades de l'estudi 118
7.1.4.- Resultats de l'objectiu 3, relatius al grau de motivació 129
7.1.5.- Resultats de a l'objectiu 3, relatius a la memòria comprensiva 132
7.1.6.- Resultats de l'objectiu 4, relatius a la comprensivitat del disseny 135
7.1.7.- Resultats de l'objectiu 5, relatius a les dimensions qualitatives "tipus de material" i "dinàmica de treball" ..... **¡Error! Marcador no definido.**
7.1.8.- Conclusions de l'anàlisi quantitativa 141
7.2.- Anàlisi qualitativa 143

7.2.1.- Objectius de l'anàlisi qualitativa 143
7.2.2.- Procediment seguit en l'anàlisi 143
7.2.3.- Anàlisi de les transcripcions 144
7.2.4.- Conclusions de l'anàlisi qualitativa 148
8.- Discussió dels resultats 149
8.1.- Disseny d'un programa centrat en la introducció de diferents continguts matemàtics a l' ESO sota la perspectiva constructivista 153
8.2.- Col·laboració dels altres professors i d'altres centres per posar a prova el programa 155
8.3.- Millora de la motivació acadèmica i de la memòria comprensiva 156
8.3.1.- Grau de motivació 156
8.3.2.- Memòria comprensiva 157
8.3.3.- Anàlisi global i relació entre els dos resultats amb la Teoria de l'Aprenentatge Significatiu d'Ausubel 157
8.4.- Comprensivitat del programa 161
8.5.- Aproximació als elements qualitatius que milloren la motivació i la memòria comprensiva 164
8.6.- Futures línies d'investigació 168
BIBLIOGRAFIA 171
ANNEXOS 171
Annex 1: Competències bàsiques 179
Annex 2: Guió entrevista inicial 194
Annex 3: Transcripcions entrevistes inicials 196
Annex 4: Guió entrevistes finals i grup de discussió 205
Annex 5: Transcripcions entrevistes finals i grup de discussió 207
Annex 6: El test de motivació AF-5 "Autoconcepte" 222
Annex 7: Document enviat als diferents centres demanant la col·laboració en l'estudi 226
Annex 8: Fotografies del material del protocol dels políedres 234
Annex 9: Fotografies del material del protocol de les desigualtats 238
Annex 10: Protocol per a introduir el concepte d'equació 242

PRESENTACIÓ

Ens trobem davant el reflex d'una preocupació educativa que s'ha fet palesa tant en els mitjans de comunicació[1] com dins dels claustres de professors[2] (ja siguin d'ensenyament Secundari com Superior), així també com en articles d'autors destacats en el món de la Didàctica de les Matemàtiques i de les Ciències, com Guzmán (1992) i Aliberas (1989): els alumnes de Secundària fan un aprenentatge de les Matemàtiques poc sòlid, en el sentit que apareix una distància evident entre el que pretén la LOGSE (1990) en el Currículum d'ESO de l'àrea de Matemàtiques quan parla de constructivisme a l'aula, i el que realment passa en el sí dels centres actualment.

Això tant pot ser atribuïble a la poca formació del professorat a l'hora de fer la transposició didàctica a l'aula, al poc convenciment d'aquest professorat sobre la metodologia, o potser també, perquè no dir-ho, a un error de plantejament en la proposta didàctica feta des de la llei!

Davant d'aquestes possibilitats, i donat que em trobo dins d'aquest grup de docents, em decanto pel primer dels aspectes: algú s'ha preocupat de fer propostes didàctiques concretes sota la perspectiva constructivista, i de dissenyar un programa de formació pel professorat que ho ha de dur a terme a l'aula? A partir d'aquí s'opta per elaborar i posar a prova diferents protocols didàctics concrets, centrats únicament en el moment de la presentació dels diferents conceptes matemàtics, acotant així l'objectiu en una etapa molt inicial, però potser de les més importants al llarg de l'aprenentatge per part de l'alumnat dels diferents conceptes. Només a partir de l'èxit de la prova ens

---

[1] LA VANGUARDIA , 26 /09 / 02 .*El ministerio dice que bajan los conocimientos de matemáticas y lengua en ESO*

LA VANGUARDIA , 17/09/04 (...) *el curiós és la normalitat amb la que s'admet que els nens de totes les edats manifestin aquest bloqueig mental a les matemàtiques. I no són pocs els pares que ja donen aquesta matèria per perduda(...)* extret d'un article d'opinió d'en Joan Barril

[2] Aquestes impressions són recollides per l'autora d'aquest treball a partir de comentaris de col·legues, tant del mateix centre com d'altres centres i nivells, així com d'intercanvis d'opinions amb l'Anton Aubanell (professor de Didàctica de les Matemàtiques de la UB) i amb el Dr. Àngel Alsina (professor de Didàctica de les Matemàtiques de la UVic i de la UdG).

proposarem més endavant poder tirar endavant una formació cap al professorat en aquest sentit.

Fruit de la revisió bibliogràfica feta fins al moment, presento algun fragment d'autors importants en aquest camp que comparteixen amb mi la mateixa preocupació: el primer fragment correspon a Aliberas (1989) i el segon a Irrsae (1992). En el primer fragment presentat, Aliberas convida a recolzar el treball del docent, al qual li reconeix poca formació didàctica:

> *La formació didàctica teòrica és insuficient, a causa de la gran variabilitat d'ambients i situacions en els quals s'ha de desenvolupar la tasca del professor. El treball docent al costat de professors en actiu també ha de formar-ne part.* (p. 135)

> *Els mestres estan cridats a crear "escenaris cognoscitius" fortament identificats, capaços d'alfabetitzar els alumnes (...) Els mestres, tant en la formació inicial com en la permanent, s'hauran de referir no tant a l'epistemologia com a la gnoseologia de les disciplines.* (p.11-12)

En aquest segon fragment, Irrsae (1992) insisteix en la importància del paper del docent a l'hora de buscar propostes concretes a l'aula per crear aprenentatge veritable.

Veient que les inquietuds presentades coincideixen amb altres autors, ens situem davant la preocupació concreta per dissenyar aquest programa esmentat anteriorment. Per fer-ho sota la perspectiva constructivista, es considera necessari destacar i comentar breument dos aspectes molt importants que s'han de tenir en compte, i que apareixeran com a base al llarg de tot el treball: la Teoria de l'Aprenentatge Significatiu d'Ausubel (1968), com a punt de partida a l'hora d'elaborar el disseny, i el factor de la motivació, com a objectiu a perseguir en el moment de la presentació per tal d'assegurar una condició necessària cap a l'aprenentatge significatiu.

Per abordar el primer aspecte, es parteix de la combinació simultània entre la pròpia experiència en el terreny i la manera com altres autors relacionen el problema amb aquesta teoria: des de la pròpia perspectiva com a docent, sovint hom se n'adona que allò que els estudiants han après en cursos anteriors no ho han assolit i per tant són

incapaços d'aplicar-ho: quan se'ls explica, per exemple, que per sumar fraccions algebraiques de polinomis han de seguir el mateix procés que amb les fraccions numèriques, ells mateixos et diuen que no recorden el procés, perquè ja ho van fer en el seu moment i ho han oblidat.

D'aquí es pot deduir que l'aprenentatge que han fet, tant del procediment de sumar fraccions, com del concepte de mínim comú múltiple, no ha estat significatiu. Suposant que, en el millor dels casos, algú recordés el procediment sense haver entès el perquè, seria un aprenentatge memorístic que no els serviria per extrapolar-ho al conjunt dels polinomis.

Aliberas (1989) generalitza aquest cas quan exposa, en el seu llibre, les idees següents, i les intenta relacionar amb la idea de la Teoria de l'Aprenentatge Significatiu d'Ausubel:

> *Quan una idea s'ha après significativament, i per tant, connecta amb la part implicada cognoscitivament, no es produeix un simple emmagatzament* (com passaria amb l'aprenentatge memorístic) *sinó que la integració del nou coneixement modifica una part de l'estructura receptora.* (p. 92)

Així, podem dir que l'aprenentatge significatiu equival a comprensió més retenció, a diferència de l'aprenentatge memorístic, que és pura retenció. Algú podria pensar que amb la retenció ja n'hi ha prou, però des del nostre punt de vista, si no hi ha comprensió, la sostenibilitat de l'aprenentatge es posa en perill.

D'altra banda, el mateix autor subjecta el fet que la teoria d'Ausubel ha estat el punt de partida en més d'una ocasió, en intentar millorar l'ensenyament de les ciències. Això anima a pensar que no ens trobem massa lluny d'un marc teòric adequat.

> *La teoria ausubeliana ha estat repetidament proposada com a paradigma per a dirigir la recerca didàctica en ciències.* (p. 94)

A més, tot i que la teoria serà només el paraigua sota la qual es dissenyarà la transposició didàctica, m'interessa un autor que es preocupi d'elaborar teories pensades el més a prop de l'aula possible. Novament, Aliberas (1989) confirma que això ha estat així:

> *Ausubel no proposa una tasca epistemològica sinó destinada a l'aplicació directa a l'aula; es tracta d'una teoria específica sobre aprenentatge.* (p. 89)

En conclusió, una primera intuïció complementada amb la pertinent revisió dels diferents enfocaments existents m'inclinen a partir de la Teoria de l'Aprenentatge Significatiu d'Ausubel (1968). Aquesta intuïció anirà creixent en aquesta mateixa direcció en finalitzar la revisió dels diferents enfocaments existents i de valorar-ne els avantatges i els inconvenients, així com també després de veure la vinculació existent entre aquesta teoria, tant amb l'àrea de Matemàtiques com amb la legislació vigent al nostre país.

Un cop situats en la teoria concreta que serà el paraigua sota el qual es basarà el disseny, es comenta breument un factor bàsic a tenir en compte: la importància de la motivació per a la presentació dels conceptes matemàtics. En el marc teòric del treball, queda ben explicitat el perquè de la necessitat d'aquest factor com a fonamental a tenir en compte dins del procés que proposa Ausubel en la seva teoria, que partint d'un desequilibri inicial, busca materials nous d'informació per reestructurar cognoscitivament la memòria de l'alumne.

Es pot fer molta feina intentant buscar maneres de crear desequilibris en els estudiants per poder-los motivar en aquest moment des d'un punt de vista reequilibrador. I és molt important buscar maneres significatives d'introduir els conceptes nous, aprofitant aquests moments en que l'alumne/a està actiu davant d'un problema o pregunta. Si aconseguim presentar els conceptes des d'aquesta perspectiva, potser aconseguirem una memòria més comprensiva dels mateixos i una motivació més directa cap al problema en sí, doncs haurem creat una necessitat i l'haurem respost des de la Matemàtica.

Guzmán (1992) ho reflecteix molt bé en els paràgrafs següents d'un article publicat:

Una preocupació general que s'observa a l'ambient condueix a la recerca de la motivació de l'alumne des d'un punt de vista més ampli, que no es limiti al possible interès intrínsec de la matemàtica i de les seves aplicacions. (p. 15)

Es pot suposar la motivació de les idees i desenvolupaments a l'inici. Aquí és on es poden buscar idees originals en tota la seva senzillesa i originalitat... (p. 17)

Sembla obvi que si ens limitéssim en la nostra educació a una mera presentació dels resultats que constitueixen l'edifici purament teòric que s'ha desenvolupat en aquest intent, deixant-ne de banda els orígens en els problemes que presenta la realitat i les seves aplicacions per resoldre aquest problemes, estaríem amagant una part molt interessant i substancial d'allò que veritablement és matemàtica. Deixant de banda que amb això estaríem prescindint del gran poder de motivació que la modelització i les aplicacions tenen. (p. 21)

Crec que és molt necessari, pel que la societat s'hi juga, que es formin a les nostres universitats bons equips d'investigació en educació matemàtica que ajudin a resoldre la gran quantitat de problemes que es presenten en el camí vers un ensenyament matemàtic més eficaç.
(p. 25)

És doncs, en aquest punt i recollint la demanda que fa Guzmán en aquest últim paràgraf, que la intuïció de l'autora d'aquest treball es veu recolzada per altres veus i es decideix a intentar motivar a partir d'una presentació "adequada" dels conceptes matemàtics. I és en aquest intent de fer-la "adequada" on hi ha la base de la recerca. Caldrà esbrinar quins seran els elements que la configuraran i quins no hi podran ser mai.

Hi ha un altre autor que parla de la importància de la motivació i de la relació que té aquesta amb la manera de presentar els conceptes. En aquest cas no parla de l'àrea de Matemàtiques, sinó de l'aprenentatge de qualsevol àrea. Es tracta d'un recull fet per

Alonso (1991), en el que es planteja buscar els elements que afavoreixen la motivació a l'aula, i dins d'aquests cita la presentació dels continguts:

> *(...) Necessitem saber per què les variables que defineixen el context de l'activitat de l'alumne (els continguts, el mode en que són presentats, les tasques a realitzar, la manera en què es plantegen, la forma d'organitzar l'activitat, el tipus i forma d'interacció amb els com panys, els recursos, els missatges que dóna el professor, els resultats que obté l'alumne, l'avaluació- la manera de fer-la, la persona que la fa -, etc.) algunes vegades el motiven i d'altres no.* (p. 21)

En aquest punt hom se n'adona que el treball serà un petit gra de sorra que estudiarà alguna de les tantes variables que aquí es citen per afavorir la motivació.

Per tal de situar al lector es sintetitza breument el que s'ha desenvolupat fins ara: davant la necessitat de presentar propostes concretes a l'aula per afavorir un millor aprenentatge dels conceptes matemàtics, es dissenya un conjunt de propostes concretes centrades en el moment de la presentació d'aquests, amb l'objectiu d'afavorir la motivació de l'alumnat, ingredient essencial per aconseguir un aprenentatge significatiu dels diferents conceptes, i es posa a prova en diferents centres per tal d'avaluar-los i extreure'n els elements clau.

A continuació s'exposen els diferents apartats en què es constitueix el treball, per tal de desenvolupar la recerca i assolir els objectius proposats. En el primer apartat, es desenvolupa un marc teòric a tres nivells: en el primer, es situa la disciplina de la Matemàtica i de la seva didàctica, com a context global de la recerca. En el segon nivell es fa un breu recorregut per les diferents teories psicològiques de l'aprenentatge humà al llarg del temps, del que en surt un anàlisi que condueix a l'autora a inclinar-se per l'autor i la teoria concreta escollida. En el tercer, un cop ja triada la Teoria de l'Aprenentatge Significatiu d'Ausubel, s'aprofundeix sobre les eines clau que guien i alhora són fruit d'aquest aprenentatge: la motivació i la memòria comprensiva. A continuació es troba l'apartat empíric, en el qual es defineix amb exactitud i rigor el problema de la investigació i s'especifiquen els objectius de la mateixa, així com també el mètode utilitzat en el treball de camp (descripció de la mostra, material dissenyat i utilitzat , la dimensió epistemològica i metodològica de la investigació –

situació del paradigma i de la metodologia escollida) i finalment, el procediment seguit, on es mostren les diferents fases del treball, amb la temporització, així com també les eines i estratègies utilitzades per a recollir la informació necessària.

En el setè apartat es presenta l'anàlisi quantitativa i qualitativa dels resultats. L'anàlisi quantitativa, en el que s'utilitza el programa SPSS (Versió 9.0), aporta una informació molt significativa pel què fa a la repercussió del disseny dels protocols sobre el grau de motivació i la memòria comprensiva dels alumnes. Per altra banda, també estudia el grau de comprensivitat dels protocols i la rellevància del fet de treballar en grup i amb material manipulatiu. En l'anàlisi qualitativa, a més dels punts analitzats quantitativament, es busquen altres elements clau dels protocols que puguin haver contribuït a millorar aquests aspectes. Per fer l'anàlisi qualitativa, es parteix de les transcripcions de les diferents entrevistes realitzades als mestres encarregats de dur a terme l'experiment a l'aula, a l'inici i al final del procés, utilitzant també, com a font de recollida de dades qualitatives, la transcripció d'un grup de discussió organitzat en finalitzar el procés amb els diferents centres, del que en surten unes aportacions que complementen amb coherència els resultats obtinguts tant a la part quantitativa com a les entrevistes individuals. En aquest cas, les percepcions de la investigadora, que també participa en un dels centres, arrodoneixen l'anàlisi global i obren nous interrogants que apareixen en el vuitè apartat.

L'última part de l'estudi és la que recull les conclusions amb la corresponent discussió i que proposa possibles continuacions del mateix: concretament, en el vuitè apartat, es fa una revisió exhaustiva dels objectius proposats (apartat 5) i a continuació s'escriuen les conclusions a què s'ha arribat de cadascun d'ells amb la corresponent anàlisi i discussió si és el cas; paral·lelament es fa una comparació d'aquestes conclusions amb altres articles o fragments que recolzen l'estudi. Finalment s'enllaça aquesta discussió amb un paràgraf on es plantegen els nous interrogants, del qual en surten noves propostes i possibles camins per a seguir investigant.

MARC TEÒRIC DE REFERÈNCIA

1.- La Matemàtica i la seva didàctica

Per a poder fer una bona aproximació a l'aula de la Matemàtica, es fa un breu repàs de dos conceptes clau que es tracten al llarg del treball: la Matemàtica i la seva Didàctica.

1.1.- La Matemàtica

Al llarg de la història s'han donat diferents definicions del terme Matemàtica, i cadascuna d'elles posa l'accent en un aspecte essencialment diferent: si bé les que es troben en diversos diccionaris són força abstractes i poc precises, quan s'intenta aprofundir una mica més en el concepte i es busquen altres definicions fetes per diversos autors, se'n van extraient molts factors diferents i complementaris entre sí, considerats com a essència definitòria del concepte Matemàtica. Això fa que el concepte de Matemàtica sigui de difícil de definir amb la precisió desitjada. Veiem per exemple, la definició que presenta Díaz (1980) en un diccionari sobre aquesta matèria:

> *Matemàtica: ciència que estudia les propietats dels ens abstractes com les figures geomètriques, els nombres... i les relacions que s'estableixen entre ells. Els grecs utilitzaven aquesta paraula per designar la matemàtica pura i diferenciar-la de la pràctica. En l'actualitat es tracta d'unificar ambdues branques de les matemàtiques. No obstant, les matemàtiques venen a ser un compendi de disciplines relacionades: lògica, aritmètica, teoria dels nombres, teoria de conjunts, àlgebra, anàlisi, etc.*

A continuació el mateix autor distingeix entre el que anomenarà *Matemàtica Pura* i *Matemàtica Pràctica*, salvant així els diferents accents que se li puguin donar al concepte.

Si bé no és del tot necessari tenir una definició universal, es considera imprescindible, per al bon desenvolupament del treball, veure i entendre quins són

els més importants dins d'aquests múltiples factors que han anat apareixent en les diferents definicions, i que per tant, configuren l'essència de la Matemàtica.

- En primer lloc, l'abstracció, atès que la Matemàtica estudia relacions quantitatives i formes espacials dels objectes, prescindint de les propietats concretes de cadascun d'ells. El caràcter abstracte de la Matemàtica, en els seus diferents nivells, és un dels factors que sovint apareix com a obstacle a l'hora de poder aprendre els diferents conceptes, i per tant s'haurà de tenir en compte en el moment de dissenyar els protocols. Com es veu al final del treball, es resol fent processos lògics inductius.

- En segon lloc, el raonament lògic, com a mètode i llenguatge que permet fer i comunicar Matemàtica. És per això que el llenguatge utilitzat per el docent també s'haurà de cuidar especialment en el disseny del protocol, així com també tenir en compte els diferents estadis cognitius en què es troba l'alumnat.

- Per últim, i com a molt important a tenir en compte en l'edat dels alumnes d'ESO, l'aplicació: pel mateix fet de ser abstracte, un concepte matemàtic pot interpretar diferents fenòmens concrets i ser aplicat a la vida quotidiana. Aquest fet és el que ajuda, en molts casos, a apropar alguna de les cares de la Matemàtica a l'alumnat, així com també a fer-la més comprensiva, en el sentit de que pot arribar a més gent. És en l'aplicabilitat dels conceptes on trobem més persones que el poden aprendre. A mida que es puja cap a l'abstracció, es perd comprensió, segons les característiques personals i els diferents estadis cognitius.

Des del punt de vista de l'aplicabilitat, i intentant començar a buscar una coherència pel què fa al concepte de Matemàtica respecte a la seva didàctica, Monereo (1997) destaca que no pel fet de ser una àrea configurada per coneixements d'alta utilitat és més senzilla de comprendre, si la comparem amb altres disciplines curriculars. Això s'atribueix al fet que aquesta aplicabilitat es pot entendre en dues vessants: en primer lloc, el fet que la matemàtica es manifesti en molts àmbits de la vida quotidiana, com per exemple el comerç, la vida domèstica, els mapes, etc.; en segon lloc, es considera de gran aplicabilitat pel fet que es troba en els fonaments del mateix desenvolupament científic. Aquest segon aspecte és el que, sovint s'oblida i

l'allunya de les altres disciplines culturals properes a la vida quotidiana com per exemple, les Ciències Socials. En el disseny dels diferents protocols que apareixen en aquest estudi, es distingeixen els coneixements previs dels alumnes en els que provenen de la vida quotidiana i els que provenen del mateix currículum per tal de tenir en compte aquestes dues variables.

Intentant aprofundir una mica més en aquesta dualitat a la qual ja fa referència la primera definició citada, Irrsae (1992) parla de les *dues ànimes* de la Matemàtica, inclinant-se clarament per la seva aplicabilitat:

> *En la matemàtica, des dels orígens més remots, conviuen, per dir-ho així, dues ànimes: una que la veu com un instrument útil per a finalitats pràctiques (el problema d'una matemàtica aplicable); l'altra que la veu com una disciplina en ella mateixa amb els seus problemes meravellosos, la lògica rigorosa en què està organitzada, etc., però essencialment "inútil" o com a màxim bona per dominar i aguditzar l'intel·lecte (la matemàtica pura)*[3]

A continuació fa referència als nous programes que sorgeixen a partir de la LOGSE[4], en el sentit que subratllen la importància que té la matemàtica per a la formació del pensament, contraposant una concepció més àmplia i complexa d'aquesta disciplina, com a element essencial de la cultura de l'home, a una visió més estreta que la limita a aspectes més circumscrits i utilitaris.

Donat que l'objecte d'estudi es basa en una investigació sobre fets concrets de la didàctica d'aquesta matèria, cal veure com, a partir de la situació en què es troba la definició del terme Matemàtica, s'articulen els diferents discursos concrets pel què fa a les diferents maneres d'entendre la seva didàctica. A continuació es presenten, de forma molt breu, les perspectives més actuals sobre aquest tema, un tema de plena urgència i actualitat, encara no del tot resolt: la didàctica de la matemàtica.

---

[3] És significativa la frase de B. Russell "La matemàtica pura és la classe de totes les proposicions que tenen la forma *p implica q*"

[4] A Catalunya, veure el Disseny Curricular al Decret 75/1992 de 9 de març

1.2.- La didàctica de la matemàtica

Sembla clar que el fet que el terme Matemàtica hagi estat concebut des d'una perspectiva dual al llarg de la història, condiciona de manera directa la seva didàctica depenent de la manera en que es tracti aquesta dualitat a la realitat de les aules. Segons Alsina, A (2002), tot i que la Matemàtica ha format part de la nostra vida quotidiana des dels orígens, hi ha hagut masses ocasions en que la reivindicació del paper formal de les matemàtiques a l'escola ha anat en detriment d'aquesta visió més funcional i en molts casos, de la comprensió de la mateixa.

És clar doncs que, al marge de la definició que pugui adoptar, la Matemàtica es considera fonamental en l'activitat educativa del nen al llarg de la seva escolarització obligatòria, i per tant, es constata que el mestre d'aquesta àrea té una gran responsabilitat per dur a terme la tasca amb el màxim rigor i coneixement dels diferents mètodes. Cal doncs, que els mestres i professors que es dediquin a impartir aquesta àrea tinguin, a part d'un bon coneixement de la disciplina que imparteix, una notable formació pel què fa a les diferents maneres de transmetre amb èxit els conceptes matemàtics, en tota la seva dimensió abstracta i aplicada, és a dir: cal una bona formació didàctica per a poder educar en aquest àmbit. La formació didàctica serà la base de la professionalitat del personal docent.

Repassant la trajectòria d'un mestre o professor des que aprèn com a alumne fins que imparteix classe, es veu que aquest tindrà una formació didàctica quan hagi passat per les tres etapes que li corresponen: com a alumne, per aprendre bé els coneixements i conèixer les dificultats implícites de l'aprenentatge de les Matemàtiques; la formació inicial (que en el cas dels mestres és més completa i en el cas dels professors és pràcticament nul·la), i la formació continuada permanent en l'època en què ja s'exerceix. Aquesta última és molt important, doncs per tenir un compromís real amb l'ensenyament hi ha dos aspectes que canvien constantment i que s'han de tenir en compte: el context (doncs si l'actitud del docent està lluny del context difícilment podrà arribar a haver-hi comunicació) i la diversitat d'alumnes (com a entorn a tenir en compte i a aprofitar per fer una Matemàtica més oberta i comprensiva).

Tal i com s'apunta en el paràgraf anterior, la formació inicial dels professors, sovint queda en un pur requeriment administratiu i està mancada de contextualització. Callís (2001), fent al·lusió a una certa secundarietat del paper de la formació didàctica de la Matemàtica en la formació dels mestres, situa la formació inicial dels mestres i professors en una greu situació de crisi, tant pel què fa a la distància entre aquesta i la necessitat educativa existent en la realitat escolar, com pel què fa a la deficient formació matemàtica amb la que comencen els futurs ensenyants. El mateix autor, apunta cap a diferents solucions, que es resumeixen en el següent: cal que l'Educació Matemàtica es centri en aglutinar tot el conjunt de coneixements i procediments didàctic - matemàtics, per tal d'aconseguir una implicació personal més creativa i conscienciada del pensament matemàtic. Cal que els que s'inicien en l'art d'ensenyar descobreixin, a partir d'una bona integració entre la teoria (sovint impartida per investigadors teòrics) i la pràctica, casos concrets d'aplicació directa a les aules i de resolució de conflictes que puguin sorgir en el procés d'aprenentatge dels alumnes.

A partir d'una bona formació inicial i de la continuïtat d'aquesta en el marc d'una bona formació permanent continuada, els responsables de l'ensenyament de la Matemàtica podran començar a afrontar les necessitats d'aprenentatge dels alumnes, sovint canviants i retroalimentadores de nous interrogants. El docent, per poder tenir una bona formació continuada, no pot quedar emmarcat en el context de la seva aula i de les aportacions puntuals dels seus col·legues, sinó que ha d'estar més vinculat al món de la investigació en Educació Matemàtica. Cal que l'investigador i el docent estableixin forts vincles d'actuació i que puguin treballar conjuntament. Carrillo (2001) suggereix com a marc integrador el model de la investigació col·laborativa, a partir de la fusió de diferents iniciatives al llarg de la història de la investigació relacionada amb la docència (Eliot, 1991; Jaworski, 1998 i Stenhouse, 1975).

Suposant que tots aquests aspectes puguin millorar, és a dir, que l'ensenyant pugui arribar a tenir una formació més sòlida, es veu que a partir de la necessitat de conèixer diferents didàctiques, neix una necessitat més epistemològica: conèixer els fonaments teòrics que guien els diferents mètodes i veure, juntament amb l'experiència i l'art del docent, quina opció recolzarà la perspectiva escollida. Dit d'una altra manera, és necessari tenir en compte el que es sap sobre la manera en que els alumnes aprenen, doncs el paper del professor es veu afectat de manera molt

diferent si es considera l'alumne com a un mer recipient d'emmagatzemat d'informació o si, per altra banda, se'l considera com a donador de significat de la informació que rep a partir del què ja sap. És en aquest art del docent en el que cal aprofundir quan estudiem les dimensions qualitatives que s'enuncien més endavant a l'objectiu 5, i que es comencen a citar aquí: la interacció i el diàleg entre el professor i l'alumne; la reconducció per part del professor d'aquest diàleg a l'objectiu perseguit; el fet d'utilitzar o no exemples, etc. (veure apartat 5).

1.3.- Les competències bàsiques en l'àrea de Matemàtiques.

No es pot emmarcar el moment actual de la Matemàtica i la seva didàctica sense parlar de les competències bàsiques. I és que per salvar aquesta dualitat de funcionalitat i raonament, el currículum de l'àrea en la franja de l'ensenyança obligatòria tendeix a organitzar-se en competències. Així ho recull el Butlletí Oficial de l'Estat[5]:

> *Al llarg de l'educació obligatòria les matemàtiques han de desenvolupar, indisociablement i equilibrada, un paper formatiu bàsic de capacitats intel·lectuals, un paper aplicat, funcional, a problemes i situacions de la vida diària, i un paper instrumental, en quan a formalitzador de coneixements d'altres matèries.* (p. 31)

En un dels seus articles, Alsina, À (2002) fent al·lusió a aquest fragment del BOE, afegeix a continuació que

> *Indubtablement, les matemàtiques formen part de la nostra vida diària, però encara amb massa freqüència molts estudiants associen les matemàtiques exclusivament amb els aprenentatges realitzats a l'escola, sovint descontextualitzats de la seva pròpia vida quotidiana.* (p. 56)

I a continuació fa una aproximació al concepte del què anomena competència numèrica:

[5] BOE, suplement del núm 220, p.31

> *Des de una perspectiva genèrica i malgrat sembli un joc de paraules, al parlar de competències ens referim al què ha de saber l'alumne i al què s'ha de fer per ser conscient del què es sap fer.* (p.57)

Aquest concepte va en la mateixa línia que la definició oficial de competència bàsica, extreta del Projecte DeSeCo, OECD (2004):

> *Capacitat d'actuar eficaçment en situacions diverses, complexes i imprevisibles; sabent usar coneixements en relació amb valors, experiències, actituds, habilitats cognitives i pràctiques, motivacions, emocions, etc.*

En el cas del nostre estudi, no s'aprofundeix més en aquest concepte, però si s'utilitzen els resultats de la prova de Matemàtiques de les Competències Bàsiques com a indicador dels nivells de cada un dels grups, a l'hora de fer l'anàlisi quantitativa. És per això que es creu pertinent fer-ne una breu presentació. Tot i que ja fa quatre cursos que es realitzen aquestes proves a segon d'ESO, fem referència al que s'expressa en les Instruccions de curs 2004-2005 per a l'Educació Secundària en els centres privats, que és l'àmbit en el qual es mou l'estudi.

En primer lloc, es fa una introducció i aproximació a la idea de competència i a l'important paper que hauria de prendre en el desenvolupament i aplicació del currículum, així com també en la utilització dels resultats obtinguts per l'alumnat de cada centre per al propi pla d'avaluació.

> *Ser competent va més enllà del domini de determinats coneixements i habilitats, les competències impliquen la capacitat d'utilitzar aquests coneixements i habilitats, de manera transversal i interactiva, en contextos i situacions diferents, cosa que requereix la comprensió, la reflexió i el discerniment tenint en compte la dimensió social de cada actuació.*

A l'ensenyament obligatori cal prioritzar l'assoliment per part de tot l'alumnat de les competències que afavoreixen l'autonomia necessària per l'aprenentatge i pel desenvolupament personal i social.

Més endavant s'enumeren i es descriuen per sobre alguns dels aspectes bàsics que es consideren competències:

> *En qualsevol cas, la comprensió i l'expressió oral i escrita, la recerca i la reelaboració d'informació, la utilització fluïda de tècniques, estratègies i instruments de càlcul i l'aplicació d'estratègies per a la comprensió i la resolució de situacions de la vida quotidiana, són eines imprescindibles perquè els alumnes puguin inserir-se en la societat de manera satisfactòria.*

Cal destacar que el currículum de l'ESO recull les competències bàsiques en un sentit ampli i extens. A partir de les conclusions de la Conferència Nacional d'Educació (2000 -2002) i de diferents treball de camp, basats en els Objectius Generals d'Etapa, es concreten quines són les competències de cada àmbit. En el cas concret de l'Àrea de Matemàtiques, i dels dos cursos que fan referència a l'estudi, es van seleccionar les competències següents:

M1 – Aplicar el coneixement del sistema de numeració decimal i de les operacions per comparar, relacionar nombres i operar amb rapidesa, buscant segons la situació un resultat exacte o aproximat.

M2 – Utilitzar les tècniques i convencions i el llenguatge de la representació geomètrica per compondre i descompondre formes geomètriques complexes a partir de formes simples.

M3 – Emprar amb precisió i criteri les unitats de mesura.

M4 – Usar amb propietat instruments i tècniques per dibuixar, mesurar i calcular.

M5 – Planificar i seguir estratègies de resolució de problemes i modificar-les, si no es mostren prou eficaces.

M6 – Usar i interpretar llenguatge matemàtic com ara xifres, signes i altres representacions gràfiques o dibuixos per descriure fenòmens habituals.

M7 – Interpretar la funció que fan els nombres quan apareixen en un context real (expressar quantitat, identificació, temps, mesura, intervals) i usar-los d'acord amb les seves característiques.

M8 – Reconèixer i interpretar gràficament relacions senzilles de dependència funcional existents entre conjunts de dades d'ús quotidià, en particular en casos de proporcionalitat directa.

M9 – Comparar la factibilitat de fets aleatoris en situacions simples.

En l'Annex 1 hi ha una mostra de la prova que es va passar als alumnes de 2n curs d'ESO a partir de la qual s'han tret alguns indicadors (veure apartat 7).

Una vegada revisats els conceptes contemporanis de Matemàtica i de didàctica de les Matemàtiques, es presenta una breu revisió de les principals teories de l'aprenentatge humà per situar la perspectiva de treball i donar coherència a l'estudi.

2.- Teories psicològiques de l'aprenentatge humà

2.1.- Revisió dels diferents enfocaments i opció escollida

Abans d'optar per basar aquest treball en una teoria concreta de l'aprenentatge humà, s'ha fet un anàlisi dels diferents enfocaments i models teòrics existents en les teories de l'aprenentatge i s'ha procurat argumentar l'opció per aquesta teoria enfront de la resta.

Per fer això, s'han seguit els passos següents:

2.1.1.- Classificació esquemàtica de les principals teories de l'aprenentatge humà (veure Quadre 1).
2.1.2.- Descripció de cadascuna de les teories i criteris de selecció.
2.1.3.- Vinculació de la teoria seleccionada amb l'àrea de Matemàtiques.
2.1.4.- Vinculació de la teoria seleccionada amb la llei actual d'ensenyament al nostre país.

Aquests aspectes es desenvolupen en els diferents subapartats que segueixen a continuació:

2.1.1.- Classificació esquemàtica de blocs i teories concretes bàsiques de l'aprenentatge

D'acord amb Shunck (1997), hi ha dos grans blocs de teories i dins de cadascun d'ells existeixen diferents corrents, promogudes per investigadors concrets, que ara citarem esquemàticament:

<table>
<tr><th>TEORIES CONDUCTUALS:</th><th>TEORIES COGNITIVES:</th></tr>
<tr><td>a) Estructuralisme de Titchener</td><td>NO CONSTRUCTIVISTES:
e) Psicologia de la Gestalt</td></tr>
<tr><td>b) Funcionalisme de James</td><td>f) Teoria cognitiva social de Bandura</td></tr>
<tr><td>c) Conexionisme de Thorndike</td><td rowspan="2">CONSTRUCTIVISME:

g) Teoria del creixement cognitiu de Bruner
h) Teoria de l'epistemologia genètica de Piaget
i) Teoria sociocultural de Vygotsky
j) Teoria de l'aprenentatge significatiu per recepció d'Ausubel</td></tr>
<tr><td>d) Conductisme:
- Condicionament clàssic de Paulov
- Conductisme de Watson
- Condicionament per continuïtat de Guthrie
- Teoria sistemàtica de la conducta de Clark L. Hull
- Condicionament operant de Skinner</td></tr>
</table>

Quadre 1

Cal esmentar que en aquesta classificació de les diferents teories de l'aprenentatge es parteix d'una proposta concreta, però que no és l'única proposta existent en l'estudi de les diferents escoles psicològiques. Uns anys abans, per exemple, Pozo (1993) proposà una classificació alternativa, a partir de dos enfocaments bàsics de concebre l'aprenentatge: el procés d'associació i el procés de reestructuració, entenent l'aprenentatge per associació i l'aprenentatge per reestructuració com es presenta a continuació.

L'aprenentatge per associació és un corrent els trets més representatius del qual són l'elementalisme, el reduccionisme, l'empirisme i el realisme o correspondència entre realitat i coneixement. Parteix de l'adquisició de conceptes, entesos com entitats reals, per abstracció o inducció; i només es necessiten mecanismes consistents bàsicament en un funcionament que suposa connexions estímuls - resposta, per detectar les covariacions existents en el medi. L'aprenentatge per reestructuració és el producte de la interacció entre dos

sistemes, dotat cadascun d'ells de les seves formes pròpies d'organització: el subjecte i l'objecte. La reestructuració seria el procés a través del qual el subjecte, com a conseqüència de les seves interaccions amb els objectes, troba noves maneres d'organitzar o d'estructurar els seus coneixements més adaptades a l'estructura del món extern. Aquesta reestructuració requereix una presa de consciència per part del subjecte, d'acord amb Pozo (1993).

En el cas de l'estudi s'ha optat per la classificació de Shunck (1997), doncs és la que, no provenint del camp de la psicologia, respon a la que ens ajuda més a situar tots els corrents. Fet aquest aclariment, a continuació es realitza una revisió de les diferents teories, amb l'objecte de conèixer a fons els seus diferents postulats teòrics i a partir d'aquí poder seleccionar la que s'ajusta més als propòsits de l'estudi.

2.1.2.- Descripció de cadascuna de les teories i criteris de selecció

- Teories conductuals**:** el principi bàsic que aglutina totes aquestes teories és que aprendre consisteix a la formació d'associacions entre estímuls i respostes. Tot i que, segons Hergenhahn (2001) el fundador formal del conductisme és Watson (1926), Skinner (1953) n'és el màxim representant. Segons aquest, l'aprenentatge és un canvi en la forma de comportament produït per factors ambientals.

  A continuació veiem les principals escoles existents dins d'aquest corrent psicològic:

  a) Estructuralisme de Titchener (1909)

  Els estructuralistes creuen que la consciència humana és una àrea legítima d'investigació científica i estudiaran la composició dels processos mentals. La ment està formada per associacions d'idees i per examinar les seves complexitats cal separar-les en entitats o idees simples. Concretament, Titchener identifica tres categories: sensacions (allò que es veu o es sent); sentiments (alegria o tristesa) i imatges (records i somnis).El mètode experimental que fan servir és la introspecció (autoanàlisi) , que es basa en què els subjectes declaren de paraula les seves experiències immediates després de ser sotmesos a objectes o esdeveniments.

  b) Funcionalisme de James (1890)

  James fou un dels creadors del funcionalisme, com a perspectiva oposada a l'estructuralisme de Titchener explicat anteriorment. El funcionalisme s'ocupa d'estudiar qüestions bàsiques relatives a la ment humana, intentant determinar-ne la seva funció: què fa la ment, i de quina manera? Segons la postura del funcionalisme es creu que la principal funció de la ment és la d'ajudar a l'organisme a la seva adaptació amb el medi.

  c) Connexionisme de Thorndike (1913-1914, revisat l'any 1932)

Segons aquesta teoria, la forma fonamental d'aprenentatge consisteix a la formació d'associacions o connexions entre experiències sensorials (estímuls) i impulsos nerviosos (respostes). Col·loca aquestes associacions (E-R) en la base de l'aprenentatge. Mica en mica, s'abandonen les respostes errònies i es trien les respostes correctes, a mida d'anar-se equivocant.

Aquestes tres teories són les clares antecedents del què més endavant s'anomena pròpiament Conductisme.

d) Conductisme

Segons Aliberas (1989), la psicologia conductista intenta relacionar tots aquells factors observables que influeixen la persona des de l'exterior (estímuls), amb la conducta – també observable- que en resulta (resposta), a través de mecanismes causa - efecte. L'escola va ser iniciada per Watson, que va criticar el mètode de la introspecció, basant-se en que la psicologia s'havia de basar en una metodologia experimental i científica. Els principals representants d'aquesta escola són Paulov i Skinner, tot i que revisem també les aportacions d'altres autors com Watson, Guthrie i Hull.

- Conductisme de Watson (1926)

Watson fou el fundador del conductisme modern. Deia que les escoles de pensament (p.e funcionalisme) i el mètode d'investigació (p.e introspecció) no eren prou científics. Calia elaborar la psicologia com una ciència i fer demostracions com es fan p.e en les ciències físiques. Titlla el funcionalisme de poc objectiu.

- Condicionament clàssic de Paulov (1932)

Paulov estudià les accions reflexes produïdes per l'activitat neurològica en resposta a l'estimulació de l'ambient. El seu llegat és el seu treball sobre el condicionament clàssic.

El condicionament clàssic de Paulov està basat en l'estudi de l'Estímul – Resposta (E-R) i ho formula de la manera següent:

E incondicionat (menjar) ---------- R incondicionada (salivació)
E condicionat (campana) ---------- R condicionada (salivació)

- Condicionament per continuïtat de Guthrie (1940)

Guthrie segueix en la tradició E- R (estímul –resposta). Postula unes quantes teories que reflexen l'associacionisme. Igual que Watson, creu que una ciència de la conducta humana s'ha de fundar en fenòmens observables, i per tant descarta a Thorndike i Paulov.
Refusa el reforç de la llei de l'efecte, de Thorndike (1913), basada en què quan s'estableix una connexió modificable entre una situació i una resposta, i l'acompanya o segueix un estat de satisfacció (respectivament un estat d'incomoditat) augmenta (respectivament disminueix) la força de la connexió.
Per altra banda distingeix els moviments (comportament que resulta de contraccions musculars) dels actes (classes de moviment a gran escala que produeix resultats).
Rebutja la idea de l'associacionisme per la freqüència.

- Teoria sistemàtica de la conducta de Clark L. Hull (1951, revisada l'any 1953)

La conducta segueix regles i pot ser descrita amb precisió. La teoria de Hull s'ocupa de la manera en que es forma l'associació estímul- resposta. Utilitza les variables interventores (no observables), per exemple: la força de d'hàbit, l'impuls, la inhibició, la motivació...
La seva teoria està explicada en termes matemàtics (teoremes, corol·laris...). Intenta quantificar el procés d'aprenentatge de manera que facilita provar la teoria empíricament. Interpreta l'aprenentatge com el procés d'establir reaccions receptor-efector, semblant a la teoria de Thorndike i de Paulov.

- Condicionament operant de Skinner (1953)

Com qualsevol teoria conductista, el condicionament operant es basa en els supòsit que les característiques del medi (estímuls, situacions, esdeveniments) serveixen com claus per a les respostes. El reforç enforteix les respostes, és a dir: incrementa la probabilitat de que succeeixin de nou quan els estímuls estiguin present. Segons aquesta teoria, no és necessari referir-se als estats fisiològics o mentals per poder explicar el comportament.

El model bàsic del condicionament operant és una contingència de tres termes: un estímul discriminatiu (antecedent), una resposta i un estímul reforçador (conseqüència). Les conseqüències de la conducta determinen la probabilitat de que la gent respongui a les claus de l'entorn. Les conseqüències reforçants incrementen la probabilitat que es doni la conducta; les punitives, la disminueixen. En els seus experiments, s'entrena una rata de laboratori perquè pressioni una palanca (cada cinc vegades que ho fa rep un reforçador positiu, una boleta de menjar). D'aquesta manera, augmenta el nombre de respostes per unitat de temps. En el cas d'haver utilitzat un reforçador negatiu l'efecte és el contrari.

Una vegada exposades les teories conductuals, a continuació es fa una breu anàlisi dels principals avantatges i inconvenients d'aquestes teories (Shunck, 1997):

Teories conductuals	Avantatges	Inconvenients
En general	Van bé per aprendre regles de càlcul, vocabulari, capitals…	Donen poca rellevància a la memòria
Estructuralisme de Titchener		El subjecte ha d'examinar els seus processos conscients i no les interpretacions de fenòmens. Mètode poc fiable.
Funcionalisme de James		Focus d'investigació massa ampli.
Condicionament operant de Skinner	S'aplica a tot tipus de subjecte (persones, animals...). Qualsevol pot aprendre a implantar-lo. Funciona bé en medis adequats. La gent s'esforça a obtenir recompenses.	La teoria desestima la funció de l'enteniment humà i les postures cognitives sostenen que l'aprenentatge depèn d'això. Skinner no distingeix entre aprenentatge i execució. L'aprenentatge pot ocórrer en absència de reforç. El programa porta a l'alumne a no equivocar-se i això no sempre és positiu per aprendre.

Quadre 2

- Teories cognitives**:** les teories cognitives subratllen l'adquisició de coneixements i estructures mentals i el processament de la informació i creences, essent així l'aprenentatge un fenomen mental, intern. Per això aquí prenen molta importància els esdeveniments que passen a la ment: memòria, oblit, organització, codificació...

  A continuació es descriuen les principals teories cognitives, classificades en dos grans subapartats: no constructivistes i constructivistes, tal i com es pot apreciar en el Quadre 1. Pel què fa a les teories cognitives no constructivistes destaquen les següents:

e) Psicologia de la Gestalt (1912)

El terme Gestalt, en alemany significa aspecte, forma, configuració o totalitat. També la podem trobar com la Psicologia de la forma. Aquesta escola, fundada per Wertheimer (1880-1943), juntament amb Koffka (1886 – 1941) i Kölher (1887 – 1967), es basa en la premissa que les nostres conductes han de ser analitzades globalment, sense particularitzar sensacions, doncs llavors s'acaba destruint el significat de la conducta. Així, el seu objecte principal d'estudi és la percepció i la sensació.

f) Teoria cognitiva social de Bandura (1986)

Formula una teoria general de l'aprenentatge per observació i tracta la forma en que la gent intenta controlar els esdeveniments importants de la seva vida mitjançant la regulació dels seus propis pensaments i actes.

La teoria cognitiva social de Bandura sosté que el funcionament humà consisteix en una sèrie d'interaccions de factors personals, conductes i esdeveniments en el medi. Dins aquest marc, l'aprenentatge és construït com una activitat de processament d'informació en la que el coneixement es tracta cognitivament com representacions simbòliques que serveixen d'alineaments per a l'acció. L'aprenentatge ocorre a l'observar models en viu, simbòlics, electrònics, escoltar instruccions o estudiar materials impresos.

Les conseqüències de la conducta que són exitoses es retenen i les que no es rebutgen. El modelament pren molta importància amb diferents efectes: la inhibició i la desinhibició, facilitació de la resposta i aprenentatge per observació. Aquest últim es divideix en els processos d'atenció, retenció i producció.

Una vegada descrites les principals teories cognitives no constructivistes, ens situem en les teories d'inspiració constructivista:

Per parlar del constructivisme, i abans d'endinsar-nos en les tres teories principals d'aquest corrent, sembla obligat parlar dels supòsits i de les

generalitats dels qual parteix una teoria constructivista, així com també de les diferents perspectives que hi ha sota el nom de constructivisme.

En general, les teories constructivistes parteixen dels supòsits següents:

- El pensament resideix a la ment abans que en les relacions entre individus i situacions.
- Els processos de pensament i aprenentatge són relativament uniformes per a tothom i certes situacions promouen el pensament d'ordre superior més que d'altres.
- El pensament procedeix del coneixement i les habilitats adquirides en els mitjans d'educació formal, més que de les destreses conceptuals generals que resulten de les experiències i de les capacitats innates.

Aquestes suposicions són posades cada cop més en dubte pels investigadors que volen que les explicacions cognitives cobreixin tota la gamma d'influències de l'aprenentatge. En aquesta postura està implícita la noció que el pensament és un context i que la cognició és en bona part construcció de l'individu en funció de les seves experiències en les situacions. Aquesta explicació constructivista destaca la contribució de l'individu en allò que aprèn. El constructivisme social ressalta encara més la importància de les interaccions socials en l'adquisició d'habilitats i coneixements. A continuació s'enumeren breument les generalitats del constructivisme:

- Els individus són participants actius i han de construir el coneixement. Els constructivistes difereixen en el grau en què s'adscriu aquesta funció als estudiants.
- El mestre no ensenya en el sentit tradicional sinó que busca materials amb els que els estudiants actuen manipulant o interaccionant socialment.
- L'alumne aprèn a autorregular-se.

En definitiva, doncs, el paradigma bàsic del constructivisme és que els estudiants construeixen el seu propi coneixement.

Pel què fa a les diferents perspectives, cal dir que el constructivisme no és un corrent unificat sinó que s'expressa de diferents maneres:

- Constructivisme exogen: l'adquisició del coneixement consisteix en la reconstrucció del món extern, que influeix en les opinions per mitjà d'experiències, exposicions a models i ensenyances. El coneixement és tan precís com reflexi la realitat anterior.
- Constructivisme endogen: el coneixement prové del ja adquirit i no directament de les interaccions amb el medi. No és un mirall del món exterior, sinó que es desenvolupa per mitjà de l'abstracció cognitiva.
- Constructivisme dialèctic: el coneixement prové de les interaccions de l'individu i el seu entorn. Les construccions no estan lligades invariablement al món extern ni són pures elaboracions de la ment, sinó que reflexen les conseqüències de les contradiccions mentals que resulten de les interaccions amb el medi.

Una vegada exposats els principals supòsits i les diferents perspectives del constructivisme, es passa a descriure les teories més rellevants que s'aglutinen dins aquest corrent. Es revisen en aquest ordre els autors següents: Bruner, Piaget, Vigotsky i Ausubel.

g) Teoria del creixement cognitiu de Bruner (1960)

Ens ha semblat important citar-la com a exemple de teoria predecessora de les tres que venen a continuació, considerant-se ja dins del bloc de les teories constructivistes. La Teoria de Bruner es pot sintetitzar en tres aspectes que seran rellevants: el creixement cognitiu i la representació del coneixement; els programes en espiral i l'aprenentatge per mitjà del descobriment.

- Creixement cognitiu i representació del coneixement: hi ha tres maneres de representar el coneixement: *en acte* (respostes motores), *icònic* (imatges mentals sense moviment) i *representacions simbòliques* (p.e llenguatge o notació matemàtica).

- Programes en espiral: El fet que el coneixement es pugui representar de maneres diferents suggereix que el professor hauria de variar les seves activitats docents d'acord amb l'estudi del desenvolupament de l'alumne (p.e una operació matemàtica es pot representar en acte, icònica i finalment representada simbòlicament). Bruner (1960) ho reflecteix en la frase següent:

  Es pot ensenyar a qualsevol edat de manera significativa

- Aprendre per mitjà del descobriment: obtenir un mateix el coneixement. Formular i provar una hipòtesi abans que la formuli el mestre implica un aprenentatge significatiu. És una forma de raonament inductiu, però ha de ser dirigit pel mestre!

A continuació es presenten les tres teories clau dins del bloc constructivista: són la Teoria de l'epistemologia genètica de Piaget, la Teoria sociocultural de L. Vigotsky i la Teoria de l'aprenentatge significatiu per recepció d'Ausubel.

h) Teoria de l'epistemologia genètica de Piaget (1970)

En la seva concepció del desenvolupament mental humà, Piaget parteix d'una metàfora biològica: de la mateixa manera que un organisme ha d'estar estructurat físicament per poder intercanviar materials amb el medi, també ho ha d'estar intel·lectualment si s'ha de relacionar amb els objectes del coneixement. Així, la intel·ligència la concep com una forma d'adaptació al medi. Aquesta estructura no pot ser estàtica, sinó que ha d'anar canviant per adaptar-se cada vegada millor, de manera contínua, a les condicions canviants de l'ambient. L'estructura mental va passant a nivells superiors d'organització a causa de l'efecte combinat de les demandes de l'ambient i de les creixents possibilitats de l'individu, igual que el fenotip és el fruit de la interacció entre el genotip i l'ambient. El factor que regula els intercanvis intel·lectuals entre l'organisme i el medi s'anomena "adaptació". Té la finalitat de modificar les estructures del coneixement amb una doble exigència de millorar l'ajust amb les condicions ambientals, i de satisfer les pròpies exigències internes de

l'estructura. Consta de dos mecanismes que anomena assimilació i acomodació.

En aquest procés és important veure, com a novetat, que l'estabilitat és sempre provisional, i que els successius desajustaments i reequilibris són els que constitueixen les etapes de creixement de la intel·ligència, produint-se així l'aprenentatge. Ens trobem novament amb una teoria essencialment constructivista, en el sentit que el mateix aprenent va reequilibrant les pròpies necessitats, ja siguin provinents del medi o del propi pensament, d'acord amb Aliberas (1989).

Vegem a continuació dues teories més que, juntament amb aquesta edifiquen una gran base constructivista dins de les teories cognitives.

i) Teoria sociocultural de L. Vigotsky (1962)

Vigotsky considera que el medi social és fonamental per a l'aprenentatge, pensant que aquest es produeix per la integració dels factors social i personal. La seva postura és un exemple de constructivisme dialèctic perquè recalca la interacció dels individus i el seu entorn.

La seva afirmació més polèmica fou la següent:

> *"Totes les funcions mentals superiors s'originen en el medi social"*
> (Vigotsky, 1962)

Malgrat la veritat d'aquesta afirmació, altres evidències mostren que els nens petits s'imaginen gran part del coneixement sobre el món abans que tinguin l'oportunitat d'adquirir-lo culturalment. (Bereiter, 1994) com també que els nens tenen una predisposició biològica a adquirir certs conceptes que no depenen del medi (Geary, 1993).

En definitiva, la idea més rellevant d'aquesta teoria és que l'aprenentatge social influeix en el coneixement del món, però no tot aprenentatge ateny al

seu entorn social!! Malgrat això, és important tenir en compte la cultura de l'individu.

j) Teoria de l'aprenentatge significatiu per recepció d'Ausubel(1968)

El psicòleg David Ausubel exposa la seva teoria en el llibre *Educational Psychology: A Cognitive View* (1968). A diferència de Piaget, no proposa una tasca epistemològica, sinó d'aplicació directa a l'aula; es tracta sobre una teoria específica d'aprenentatge, i no pas d'un model psicològic general. Es situa en una perspectiva constructivista, i és per això que, d'entrada, és coherent amb el model didàctic que presenta la LOGSE. Proposa dos models extrems d'aprenentatge: l'aprenentatge significatiu i l'aprenentatge memorístic.

La teoria ausubeliana ha estat repetidament proposada com a paradigma per dirigir la recerca didàctica en ciències (Bowen, 1975; Driver i Easley, 1973; Novak, 1977, 1978, 1979; West i Fensham, 1974, etc.) Les aplicacions didàctiques es basen en la idea central del model enunciada pel mateix Ausubel (1968):

> *Si hagués de reduir tota la psicologia educativa a un sol principi, enunciaria aquest: esbrineu quines coses ja sap l'alumne i ensenyeu-lo conseqüentment*. (extret d'Aliberas (p.94))

Ausubel preconitza l'ús de la presentació de la informació de manera organitzada i significativa. A continuació s'aclareix el que s'entén per aprenentatge significatiu.

- L'aprenentatge significatiu consisteix a l'adquisició d'idees, conceptes i principis al relacionar la nova informació amb els coneixements a la memòria.

- L'aprenentatge és significatiu quan guarda una relació sistemàtica amb els coneixements pertinents de la MLP, i.e.: els nous coneixements expandeixen, modifiquen o elaboren la informació de la memòria.

Cal destacar que, el significat també depèn de variables com l'edat, les experiències personals, la posició socio-econòmica i els antecedents educatius. Així, el model d'Ausubel requereix molt contacte entre mestres i estudiants, que presenten verbalment el material, però que contínuament sol·liciten respostes dels estudiants.

Per altra banda, Ausubel impulsa el que anomena Organitzadors temàtics, que són enunciats generals que es presenten al principi de les lliçons, dirigeixen l'atenció als conceptes importants a aprendre, subratllen les relacions entre les idees presentades i vinculen el material nou amb el que els estudiants ja saben. Mayer (1984) indica que són més profitosos en les lliçons en què s'elaboren conceptes.

Un cop revisada aquesta última teoria es considera pertinent citar algunes de les propostes didàctiques concretes ja existents sota la perspectiva del constructivisme, fetes per diferents investigadors en educació de la Matemàtica. Les propostes citades són de força actualitat i com es veu en els apartats 2.1.3 i 2.1.4, no només es creu que l'aprenentatge de la Matemàtica pot anar molt lligada a aquest enfocament, sinó que la LOGSE (1990) proposa el constructivisme i en concret, la Teoria de l'Aprenentatge Significatiu d'Ausubel (1968) com a paradigma sota el qual cal enfocar la metodologia didàctica. Les propostes citades són només una petita mostra, doncs l'objecte de l'estudi no és donar tot el llistat. A més de presentar-les, es busquen els objectius compartits amb els del nostre estudi, creient així que la proposta pot ser un bon complement del que ja està fet.

Autor	Tipus de proposta	Títol	Objectius compartits
Damunt, E. (1996)	Projecte curricular per a C.S. de Primària i ESO	Metodologia grupal amb incidència individualitzada	- Augmentar la motivació de l'alumnat - Millorar els resultats sense baixar nivells - Gaudir de les matemàtiques a partir d'entendre el perquè
Alsina, C, Fortuny, J.M. i Giménez, J. (1995)	Projecte curricular per a ESO	Bon dia mates	- Anar edificant l'aprenentatge de les matemàtiques sobre la intuïció i la comprensió - Seguir seqüències conceptuals adequades - Reflexionar sobre els coneixements previs i sorgir de situacions reals - Busquen concretar la filosofia general que guiï la seva proposta - Cal saber el material amb el que és abstracte - Incitar a la veritable construcció dels conceptes
Canals, M. A. (2003)	Mètode i material per a Primària i Primer Cicle d'ESO	Reglets numèrics	- Aprendre a partir d'un procés inductiu - Ajudar als nois i noies a familiaritzar-se amb els nombres naturals... - Experimentar i descobrir relacions entre els nombres, els quadrats i els seus cubs - Fonamentar el raonament a partir de la manipulació - Facilitar el pas al llenguatge matemàtic escrit, aprenent el significat real dels signes - Descobrir propietats de les operacions i estratègies numèriques
			HABILITATS : - Observació de les relacions lògiques i numèriques a partir de les experiències concretes - Plantejament d'interrogants i utilització de mètodes heurístics per resoldre'ls, provocant una resposta eficaç dels estudiants - Investigació i descoberta de propietats numèriques...
...	...	...	...

Autor	Tipus de proposta	Títol	Objectius compartits
Aubanell, A. (1999)	Material per a ESO	Laboratori de Matemàtiques	- Experimentar i construir conceptes a partir del què es veu
IRRSAE (Istituto Regionale per la Ricerca, Sperimentazione, Aggiornamento Educativi) i Departament d'Ensenyament (1993)	Llibre amb propostes didàctiques concretes per a Primària	Matemàtiques. Propostes didàctiques	- Presenta unes Propostes Didàctiques com un "esborrany" didàctic escrit pels mestres per als mestres i ells mateixos podran servir-se'n de la manera que voldran
Alsina, À. (2004)	Projecte curricular per a Primària i Material Didàctic per a Primària	Barrinem. Matemàtiques amb jocs i problemes	- Estimular el pensament de l'alumne - Buscar la motivació - Afavorir la comprensió - Relacionar les matemàtiques amb l'entorn

De la mateixa manera que s'ha fet amb les teories conductuals, a continuació es presenta l' anàlisi dels principals avantatges i inconvenients d'aquestes teories (Shunck, 1997):

Teories cognitives no constructivistes	Avantatges	Inconvenients
Teoria de Bandura	Observar models compleix les funcions d'informar i motivar. Ofereix estimulants possibilitats d'aplicació en les àrees d'aprenentatge, la motivació i l'autoregulació.	Observar models no garanteix l'aprenentatge.
Psicologia de la Gestalt		No és possible referir-se a fenòmens objectius per explicar les experiències subjectives.
Teories cognitives constructivistes	**Avantatges**	**Inconvenients**
En general	Van més bé per aprendre a resumir texts, resoldre problemes, és a dir, coses més globals. Els estudiants construeixen el seu propi coneixement. Els cognoscitivistes donen una funció rellevant a la memòria, doncs per ells l'aprenentatge és codificació i per fer un aprenentatge significatiu és crucial la memòria comprensiva.	

2.1.3.- Vinculació de la teoria escollida amb l'àrea de Matemàtiques

El camp de la didàctica de les matemàtiques ha estat un camp especialment fèrtil per a la investigació cognitiva i s'han explorat diversos temes al respecte, des de la manera en què els estudiants construeixen els seus coneixements matemàtics, les diferències entre mestres experts i mestres novells, així com també la recerca de mètodes d'ensenyança més eficaços.

Habitualment es distingeix entre operacions (ús de regles, procediments i algoritmes) i conceptes (solució de problemes i ús d'estratègies). La diferència entre aquestes dues categories és que en una diu explícitament les operacions a

realitzar i en l'altra no. La competència matemàtica requereix aprendre els dos aspectes junts.

Molts teòrics contemporanis argumenten que el constructivisme és un model viable per explicar l'aprenentatge de les matemàtiques (Cobb, 1994, Lampert, 1990, Resnick 1989). Com moltes altres formes de coneixement, el matemàtic no s'absorbeix passivament de l'ambient, sinó que els individus el construeixen com a resultat de les seves interaccions. Aquest procés de construcció també inclou la freqüent invenció infantil de procediments, perquè també incorpora regles implícites.

El procés de construcció del coneixement comença en els anys pre-escolars (Resnick,1989). Geary (1995) distingeix entre les capacitats biològiques primàries (biològiques) i les capacitats biològiques secundàries (culturals).

A més de les tendències biològiques i de la construcció dels coneixements, la competència matemàtica també depèn de les influències socioculturals (Cobb, 1994). Vigotsky, l'any 1978 ja insistia en la funció d'altres individus competents en la Zona de Desenvolupament Proper (ZDP) en l'adquisició de coneixements. Les influències socioculturals s'incorporen mitjançant activitats com l'ensenyança entre companys, l'andamiatge educatiu i la institució d'aprenents.

Tornant al completíssim article de Guzmán (1992), hi trobem el següent fragment, que posa l'èmfasi en la construcció del coneixement a priori i el formalisme després:

> *Durant els anys vuitanta es va reconèixer que s'havia exagerat considerablement en les tendències cap a la matemàtica moderna, pel que fa a l'èmfasi en l'estructura abstracta de la matemàtica. És necessari cuidar i conrear la intuïció en general, la manipulació operativa de l'espai i també dels símbols (...) és molt necessari que tinguem en compte molt més intensament l'experiència i la manipulació dels objectes dels quals sorgeix. La formalització rigorosa de les experiències inicials correspon a un estadi posterior.* (p.15)

Un any més tard, Martínez, A (1999) publica que s'obtenen millors resultats en la resolució de tasques d'implicació lògica quan les propostes tenen una connotació pràctica que amb tasques abstractes en general, defensant així els processos inductius i constructivistes.

2.1.4.- Vinculació de la teoria escollida amb la llei actual d'ensenyament al nostre país

De totes les teories que s'han elaborat en el camp de la psicopedagogia, la LOGSE opta per una teoria que, basada en la Teoria Genètica de Piaget i en la Teoria de l'Aprenentatge Significatiu d'Ausubel, les arreplega totes: el constructivisme.

Aquest fet queda explícit quan consultes el currículum d'ESO de l'àrea de Matemàtiques (1993):

> *Una concepció constructivista de l'aprenentatge: el marc curricular per a l'ensenyament obligatori recolza en una construcció constructivista de l'aprenentatge escolar i de l'actuació educativa del professorat.*
>
> *Aquesta concepció recull part de les aportacions més actuals de la psicologia i de l'epistemologia en el terreny de la construcció del coneixement, i les projecta sobre l'educació escolar.*
>
> *Es subratlla la importància dels conceptes i de la relació entre conceptes en la construcció del coneixement, i del paper decisiu que juga el llenguatge per codificar, donar forma i adquirir significats (...)*
>
> *(...) A grans trets, una concepció constructivista de l'aprenentatge considera que tot el coneixement és construït per la persona quan interacciona amb el medi i tracta de comprendre'l. Des d'aquest punt de vista, l'aprenentatge no es produeix per la interiorització de significats externs que ja ens vénen donats, sinó per la construcció de representacions o models mentals propis: el significat és construït per la persona quan actua sobre l'objecte.(...)*

(...)Quin hauria de ser el vincle entre les teories constructivistes de l'aprenentatge i la pràctica educativa?

En primer lloc, cal tenir present que el constructivisme no pretén ser una teoria més, sinó una visió de conjunt capaç d'aglutinar diverses teories que comparteixen postulats comuns, fonamentalment el que subratlla la importància de l'activitat constructiva de l'alumnat en la realització d'aprenentatges escolars. Aquest esquema integrador és la base del model curricular elaborat pel Departament d'Ensenyament de la Generalitat de Catalunya que, a més de proporcionar al professorat un conjunt de tendències psicoeducatives, vol ser instrument de reflexió per a l'acció educativa.

3.- Motivació i memòria comprensiva: eines clau per a l'aprenentatge

3.1.- La motivació

3.1.1.- Aproximació conceptual

Segons Genovard (1980), el concepte de motivació el trobem definit de la manera següent:

Procés psíquic que implica un incentiu per a la conducta.

En el context d'aquesta recerca, cal acotar aquest terme al terreny de l'aula, pel què es parlarà bàsicament de motivació acadèmica. A partir d'una petita recerca bibliogràfica, i per relacionar-ho bé amb els resultats obtinguts a l'hora de mesurar la motivació dels subjectes que formaran part de l'estudi, s'opta per la definició que entén la motivació acadèmica com el contrari o l'oposat a la indiferència, és a dir: una persona està motivada acadèmicament quan no resta indiferent davant qualsevol aprenentatge nou o tasca que se li proposi, o dit d'una altra manera, com més indiferent es mostra una persona, menys motivada està.

3.1.2.- La motivació acadèmica

A continuació es presenta una classificació dels diferents tipus de motivació (Alonso, 1991):

Motivació de competència: incrementar la pròpia competència.
Motivació de control: actuar amb autonomia, no obligat.
Motivació intrínseca: experimentar-se absorbit per la naturalesa de la tasca.
Motivació d'assoliment: experimentar l'orgull que segueix a l'èxit.
Motivació per por al fracàs: evitar l'experiència de vergonya o humiliació que acompanya al fracàs.
Motivació per un premi: aconseguir tot el que signifiquin premis o recompenses.

Després d'aquesta breu descripció de cadascun dels tipus, i tenint en compte el context de l'estudi, s'observa que la motivació buscada en el disseny dels

diferents protocols de presentació de diferents conceptes és la motivació intrínseca. A continuació s'aprofundeix més en aquest tipus de motivació:

3.1.3.- Sobre la motivació intrínseca

Més endavant, Alonso (1991) parla de com aconseguir aquesta motivació intrínseca, dóna unes pautes que poden ser molt útils a l'hora de fer el disseny dels materials i l'anàlisi dels resultats, i que fa un anàlisi que ens porta novament a pensar que el docent és el responsable d'aconseguir-la, amb la qual cosa em veig cada vegada més motivada a buscar aquest disseny:

> *El problema és, malgrat tot: què cal fer perquè els alumnes actuïn intrínsecament motivats? De fet, en general, no posseeixen aquest tipus de motivació per a treballar per a la consecució por la de moltes de les fites que el sistema escolar els proposa.. La resposta a aquesta qüestió suposa considerar quin és el procés mitjançant el qual desenvolupa la motivació intrínseca.*(p.29)

A continuació, aquest autor afegeix dues condicions necessàries per tal d'aconseguir aquesta motivació:

> *En primer lloc, que la seva realització sigui ocasió per a percebre o experimentar que s'és competent.(...) Això pot veure's facilitat, d' acord amb el plantejament Dweck i Elliot (1983): si el clima de classe en que es mou l'alumne – els missatges que rep, especialment – s'orienta a estimular la motivació cap a l'aprenentatge, evitant els missatges que impliquen una crítica i que subratllen la incompetència del subjecte.*
>
> *En segon lloc, és imprescindible que es doni experiència d'autonomia(...)* (pp.29-30)

Així doncs, al moment de fer l'anàlisi qualitativa dels resultats obtinguts, ens preocuparem pel clima a l'aula i per el grau d'autonomia que proporciona el disseny.

Pel què fa a l'anàlisi quantitativa, en canvi, es necessita algun indicador numèric que mesuri el grau de motivació d'un alumne, per tal de poder arribar a conclusions estadísticament significatives. S'ha escollit el test AF-5 sobre l'autoconcepte, per ser el que més s'aproxima al que estem mesurant:

3.2.- L'autoconcepte i el test AF-5: una eina per mesurar la motivació

Segons els plantejaments actuals més rellevants presenten l'autoconcepte com una entitat amb múltiples facetes, o com un conglomerat de múltiples concepcions en el que conviuen aspectes estables amb d'altres canviants. És important que distingim amb matisos els termes autoconcepte i autoestima: mentre que l'autoestima expressa el concepte que té un d'ell mateix, segons unes qualitats susceptibles de valoració i subjectivació, valorant-se segons unes qualitats que provenen de llur experiència i que són considerades com a positives o negatives; l'autoconcepte és el producte d'aquesta activitat reflexiva, és el concepte que l'individu té d'ell mateix com a ser físic, social, intel·lectual i espiritual.

En conclusió, afirmem que tot i ser conscients de l'íntima relació existent entre autoestima i autoconcepte, la primera fa referència a la dimensió afectiva i la segona a la cognitiva, que està més estretament lligada al que volem valorar per mesurar el grau de motivació de l'alumnat.

A continuació es veu com la motivació acadèmica s'entén com una de les dimensions de l'autoconcepte.

Un dels aspectes més conflictius i polèmics d'aquests últims anys està relacionat amb la multidimensionalitat de l'autoconcepte: mentre que per alguns teòrics el plantegen com una dimensió única i global (Marx i Wynne, 1978; Coopersmith, 1967), d'altres el consideren amb una estructura multidimensional i jeràrquica (Shavelson, Hubner i Stanton, 1976; Musitu, García i Gutiérrez, 1991). En l'actualitat aquesta segona versió és la més acceptada. Donada per bona aquesta multidimensionalitat, s'han fet diferents aproximacions en les que s'intenten descriure els diferents factors.

Dels tests aprovats i validats que s'han elaborat, hem escollit l'AF-5, que avalua cinc dimensions: la social, l'acadèmico – professional, l'emocional, la familiar i la física. Cada una d'aquestes dimensions es pot avaluar, en aquest cas, amb sis ítems, escollits de manera base que cada ítem sigui representatiu de la dimensió que pretén avaluar (validesa convergent), i que per altra banda, no estigui relacionat amb les altres dimensions (validesa discriminant).

En el nostre cas, hem avaluat la dimensió acadèmico – professional, que en el cas dels subjectes de la investigació (alumnes d'entre 14 i 16 anys) correspon a una dimensió purament acadèmica, i per tant a partir d'ara ometré el terme laboral i parlaré de la dimensió acadèmica o de l'autoconcepte acadèmic.

L'autoconcepte acadèmic es refereix a la percepció que el subjecte té de la qualitat del desenvolupament del seu rol com a estudiant. Semànticament la dimensió gira entorn de dos eixos: el primer es refereix al sentiment que l'estudiant té d'aquest desenvolupament del rol a través dels seus professors; el segon, es refereix a qualitats específiques valorades especialment en el context (intel·ligència, capacitat de treball...). Aquesta dimensió es correlaciona positivament amb el rendiment acadèmic, l'acceptació dels companys, el lideratge i la responsabilitat. Per altra banda, es correlaciona negativament amb l'absentisme escolar, el conflicte i la indiferència. És en aquest punt on nosaltres hi afegim una altra variable amb la que podem afirmar que hi ha una correlació positiva: la motivació acadèmica, entesa justament, com al contrari de la indiferència. Una persona està motivada acadèmicament quan no resta indiferent davant qualsevol aprenentatge nou o tasca que se li proposi, o dit d'una altra manera, com més indiferent es mostra una persona, menys motivada està.

Agafant-nos a aquesta definició de motivació, justifiquem el fet d'utilitzar l'AF-5, com a test vàlid per a valorar el grau de motivació d'un alumne, a partir de la dimensió de l'autoconcepte acadèmic.

3.3.- La memòria comprensiva

3.3.1.- Aproximació conceptual i tractament en el marc escolar

Segons Genovard (1980) en el seu diccionari, la memòria és el procés de recordar aplicat als continguts o materials apresos i que es mantenen emmagatzemats per a, teòricament, ser utilitzats en una etapa o moment posterior (s'han trobat altres definicions més completes i en termes més científics, com la de Dorsch (1974), però ara el que interessa és aproximar-nos a un tipus de memòria i per tant no es veu necessari aprofundir amb altres definicions). Aquest procés és fonamental en la tasca escolar. En molts moments, la memòria ha estat mal utilitzada, i només ha preocupat el fet de repetir allò que s'havia llegit o sentit, però sense entendre'n el significat. En canvi, avui en dia, es dóna prioritat a un factor molt important: la comprensió. A partir d'aquesta observació, es parla de memòria comprensiva quan hi ha retenció i comprensió, a diferència de quan només hi ha retenció. Pel nostre estudi, la retenció pura no és objecte d'interès, així que quan ens referim a memòria es parlarà sempre de memòria comprensiva.

3.3.2.- Tipus de memòria i relació amb la memòria comprensiva

Una primera classificació dels tipus de memòria ve donada per la durada de la retenció: la memòria a curt termini i la memòria a llarg termini. La memòria a llarg termini és la que conserva els records, les imatges, etc. La memòria a curt termini té un paper molt important però menys evident, essent la responsable de transformar els senyals nerviosos que ens envien la vista i l'oïda perquè la memòria a llarg termini pugui distingir, per exemple, les paraules de les imatges. Només té uns quants minuts de vida i només pot retenir una quantitat molt limitada d'informació.

La segona classificació dels diferents tipus de memòria ve donada pel tipus d'informació que s'emmagatzema.

Memòria lògica: especialment útil per a l'assimilació d'idees i la seva relació.

Memòria visual: permet recordar les imatges de les coses o les seves representacions.

Memòria auditiva: permet recordar les coses que escoltem, la imatge sonora de cada realitat.

Memòria motriu: els conceptes s'interioritzen si s'escriuen, a partir de la memorització feta per la mà.

En cada persona predomina un tipus diferent de memòria. Així, en el moment d'elaborar els protocols es tindrà en compte que la presentació dels conceptes ha de ser diversa, tant pel què fa als sentits que es potencien, com pel tipus d'activitat que es proposa a l'alumnat. Així, el disseny serà més comprensiu, facilitant a més gent la memorització comprensiva dels conceptes.

Aprofundint en el procés de memorització, es defineixen tres procediments:

- Aprenentatge: és el moment en que es produeix l'empremta. (la classe)
- Retenció: és el temps que transcorre entre l'aprenentatge i la seva reutilització. Cal doncs, fomentar activitats i diàlegs per potenciar la durada d' aquest temps.
- Reconeixement: és la fase específica de la memòria psicològica. Abans de poder fer servir informació continguda en la memòria, aquesta ha de ser reconeguda pel cervell. Caldrà que el reequilibrament sigui prou significatiu per tal de facilitar aquesta fase.

Després de veure els procediments del procés, queda palès que els dissenys dels diferents protocols han d'anar encaminats cap a una bona comprensió dels conceptes, per tal que la memòria no quedi en la fase de la retenció i pugui arribar fins al reconeixement.

3.3.3.- Sobre la memòria comprensiva i la relació amb la variable rendiment

En el marc escolar, que és el context en el que es desenvolupa el nostre estudi, els alumnes són avaluats contínuament. El sistema generalment utilitzat per veure si s'han assolit els objectius referits a continguts, ja siguin conceptuals o procedimentals, és el de les proves d'avaluació, entenent-les en totes les seves diverses formes. En l'estudi, per poder quantificar la memòria comprensiva dels

diferents conceptes presentats amb els protocols dissenyats, s'utilitzaran doncs, els resultats obtinguts pels alumnes en aquestes proves de conceptes, en aquest cas, filtrant la puntuació que faci referència només al concepte en qüestió, doncs les proves avaluen més d'un concepte. La puntuació obtinguda és la que el mestre utilitza per veure el grau de rendiment de cada alumne. És per això que en l'estudi estadístic fet a la part de l'anàlisi quantitativa, es posa el nom de rendiment per referir-nos a la memòria comprensiva.

3.4.- El paper de la motivació i de la memòria comprensiva en l'aprenentatge significatiu

Tant la motivació com la memòria comprensiva són dos elements que apareixen dins del procés de l'aprenentatge significatiu. Donat que es busca aconseguir potenciar aquests dos aspectes, es considera bàsic veure quina funció tenen i en quin moment es troben dins de l'aprenentatge significatiu. Així, en primer lloc s'aprofundeix en aquesta teoria i en segon lloc s'analitza aquesta relació.

Per definir amb rigor l'aprenentatge significatiu, em remeto a un fragment d' Aliberas (1989) en el qual Ausubel compara l'aprenentatge significatiu amb l'aprenentatge memorístic, dient que:

> *Tot i que els aprenentatges reals solen ser casos intermedis* (entre el significatiu i el memorístic) *el que es produeix quan el nou material s'ha pogut relacionar substancialment –no arbitràriament- i de manera intencionada amb una part de l'estructura cognoscitiva de qui aprèn és l'aprenentatge significatiu, i el que no ho aconsegueix és l'aprenentatge memorístic.* (p.90)

Es considera necessari aprofundir una mica més en el concepte, amb l'objectiu de veure quin és el paper de la motivació i de la memòria comprensiva dins d'aquest tipus d'aprenentatge i quin moment ocupen al llarg de tot el procés. Comprendre aquest fet és fonamental a l'hora de plantejar-nos hipòtesis i d'extreure'n conclusions. Ausubel (1968) defineix l'aprenentatge significatiu de la manera següent:

És l'aprenentatge en què l'alumne des d'allò que sap i gràcies a la manera com el professor li presenta la nova informació reorganitza el seu coneixement del món perquè troba noves dimensions, transfereix aquest coneixement a altres situacions o realitats, descobreix el principi i els processos que l'expliquen i per tant millora la seva capacitat d'organització comprensiva, per a altres experiències, successos, idees, valors i processos de pensament que adquirirà escolarment o extra escolarment.

Així, podem dir que es considera aprenentatge significatiu quan: es produeix un vincle entre el nou material d'aprenentatge i els coneixements previs; aquest material es relaciona de manera substantiva amb el què l'alumne ja sap; es trenca l'equilibri i es desenvolupa la capacitat d'aprendre. Per tal d'aconseguir això, cal partir d'allò que l'alumne ja sap; de les capacitats de raonament que caracteritzen els seus estadis evolutius i dels coneixements adquirits prèviament.
Cal, però, que es donin les condicions següents: en primer lloc, que el coneixement sigui potencialment significatiu des de l'estructura lògica de l'àrea i des de l'estructura psicològica de l'alumne i en segon lloc, que l'alumnat tingui una actitud favorable per aprendre significativament, és a dir, que estigui motivat. Així, l' aprenentatge significatiu, doncs, comporta una activitat intensa per a l'alumne, fonamentalment interna, no simplement manipulativa; exigeix un procés de reflexió i no només la mera activitat i no és un aprenentatge individual sinó interpersonal.

A partir d'aquestes observacions és clar que en aquest aprenentatge és fonamental la funció del professor per tal que l'alumne sigui capaç de fer amb la seva ajuda allò que sol no és capaç de fer, creant una sèrie de desequilibris inicials i provocant una contradicció en els coneixements de l'alumne. A continuació aquest desequilibri ha de ser reconduït a un reequilibri, el qual depèn de la intervenció educativa. Per tant, la funció del professor en aquest procés es basa en descobrir els coneixements previs i els estadis evolutius de l'alumne; ser capaç de suscitar el conflicte cognoscitiu que provoqui a l'alumne la necessitat de modificar els esquemes mentals que tenia i ser capaç de proporcionar nou material d'informació per reequilibrar.

Com a conclusió, sembla important destacar diferents aspectes: en primer lloc, el paper de la motivació com a condició necessària però no suficient, doncs es diu que l'alumne ha d'estar motivat però es citen també altres factors; en segon lloc, la importància del paper del professor, tant en el moment d'afavorir la motivació com al llarg de tot el procés, pel què fa a formació i a tipus d'intervenció a l'aula, la qual cosa ajudarà a guiar amb més detall els protocols de l'apartat empíric; en tercer lloc, la memòria comprensiva apareix com a conseqüència d'aquest aprenentatge, a més d'altres factors. Cal dir que el fet d'atribuir la falta de motivació al fracàs d'un aprenentatge ja ve donat al llarg del temps per diferents autors (Alonso, J., 1991; Barret, I., 2003; Berini, M., 1997; Kline, M., 1986 i Guzmán, M., 1992, entre d'altres). Tots aquests fets es tenen en compte al final del treball, en el moment de les conclusions.

Paral·lelament a aquestes conclusions, més íntimament lligades a la intervenció empírica i a l'anàlisi del procés, és important tornar a destacar, després d'aquesta aproximació, que es ratifica que ens trobem dins del bloc constructivista, tal i com s'ha decidit en l'apartat sobre les teories psicològiques de l'aprenentatge, doncs es troba dins aquelles teories que entenen l'aprenentatge com una construcció activa del significat, en les que no hi ha aprenentatge per recepció passiva. Així, quan definim el problema (dins la pregunta inicial de l'apartat empíric), el nostre objectiu queda perfectament situat dins la perspectiva constructivista.

APARTAT EMPÍRIC

4.- Definició del problema: problema d'investigació, pregunta o recerca d'hipòtesi

A continuació es detalla el procés que portarà a la redacció de la pregunta inicial en la que es basarà aquesta investigació. Es parteix d'una pregunta inicial i se n'analitza la precisió, la viabilitat i la pertinença, d'acord amb Quivy i Campenhoundt (1995), entrant així en un cicle d'aproximació a la pregunta que compleixi bé tots els requisits i que respongui a l'objectiu d'aquest treball de recerca:

- Pregunta inicial:

  Pregunta 1: *Si introduïm els conceptes matemàtics nous seguint la filosofia d'Ausubel, podem aconseguir que l'alumne d'ESO faci un aprenentatge més significatiu*

La pregunta presenta poca precisió en dir *seguint la filosofia d'Ausubel*, doncs no es pot pressuposar que tothom entendrà en què es concreta això. Està fallant doncs, el principi de la claredat.

Per altra banda, també falla una mica el principi de la pertinença, en el sentit de que és poc oberta. Es pot interpretar com una pregunta de certesa absoluta prefabricada.

- Fases intermitges:

  Per no referir-nos a *la filosofia d'Ausubel* i obrir més la pregunta, es canvia totalment, inspirada en altres preguntes llegides:

  Pregunta 2: *Com influeix la manera de presentar un concepte matemàtic en la significativitat de l'aprenentatge?*

No acaba de ser satisfactòria, doncs si bé s'ha aconseguit fer-la més oberta, es veu massa general, poc concisa. Així es pot entendre que el que interessa analitzar és

qualsevol tipus de manera de presentar el concepte. No queda concreta la idea que es vol investigar des d'un marc teòric concret. Torna a fallar el principi de la claredat.
Així que, es decideix concretar més, però per no caure altra vegada en la frase la filosofia d'Ausubel es cita directament el principi didàctic del constructivisme:

> Pregunta 3: *Presentant un concepte matemàtic des d'un punt de vista constructivista, puc obtenir realment un aprenentatge més significatiu?*

S'ha tornat a tancar la pregunta, i encara pitjor, doncs dóna la sensació que es parteix un altre cop d'una resposta preconcebuda i que el que es pretén és demostrar una veritat absoluta. Falla el principi de la pertinença , així que s'intenta recuperar la més oberta de totes i afegir-hi els elements positius (pel què fa a la concisió) de la tercera.

> Pregunta 4: *Com influeix el constructivisme, a l'hora de presentar un concepte matemàtic nou, en la motivació de l'alumnat i en la significativitat de l'aprenentatge?*

Ara la pregunta és molt fidel al que es vol investigar però el redactat és feixuc i un pèl llarg; això fa que no sigui del tot clara. Pel que fa a la viabilitat, és difícil d'analitzar, doncs així com la pregunta inicial feia referència a ESO ara això tampoc és clar!

S'intenta redactar-la millor i concretar el grup d'alumnes a qui va dirigida la investigació.

> Pregunta 5: *Com influeix el constructivisme com a eina de presentació dels conceptes matemàtics nous, en la motivació i en la significativitat de l'aprenentatge de l'alumnat d'ESO?*

Després de fer una lectura de totes, es veu que és la més clara i concisa, doncs queda clar a quin col·lectiu va dirigida la investigació i queda concret l'objectiu i la teoria que es vol analitzar. Tot i així, el tracte de la paraula *motivació* és de poc rigor (més avall es detalla més).

Després de parlar-ne, l'autora se n'adona que el constructivisme en sí, no porta implícit una manera o mètode d'introducció dels conceptes matemàtics. El que sí que

és cert, però, és que, sota aquesta perspectiva (la del constructivisme), es poden plantejar diverses maneres d'introduir conceptes. Aquestes, però, no queden determinades a partir de les teories constructivistes. Ausubel no proposa en cap cas una aplicació directa i concreta de la seva teoria. En definitiva, hi ha un error de concepte en la pregunta: la teoria d'Ausubel no implica la manera concreta de fer la classe.

De fet, la teoria en sí no influeix directament, sinó que és un punt de partida per al docent. Cal, però, que aquest sàpiga trobar la manera de que, sota la perspectiva constructivista, pugui transmetre els coneixements de manera significativa i motivadora.

A més, es veu que quan es parla de motivació, aquest concepte és molt ampli i en la pregunta no queda clar de què es parla quan ens referim a motivació: motivació pel concepte en sí; motivació per les matemàtiques en general; motivació per fer les activitats que proposa el professor.

Pel què fa al temps, tractant-se de fer un estudi a ESO, se suposa que es farà un mostreig adequat. Sembla que en aquest cas la pregunta no depèn de la zona i per tant no ha semblat pertinent afegir-hi una localització territorial. Pot ser que en el decurs de la investigació s'hagi de prendre alguna decisió d'aquest tipus (concretar territori) per tal d'estalviar temps. En tal cas, s'hauria de demostrar que no és una variable significativa.

Pel què fa al pressupost, queda clar que el tipus de treball de camp que caldrà no serà de pressupost desorbitat, un cop fet el mostreig adequat.

Pel què fa als recursos, la pregunta dóna peu a fer una bona revisió de la bibliografia, així com també a consultar professionals en Didàctica de les Matemàtiques. Es creu possible poder trobar prou recursos per fer els estudis necessaris, i fins i tot construir-ne de nous.

Tal i com està redactada la pregunta, no hi ha judicis de valors ni connotacions morals, doncs el tema en sí ja no té aquest risc. Quant a l'obertura i a la no elaboració d'una pregunta de resposta prefabricada, s'ha aconseguit un redactat que dóna prou

marge en aquest sentit: en principi, una persona que llegeixi aquesta pregunta no té perquè saber el parer inicial de la investigadora, tot i que existeix.

> Pregunta 6: *Sota la perspectiva del constructivisme, com podem dissenyar un programa de transposició didàctica dels conceptes matemàtics a l'aula, per millorar la motivació i la significativitat del seu aprenentatge?*

Continua sense aclarir-se, dins la pregunta, el concepte de motivació, però igual que es farà amb el terme aprenentatge significatiu, s'explicaran fora de la pregunta. A més, la motivació està inclosa dins l'aprenentatge significatiu i s'estan posant els dos conceptes al mateix nivell! Cal observar que s'ha inclòs el terme transposició didàctica; caldria aclarir-lo novament fora de la pregunta.

La viabilitat i la pertinença ja estaven resoltes. Intentant millorar-ne una mica la claredat, es proposa la pregunta definitiva següent:

- *Pregunta inicial* definitiva

> Pregunta 7: *Sota la perspectiva del constructivisme, com podem dissenyar un programa de transposició didàctica dels conceptes matemàtics a l'aula, per millorar la motivació i la memòria comprensiva de l'alumnat?*

5.- Objectius

Partint de la pregunta definitiva, s'han concretat els següents objectius:

1.- Dissenyar un programa centrat en la introducció de diferents continguts matemàtics a l'Educació Secundària Obligatòria, sota la perspectiva constructivista.

2.- Posar a prova el programa en diferents centres, amb la col·laboració d'altres professors.

3.- Avaluar si aquest programa millora la motivació acadèmica i la memòria comprensiva dels alumnes

4.- Estudiar la comprensivitat del programa i intentar, en la mesura que sigui possible, fer-lo el màxim de comprensiu.

5.- En el cas que els resultats de l'avaluació de l'objectiu 3 sigui positiva, buscar quins són els elements qualitatius que fan que el programa millori els paràmetres citats (motivació i/o memòria comprensiva). Les dimensions qualitatives que s'analitzen són les següents:

- La interacció i el diàleg entre professor - alumne/a.
- La interacció i el diàleg entre alumnes.
- La reconducció d'aquest diàleg a l'objectiu per part del professor.
- Com es fa el pas del concret a l'abstracte, és a dir: com es fa el procés inductiu.
- El grau d'aparició d'exemples i el moment en què apareixen (al principi, entremig, al final...).
- El fet que hi hagi o no deduccions de fórmules.

6.- Metodologia de la investigació

6.1.- Dimensió epistemològica i metodològica

6.1.1.- Paradigma sòciocrític versus paradigma positivista

El treball porta implícita una base científica (en el sentit que és en l'essència del coneixement matemàtic on a vegades es troba la manera de crear aquests desequilibris en els alumnes), però és d'aplicació directa a l'aula. D'altra banda, sense aquest contacte diari amb l'alumnat seria impossible redactar el projecte en qüestió, per la qual cosa es considera bàsic dur a terme la recerca paral·lelament a la vida laboral de la investigadora com a professora d'aquesta àrea.

Ens situem per tant, en un enfocament micro que, partint dels diferents discursos que es van articulant al llarg de les constants reformes educatives, intenta buscar un pont cap a la realitat escolar concreta, posant l'accent en la transmissibilitat del coneixement matemàtic, en aquest cas, en el moment de la introducció dels diferents continguts. La preocupació de l'autora se centra, doncs, en el paper dels agents educatius dins de l'aula, com a reconduïdors d'un currículum prescrit a un alumnat que presenta unes característiques determinades i que té unes necessitats i unes mancances específiques pel què fa a l'aprenentatge de les Matemàtiques, d'acord amb les conclusions de la Conferència Nacional d'Educació (2000-2002).

L'objectiu bàsic de la recerca té un vessant fortament crític, en el sentit que es rebutgen veritats absolutes i s'endeguen plantejaments d'acció a partir de l'observació i la reflexió d'una realitat, intentant millorar així la pràctica educativa existent en contextos concrets. Així, tant l'observació com l'acció es basa en fets objectius i la mateixa realitat ens orienta inductivament a modificar les accions planejades.

Dins la perspectiva d'investigació, i atès que el que es vol en definitiva és, transformar l'acció d'una pràctica educativa de la que es farà, en primer lloc, la corresponent anàlisi, ens inclinem per utilitzar la metodologia d'Investigació – Acció.

En cadascun d'aquests contextos, interessa que els participants en el procés educatiu (professors i alumnes) ajudin amb les seves reflexions a configurar un pla estratègic, basat en un disseny fet a priori i sotmès a dues metodologies: la Investigació–Acció i la investigació avaluativa. Així, s'evitarà partir d'una teoria objectiva i fer deduccions des d'un entorn aliè a l'aula, allunyant-nos per tant, del paradigma positivista.

Aquest fet, no només és a causa d'una qüestió decisiva: s'analitza una realitat i es vol canviar, es fa un procés inductiu i revisable, no definitiu (és en aquest punt on decidim fer Investigació – Acció). No es pretén demostrar cap hipòtesi sobre una realitat aliena en la que no caldrà apropar-s'hi...

Segons les característiques esmentades, ens situem des d'un paradigma més qualitatiu, el paradigma sòciocrític, rebutjant a priori el paradigma positivista. Això no treu, però, que en determinats moments s'utilitzin tècniques quantitatives per a recollir certes dades.

Tot aquest raonament és fruit d'un llarg procés de reflexió i de revisions bibliogràfiques d'altres investigacions (Alsina, À (2002), Cubillo (2002), Gavilán (2002) i Planas (2002), entre d'altres). És important il·lustrar ràpidament el camí que ha fet arribar a la investigadora fins aquesta conclusió, doncs alhora permetrà al lector entendre més la perspectiva de l'autora envers el tema de recerca: des dels primers dies en què es van començar a donar voltes sobre el tema que ens ocupa, i sense haver aprofundit sobre els diferents paradigmes que existien, diria que s'estava força ubicat justament, en un paradigma bastant positivista; fruit suposo, de la trajectòria com a estudiant de Ciències Exactes, és a dir: la investigació s'hagués basat en un mètode científic o bastant proper (hipòtesi, grup control i grup experimental, recollida de resultats i anàlisi quantitativa). Dit d'una altra manera, es plantejava la recerca des d'un punt de vista molt quantitatiu. Hi havia, però, un punt que preocupava: i si resultava que els resultats no eren els esperats? I si el grup en què no s'havia aplicat el mètode donava millors resultats que l'altre? De fet, calia acceptar els resultats numèrics com a reals i a partir d'aquí, concloure que la hipòtesi era errònia?

En conèixer més a fons la investigació qualitativa, per una banda es va caure en el desànim, doncs el procés pel que ens havíem mentalitzat no s'aguantava per enlloc. Per altra banda, però, s'obrien un ventall de possibilitats que poden millorar, completar i resoldre llacunes que la metodologia quantitativa ens podia donar. Estic dient, doncs, que no s'ha passat d'una a l'altra, sinó que es creu que poden ser complementàries i necessàries totes dues, segons la fase del procés.

A mida que s'han anat veient altres investigacions, però, la balança s'ha anat decantant cap al paradigma bastant qualitatiu, amb l'ús imprescindible de l'estadística a l'hora de comparar alguns resultats pel què fa a l'eficàcia escolar i als graus de motivació o de correlació entre determinades variables.

6.1.2.- Metodologia d'Investigació - Acció

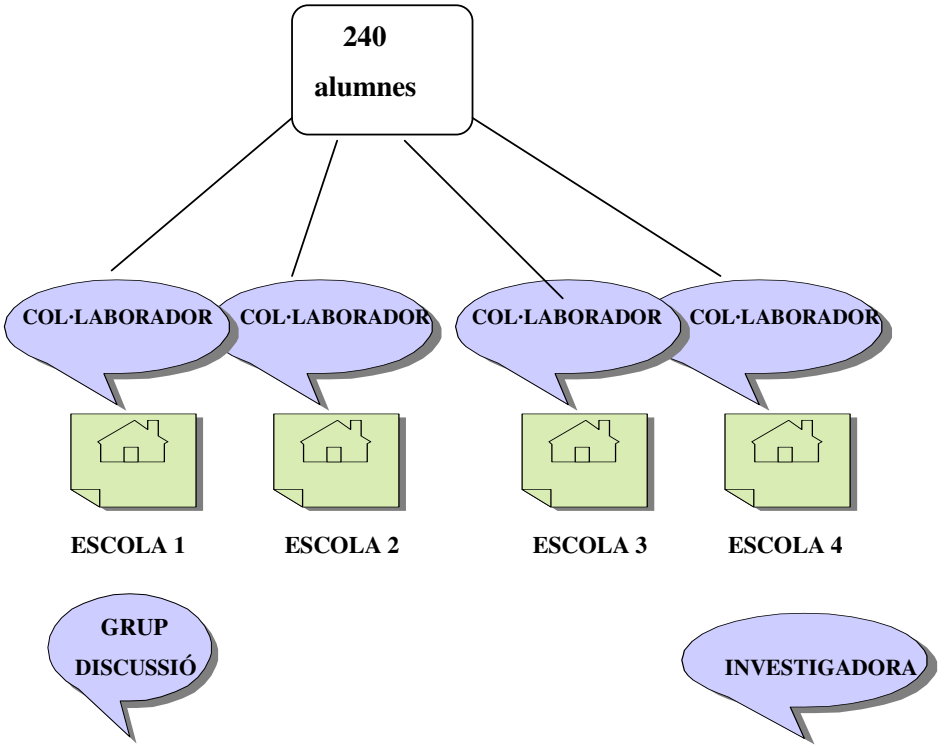
A continuació es detalla com aniria el cicle, basant-se en un article de Contreras (1994), que explicita el procés d'investigació en l'acció, detallant-ne les diferents fases. En el nostre cas, es complementa amb un exemple concret del programa, per tal de donar més claredat a la proposta metodològica i de mostrar com s' utilitzaria per aplicar-ho als objectius de l'estudi.

a) Anàlisi i recollida de dades

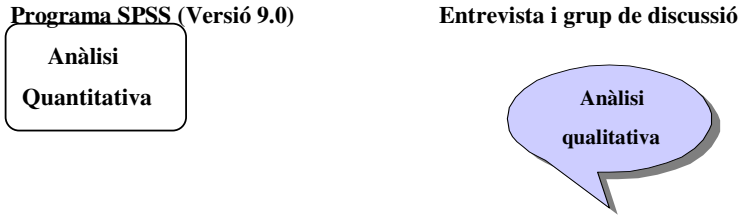
- Anàlisi de dades: Les dades quantitatives (corresponents als objectius 3, 4 i 5) les analitzaré amb el programa SPSS (versió 9.0) i les qualitatives (corresponents a l'objectiu 5) a partir de les triangulacions detallades a continuació, fruit de les diferents entrevistes, el grup de discussió i el diari personal.

Per dur a terme la investigació es compta amb quatre escoles de la comarca que sumen un total de 240 alumnes. És important destacar que el professor col·laborador de cada centre és la persona que durà a terme l'experiment a la seva aula. En el cas de l'Escola 4, aquest coincideix amb la investigadora que porta l'estudi a terme. També cal afegir que en el cas de l'Escola 1

participaran més mestres en la part de l'anàlisi qualitativa, doncs serà a partir d'aquest centre d'on sortirà el grup de discussió.



Els resultats de l'estudi quedaran combinats a partir del següent:



- Recollida de dades: Un cop més concretats els conceptes bàsics que apareixen en la pregunta inicial, i tenint en compte que ens trobem en un cicle d'Investigació – Acció, se seguiran les següents tècniques de recollida de dades:

- Entrevista a tots els professors col·laboradors, tant a l'inici com al final del procés (veure Annexos 3 i 5). El tipus d'entrevista que s'utilitza és semi - tancada, és a dir, amb un guió orientatiu però amb opció a estendre's amb altres aspectes, si l'entrevistat o la investigadora ho creuen convenient, pel tipus d'informació que s'aporta.

- Grup de discussió amb els professors (veure Annex 4): s'opta per la modalitat d'entrevista grupal, per poder recollir les sensacions de manera global. No només es fa amb professors de Matemàtiques sinó que també s'hi incorporen tots els professors que tractin interdisciplinàriament l'àrea, així com professors de Matemàtiques de graus superiors.

- Revisió bibliogràfica: per situar l'estudi en un context i establir vincles entre el coneixement ja existent i el problema a investigar, així com també per potenciar la credibilitat de la investigació, a part d'assistir a alguna conferència d'interès (que casualment es doni) i d'intentar posar-me en contacte amb altres professionals interessats en el mateix camp, malgrat això no sigui una recollida de dades del context directe a investigar, consultaria totes les fonts primàries i secundàries al meu abast. A més, analitzaria els materials utilitzats per l'alumnat i el professorat (llibres de text, fitxes, etc.).

- Recollida de resultats quantitatius: tot i trobar-nos en una metodologia bàsicament qualitativa, ho complementaria amb resultats de rendiment d'alguna de les proves de Matemàtiques fetes pels alumnes objectes de la investigació (Competències Bàsiques, etc.) (veure Annex 1), així com també amb resultats del test AF-5 per mesurar la motivació (veure Annex 6) i d'alguna pregunta de l'avaluació (per mesurar la memòria comprensiva).

b) Discussió i conclusions finals:

- Discussió: per discutir les dades recollides, em caldria prendre'm un llarg període de temps, en el que em dedicaria a transcriure les entrevistes, tant individuals com grupals, a fer un estudi estadístic sobre els resultats

quantitatius recollits, i a fer una refosa coherent entre la gravació de l'observació a l'aula i el meu diari personal.

Per fer aquesta tasca, intentaria posicionar-me, des d'un principi, a la llum del què m'aportin les dades, intentant obviar els prejudicis o teories prèvies a les que d'entrada m'agradaria arribar. Crec que això és el què em costaria més. Potser una manera de fer-ho seria convidar a algun altre investigador interessat i contrastar ambdós anàlisis.

- Conclusions finals: és en aquest punt, on hauria de reflexionar vàries qüestions i de manera ordenada:

  - Tenen realment els alumnes problemes en l'aprenentatge de les Matemàtiques? Des del seu punt de vista? I des del punt de vista dels professors?

  - Si la resposta és negativa, l'estudi s'encarrilaria cap a una altra direcció. Si la resposta és afirmativa: a què atribueixen aquest problema? (Aquí caldrà tenir en compte que el llenguatge que fan servir els alumnes s'ha de saber traduir a teories didàctiques).

  - Si una de les respostes fa referència al material utilitzat, es pot analitzar si el material està fet des d'un punt de vista constructivista o no. El mateix si atribueixen el problema al professor. Això em donarà pistes per a la proposta d'acció. No cal deixar de banda, però, que existeixen certs documents que defensen més o menys explícitament la nostra teoria!

c) Proposta d'acció:

Tenint en compte que com a resultat de la reflexió no es pot deduir que la solució és x, faria la proposta d'acció dirigida als docents que imparteixen aquesta àrea i proposant-los exemples concrets de presentació de continguts, des del punt de vista constructivista (veure apartat 6.4.), on es presenten els diferents protocols).

Fins aquí, el cicle Investigació-Acció hauria fet una volta:

A1 (Def. problema) – O1 (Anàlisi i recollida) – R1 (Anàlisi i reflexió) – A2 (Proposta nova acció) - ...

Ara caldria continuar el cicle fins a trobar la solució al problema inicial, o poder redefinir un nou problema que no havíem imaginat inicialment, o desmentir el què intuíem... en fi, aportar un granet més de sorra a la investigació sobre la Didàctica de les Matemàtiques.

6.2.- Mostra

6.2.1.- Criteris per a la selecció

Inicialment, s'opta per triar una mostra acotada al territori de Vic i voltants, per assegurar la viabilitat de les operacions, però procurant que representi la població amb la màxima fidelitat, tant pel què fa a la dualitat entre l'ensenyament públic i privat com pel què fa a la diversitat de centres dins de la xarxa de l'ensenyament privat. Una condició que es considera indispensable a l'hora de triar el centre és que el professor/a que hagi de dur a terme el programa estigui motivat a fer-ho. Dins de cada escola, es tria el grup experimental i el grup control: triem dues línies de Segon Cicle d'ESO sota dos criteris: el primer, que tinguin el mateix professor (controlem així una variable estranya), i el segon, que siguin de nivell similar (utilitzem els resultats de les Competències Bàsiques de 2n d'ESO i mirem que les mitjanes grupals no presentin diferències significatives). El fet de decidir quin grup farà d'experimental i quin de control queda controlat fent l'estudi dos cops i intercanviant després els papers.

Es parteix de 6 centres, dos d'ells públics i la resta privats concertats, per tal de mantenir la proporció entre la dualitat de l'ensenyament públic/privat: aquests centres són l' IES Vic, l' IES Jaume Callís, l'Escola Sant Miquel dels Sants, l'Escola Pare Coll, l'Escorial i l'Escola Vedruna – Tona. En una primera etapa tots els centres han rebut un e-mail on s'exposa la recerca i es demana la col·laboració (veure Annex 7). En el cas dels dos centres públics, només s'arriba a realitzar una primera entrevista amb el Cap del Departament d'un d'ells que, mostrant un gran interès, proposa un tema i ens citem per lliurar el protocol. Uns

dies més tard, el centre decideix desvincular-se de l'estudi per falta de professorat disposat a dur-ho a terme. En el cas de l'altre centre públic la impossibilitat d'arribar a realitzar aquesta primera entrevista per part del centre i la manca de motivació ens obliga a prescindir del centre en qüestió. Així, la mostra queda reduïda a quatre centres, tots ells privats concertats. En un últim intent s'aconsegueix contactar amb un centre públic de Roda de Ter, però que ofereixen la seva col·laboració per al curs 2004/2005, època massa llunyana als terminis establerts per a la investigació.

6.2.2.- Descripció dels subjectes: centres de la mostra.

El primer centre, que és denominat Escola 1, és l'Escola Sant Miquel dels Sants. Es troba al centre de Vic i és un centre en el que s'imparteix Educació Infantil, Educació Primària, Educació Secundària Obligatòria i Batxillerat. Es parteix de dos grups de 3r d'ESO, amb un total de 60 alumnes. La persona que duu a terme el treball de camp és la professora Lluïsa Prat, llicenciada en Biologia i diplomada en Magisteri, amb 18 anys d'experiència com a docent. Els alumnes del centre provenen de famílies amb un nivell educatiu divers: segons la professora, aproximadament un 10% tenen estudis primaris i la resta queden igualment repartits entre estudis secundaris i superiors. Del total d'alumnes del centre, hi ha un 13% d'alumnes fruit dels fenòmens migratoris d'aquests darrers anys i que, per tant, tenen una llengua materna diferent al Català o al Castellà.

El segon centre, que és denominat Escola 2, és l'Escola Pare Coll. Es troba al centre de Vic i és un centre en el que s'imparteix Educació Infantil, Educació Primària i Educació Secundària Obligatòria. Es parteix de quatre grups: dos de 3r d'ESO i dos de 4t d'ESO, treballant per tant amb un total de 28 alumnes. La persona que duu a terme el treball de camp és la professora Roser Saborit, llicenciada en Química i amb 8 anys d'experiència. Els alumnes del centre provenen de famílies amb un nivell educatiu divers, però amb un clar predomini de famílies amb estudis secundaris o superiors, segons la professora. Curiosament, el tant per cent d'alumnes immigrants és el mateix que el corresponent a l'Escola 1, és a dir, un 13%.

El tercer centre, que és denominat Escola 3, és l'escola L'Escorial de Vic, un centre en el que s'imparteix Educació Infantil de 1r i 2n cicle, Educació Primària, Educació Secundària Obligatòria i Batxillerat. Es parteix de grups: dos de 3r d'ESO i dos de 4t d'ESO, treballant per tant amb un total de 113 alumnes. La persona que duu a terme el treball de camp és el professor Eduard Jiménez, llicenciat en Biologia i diplomat en Empresarials, i amb dos cursos de la llicenciatura de Matemàtiques. Té 12 anys d'experiència com a docent. En la mostra triada d'aquest centre, el tant per cent d'alumnes immigrants és d'un 4%.

El quart centre, denominat Escola 4, és l'Escola Vedruna - Tona, de la població de Tona, en el que s'imparteix Educació Infantil, Educació Primària i Educació Secundària Obligatòria. Es parteix de quatre grups: dos de 3r d'ESO i dos de 4t d'ESO, comptant amb un total de 36 alumnes, un 6% d'alumnes immigrants. La professora que duu a terme l'experiment és la mateixa autora del treball, llicenciada en Matemàtiques i Títol de Professora de Piano. Això fa un total de 240 alumnes, repartits entre els cursos de 3r i 4t d'ESO.

6.3.- Disseny de la investigació

6.3.1.- Elaboració de les eines i estratègies de recollida d'informació.

Donat que finalment, sense desmerèixer la part quantitativa (amb la que s'analitzen els objectius 3 i 4), es dóna força importància a la part qualitativa (amb la que s'analitzen tots els objectius), les eines i estratègies de recollida d'informació utilitzades en aquesta part són l'entrevista i el grup de discussió, així com també el diari personal de l'autora (també és subjecte de la investigació i, per tant, el diari personal és l'equivalent a l'entrevista a la resta de professors/es). Cal destacar que, de l'objectiu 5, els dos últims aspectes a analitzar (dinàmica de grups i tipus de material) s'analitzen quantitativament.

Es creu, a més, que la presència de la investigadora pot tallar les iniciatives dels professors/es pel què fa a l'aplicació del programa, que no és del tot tancat, sinó adaptable a la manera de fer de cadascú. Això no treu, però, que com a investigadora també sigui subjecte i pugui aplicar-ho a la seva aula.

En aquestes entrevistes i grups de discussió, l'objectiu del treball serà trobar els elements que es proposen estudiar en l'objectiu 5, així com també analitzar i completar l'estudi dels objectius 3 i 4 i arribar a un consens, de manera que, un cop trobats, qualsevol professor pugui dissenyar un protocol de presentació d'un contingut sota la mateixa filosofia. S'estan buscant les bases del programa que són les que li donen els resultats esperats.

Com es detalla a l'apartat 6.2.1., inicialment s'ha intentat que la mostra fos significativa, en el sentit de conservar la proporció existent entre l'ensenyament públic i l'ensenyament privat, quedant-me amb 6 escoles, dues de les quals són públiques. En les primeres fases de contacte i de demanda de col·laboració (veure Quadre 3, p.67), cap dels centres presenta dificultats, però és a l'inici de posar-se d'acord amb les centres sobre els temes a treballar que les centres Escola 5 i Escola 6 abandonen per "manca de temps". De totes maneres, no descarten col·laborar en projectes posteriors. És així com el treball queda reduït a l'àmbit de l'ensenyament privat.

A continuació es presenta una enumeració detallada dels recursos utilitzats, que porten a utilitzar tècniques concretes de recollida de dades, moltes d'elles enunciades ja en el paràgraf anterior.

- Tutories de seguiment, d'assessorament i guiatge del projecte, amb el Dr. Àngel Alsina, de la Universitat de Vic.
- Revisió bibliogràfica sobre el tema.
- Cursos del Doctorat Comprensivitat i Educació (3a edició).
- Tutories de seguiment de la metodologia qualitativa, amb la Dra. Núria Simó, de la Universitat de Vic.
- Col·laboració puntual de la sociòloga Laia Pineda, que orientarà en alguns aspectes relatius al treball de camp.
- Anàlisi de dades quantitatives amb el programa SPSS (Versió 9.0).

A partir d'aquí, es decideixen utilitzar les tècniques següents per a la recollida de dades:

- Entrevista personal amb els docents participants (3 entrevistes)
- Grup de discussió amb docents col·laboradors, és a dir, que no han dit a terme l'experiment a l'aula directament, però que s'han llegit els protocols i volen expressar la seva opinió (4 persones)
- Testos de motivació AF- 5 a l'alumnat.
- Proves d'avaluació dels conceptes treballats amb el protocol per recollir una mesura de la memòria comprensiva o rendiment. (Per treballar la memòria comprensiva em fixo en una pregunta determinada de l'avaluació feta pel professor/a).
- Diari personal de la pròpia experiència

6.3.2.- Fases de l'estudi, temporització i moment actual amb les diferents escoles.

En aquest apartat es detallen les diferents fases de l'estudi, que no són més que subprocessos del cicle d'Investigació – Acció detallat a l'apartat 6.1.2. A part de explicitar-les al màxim, es dóna una temporització indicativa:

A_1 Definició del problema	**1.** Revisió bibliogràfica **2.** Marc teòric. Justificació de la tria de la teoria d'Ausubel enfront d'altres autors. **3.** Selecció de la mostra: tria de les escoles que convido a fer la prova pilot. Justificació de la tria sota un criteri (apartat 6.2.1.) **4.** Posar-me en contacte amb els caps de departament de les escoles per convidar-los a participar en la prova pilot. Els cito un dia per explicar el projecte. **5.** Els centres que han acceptat, prèviament a l'entrevista, rebran un e-mail amb un document on està explicada la justificació del projecte i el que vull estudiar en aquesta prova pilot.(Veure Annex 7)	**6 mesos**, tenint en compte que els punts 1 i 2 es poden anar ampliant paral·lelament al treball de camp
O_1 Anàlisi i recollida de dades	**6.** Entrevista amb les diferents escoles per recollir impressions a priori del programa: en aquesta es fixaran dos grups classe, als que se'ls assignarà el paper de grup control i grup experimental per fer el primer tema. Els papers s'intercanviaran a l'hora de fer el segon tema. Per anar bé, han de tenir el mateix professor de Matemàtiques, així tenim una variable menys que pugui distorsionar el resultat. Fixem data execució prova pilot i fixem tema o concepte a preparar **7.** Preparació de cada cas. Simultàniament, recollida de dades necessàries (Competències Bàsiques de quan feien 2n d'ESO) **8.** Cita amb les diferents escoles per lliurar el protocol i el test AF-5 i fixar data per l'entrevista final, en la que recollirem les proves de motivació i els resultats de rendiment (test AF-5 i nota de conceptes pertinent al tema en qüestió) **9.** Entrevista final: recollida de dades qualitatives (prèviament, s'envia e-mail amb el guió de l'entrevista) i recollida dades quantitatives (AF-5 i resultats).	**6 mesos**
R_1 Anàlisi i reflexió	**10.** Veure, a partir de les Competències Bàsiques de 2n, si els grups són significativament iguals o diferents, a nivell de coneixements. Si són diferents, l'escola queda descartada de l'estudi, perquè no partim de grups de nivell similar! **11.** Fer el test estadístic amb l'SPSS (programa estadístic), per fer una anàlisi quantitativa dels aspectes enumerats a l'apartat 5. **12.** Fer l'anàlisi qualitativa a partir de les transcripcions de les entrevistes finals. **13.** Organitzar un grup de discussió amb els 4 professors participants més els cinc que han vist el programa però no l'han dut a terme (caps de departament, cap d'estudis...) per posar en comú els resultats perseguits en els objectius	**6 mesos**
A_2 Proposta de nova acció	**14.** Conclusions finals, discussió i propostes d'actuació (línies d'investigació a seguir, accions concretes, etc.)	**...?**

Sembla interessant adjuntar també el Quadre 3, de seguiment que s'ha utilitzat per veure en quin moment es trobava cada un dels centres en relació a les diferents fases:

Moment actual amb els diferents centres:

Centre col·laborador	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**
Escola 1											
Escola 2											
Escola 3											
Escola 4											
Escola 5											
Escola 6											

Quadre 3

6.4.- Material

A continuació s'adjunten els protocols que s'han dissenyat per al professorat col·laborador, per a utilitzar amb el grup experimental. El material està estructurat de la manera següent:

- Títol del contingut matemàtic que es vol introduir.

- Taules en les que s'especifiquen els coneixements previs dels que parteixen els alumnes, ja siguin a nivell curricular o de la mateixa vida quotidiana, i que s'aprofitaran per a introduir el contingut.

- Proposta de material a utilitzar, entenent que és una proposta oberta i que el professor/a pot utilitzar o no, o simplement inspirar-se amb la mateixa.

- Proposta de protocol a seguir, amb exemples de diàlegs entre el mestre i l'alumne i de les parts que es poden escriure i formalitzar, tant a la pissarra com a la llibreta.

- En gairebé tots els casos, abans o després de la proposta de fitxa de treball, si n'hi ha, segons s'escau, s'hi afegeixen altres exemples de la vida real per donar més opcions i obrir més possibilitats per aplicar el protocol, fent cas a Vigotsky (1962), quan considera que el medi social és fonamental per a l'aprenentatge i procurant, per tant, oferir situacions properes a l'alumnat per facilitar el procés.

- En algun cas també s'adjunta una proposta de fitxa de treball, que va lligada com a suport de la proposta de protocol. En el cas d'utilitzar-se material manipulatiu, l'autora del treball el proporciona a les diferents escoles. Cal destacar que el format en què es presenten els protocols que vénen a continuació està especialment pensat per diferenciar el què fa el docent amb les parts de diàleg possible, així com també de les parts escrites a la pissarra o a les fitxes.

Pel què fa a l'elecció dels continguts, tal i com es pot apreciar en les entrevistes inicials, es deixa a mans dels diferents col·laboradors, a fi i efecte d'aprofitar els seus interessos i de no condicionar a la investigadora a favor de continguts en els

que la tasca proposada sigui més exitosa. S'observa que, en aquest cas, i atès que les entrevistes no es fan en els mateixos moments ni per als mateixos cursos, s'ha pogut treballar en els àmbits matemàtics següents: l'àlgebra, la geometria i la probabilitat i estadística. Això, en aquest cas, dona més riquesa a l'estudi i afavoreix un treball menys acotat.

6.4.1.- Protocol per a introduir el concepte de políedre regular

- Títol: introducció al concepte de políedre regular.

- Coneixements previs:

Curriculars	Vida quotidiana
Els nombres enters	Entorn de la classe i context dels alumnes
Teorema de Tales	
Transformacions en el pla (translacions, girs i simetries)	
Semblança de triangles	
Vocabulari bàsic (vèrtexs, arestes, cares laterals, bases...)	

- Proposta de material:

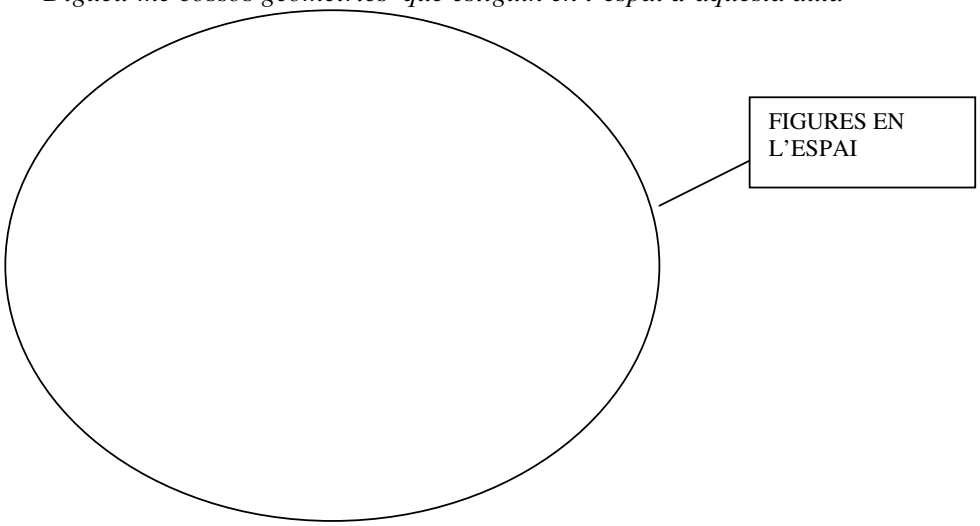
Políedres construïts, fitxa i solucionari.(Els políedres es poden veure a l'Annex 8, mentre que la fitxa i el solucionari es troben a la part final d'aquest protocol.)

- Proposta de protocol:

Situació: Avui els alumnes de 3r d'ESO han de començar la unitat 7 "Figures en l'espai" (Ed. Barcanova). Avui s'intentarà que l'alumne faci un aprenentatge significatiu del concepte de políedre regular.

El professor arriba a classe amb tantes bosses de políedres com grups d'alumnes farà a continuació. Escriu a la pissarra "Unitat 7: figures en l'espai" que acompanyarà amb un cercle (amb l'objectiu final d'anar construint un diagrama de Venn amb la classificació final), i pot preguntar sense perdre massa temps:

"Digueu-me cossos geomètrics que estiguin en l'espai d'aquesta aula"



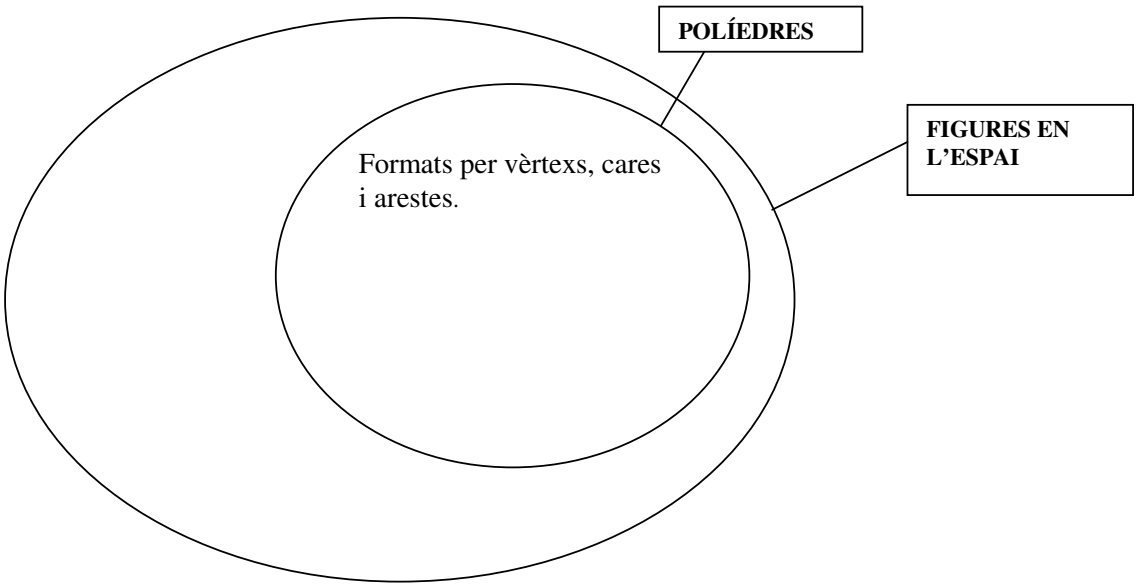
posant èmfasi en aquests dos conceptes a l'hora de verbalitzar-ho. Durant aquesta estoneta la professora ha de fer notar als alumnes, segons els exemples, que des de la pissarra fins a una persona, fins a una línia del terra són figures en l'espai, o altrament dits, cossos.

A continuació, la mestra buidarà davant dels alumnes, una de les bosses (potser no cal totes) i preguntarà:

"Aquestes que tinc aquí, també ho són?"
"Què tenen d'especial?"

L'objectiu és que els alumnes acabin definint el què és un políedre, en el sentit que, a diferència de la resta, estan formats per vèrtexs, cares i arestes. És un bon moment per, sobre el terreny, amb la figura a la mà, refrescar aquests conceptes i comptar els d'una figura, per exemple.

Es pot completar una mica més el diagrama de la pissarra.



Ha arribat el moment d'exposar el repte d'avui.

"De tots els políedres que existeixen, n'hi ha 5 que són especials, i reben el nom de políedres regulars."

"Ara us passaré, per grups de 3 ó 4, una bossa d'aquestes, i amb l'ajut de la fitxa que haureu d'omplir, es tracta de què endevineu

quins són els cinc políedres regulars i quines característiques tenen que els facin especials, fins al punt de rebre un nom diferent!"

A continuació se'ls repartirà també la fitxa de treball. Després de què tots els grups hagin acabat, o si no és el cas, 10 minuts abans de finalitzar la classe, posaran en comú els resultats, moderats i corregits, si és el cas, per la professora, que anirà escrivint les conclusions a la pissarra, completant així el diagrama de Venn.

Finalment, se'ls lliurarà el solucionari (fitxa resolta) amb unes activitats al final per resoldre.

- Proposta de fitxa de treball:

Políedres regulars. Fitxa d'activitats d'Ensenyament – Aprenentatge /1

1.- Respectant la numeració que tens a les figures, completa la taula següent, seguint l'exemple ja fet amb el políedre 1. L'última columna, ja l'omplireu en un altre moment amb la professora.

Políedre	**v**	**a**	**c**	**Arestes a cada vèrtex**	**Cares a cada vèrtex**	**v - a + c**	**Tipus de cara**	**Totes les cares són iguals?**	**Nom** (a omplir amb la professora)
1	**5**	**8**	**5**	**3 ó 4**	**3 ó 4**	**2**	**Quadrats, triangles**		**Piràmide quadrangular**
2									
3									
4									
5									
6									
7									
8									
9									
10									
11									
12									
13									

2.- Busca cinc políedres de la taula que tinguin característiques comunes entre tots ells i que els pugui fer especials. Quines són aquestes característiques? Explica-les.

3.- Quins són els cinc políedres que has triat? Escriu els nombres dels cinc políedres que has trobat.

Políedres regulars. Fitxa d'activitats d'Ensenyament – Aprenentatge /3

Solucionari:

Políedre	v	a	c	Arestes a cada vèrtex	Cares a cada vèrtex	v - a + c	Tipus de cara	Totes les cares són iguals?	Nom (a omplir amb la professora)
1	5	8	5	3 ó 4	3 ó 4	2	Quadrats i triangles	NO	Piràmide quadrangular
2	12	18	8	3	3	2	Hexàgons i rectangles	NO	Prisma hexagonal
3	8	12	6	3	4	2	Quadrats	SÍ	Cub o Hexàedre
4	8	12	6	3	3	2	Rectangles	NO	Ortoedre
5	6	9	5	3	3	2	Rectangles i triangles	NO	Prisma triangular
6	18	36	20	5	5	2	Triangles equilàters	SÍ	Icosàedre
7	4	6	4	3	3	2	Triangles diferents	NO	Piràmide triangular
8	6	9	5	3	3	2	Rectangles i triangles	NO	Prisma triangular
9	6	10	6	3 ó 5	3 ó 5	2	Pentàgon i triangle	NO	Piràmide pentagonal
10	4	6	4	3	3	2	Triangles equilàters	SÍ	Tetràedre
11	6	12	8	4	4	2	Triangles equilàters	SÍ	Octàedre
12	10	15	7	3	3	2	Rectangles i pentàgon	NO	Prisma pentagonal
13	20	30	12	3	3	2	Pentàgons regulars	SÍ	Dodecàedre

4.- Completa:

Els cinc políedres regulars són:

- .....
- .....
- .....
- .....
- .....

i compleixen les característiques següents:

Totes les cares són .....

Nº arestes / vèrtex .....

Nº cares / vèrtex .....

5.- Busca en un diccionari la definició de políedre convex.

6.- Observa que: els cinc políedres regulars compleixen la propietat de ser **convex** i l'anomenada Fórmula d'Euler que enunciem a continuació, i que no és exclusiva dels políedres regulars, sinó que la compleix qualsevol políedre:

Fórmula d'Euler: c – a + v = ...

6.4.2.- Protocols per a introduir els conceptes de sistema de referència (Part I), funció (Part II)i funció lineal, afí i constant (Part III).

PART I

- Títol: introducció al concepte de sistema de referència
- Coneixements previs:

Curriculars	Vida quotidiana
Els nombres	Adreces, situació de les cases i dels llocs per carrers i nombres
Elements i organització del pla	Situació de les diferents aules dins l'escola
	Joc de vaixells
	Situació dels alumnes a l'aula
	Quilometratge de les carreteres

- Proposta de material

Per motivar/introduir als alumnes al concepte que ens ocupa, i atès que estem treballant en un tema directament relacionat amb l'espai (en aquest cas de dues dimensions), no es veu la necessitat d'utilitzar materials extres manipulatius. N'hi ha prou amb aprofitar l'entorn de la classe (disposició de les taules), així com també qualsevol entorn en què s'hagin de situar (diferents aules dins d'un mateix pis de l'escola, diferents cases dins de la ciutat, etc).

D'altra banda, la pissarra, en aquest cas, és una eina molt útil, ja que és plana i que és un espai molt apropiat per a situar-hi punts i veure-hi la necessitat d'una referència.

- Proposta de protocol

La professora arriba a la classe i d'entrada no fa obrir llibre ni llibreta. És un moment de diàleg i de construcció del concepte, construcció que s'anirà fent de mica en mica, i que la professora, en la mesura que pugui, anirà reconduint cap allà on li interessi:

Una proposta/exemple seria la següent:

Preguntar als diferents alumnes:

"Tu, on vius?"
"On està l'escola?"
"On està assegut en Joan?"
"On està asseguda la Maria?"
"On és l'aula de Tecnologia?"
"On és la Sala de Professors?"

Si pot ser, preguntar per aules que es trobin al mateix pis, per emfatitzar que ens movem en el pla.

Observació: alguns faran servir recursos gestuals (senyalar), d'altres faran anar mots imprecisos (allà, més endavant, cap allí…). Cal anar-los eliminant i tornar a repetir les preguntes, fins que es vegin obligats (com si tots estiguéssim amb el ulls clucs) a utilitzar algun sistema de referència verbal, com per exemple:

"Jo visc al carrer Barcelona, número 4", "L'escola queda a la plaça Major"

"En Joan seu a la 2a fila, a la cadira 3 començant a comptar per la dreta si mirem cap a la pissarra", "La Maria seu una fila més endarrera que en Joan, però a la mateixa columna de cadires."

"L'aula de Tecnologia és al passadís lateral esquerra", "La Sala de Professors és al costat de Secretaria"

Conclusió: cal donar noms als diferents llocs i ordenar-los.

A continuació es tracta de motivar als alumnes de la necessitat d'un sistema de referència. Pot ser molt útil, per exemple, preguntar a dos alumnes que estiguin asseguts en dos taules consecutives.

"Qui està més a prop teu, en Joan o la Mercè?"
"I en el teu cas?"

O a un alumne/a:

"Què queda més lluny, casa teva, o l'escola?

"L'escola queda més lluny de casa meva si estic a casa, però si estic a l'escola és al revés!"

Conclusió: tot depèn d'on ens centrem a l'hora de decidir qui està més lluny o més a prop. Cal fixar el punt de partida a l'hora d'ordenar.

Ha arribat el moment de fer el salt cap a l'abstracció, tractant el concepte des del llenguatge de les Matemàtiques: es proposa esborrar tota la pissarra i fer el següent plantejament, marcant un punt amb el guix de tota la pissarra.

"Quin punt és aquest?" (Cal posar-li un nom.)
"I aquest?" (Cal posar-li un nom diferent a l'anterior.)

"De la mateixa manera que posem noms als carrers i números a les portes, o que numerem els diferents pisos d'un edifici, o que situem els alumnes d'una classe segons la fila i la columna on seuen, hem de tenir un sistema per enumerar tots i cadascun dels punts que podrien omplir la pissarra."

"És per això que s'ha inventat el que es diu un sistema de referència."

Llavors es pot dibuixar un sol eix de coordenades (p.e l'eix d'ordenades i plantejar el següent:

"*N'hi hauria prou en dir sobre quina alçada d'aquest eix es troba un punt per determinar-lo?"*

Dibuixar diferents punts que tinguin la mateixa ordenada.

"Cal, per tant, afegir-hi una altra dimensió."

Dibuixar l'eix d'abscisses.

"Ara tots els punts diferents estan a alçades i amplades diferents. Per mesurar-les, posarem una mena de regle sobre cada eix, com quan situàvem nombres enters o racionals sobre una recta."

Marcar bé l'origen de coordenades.

Aleshores només cal fer notar que allà on es tallen els eixos serà el punt de partida (com el Km 0 d'una carretera) i per tant allà les dues magnituds valdran 0: és l'origen de coordenades. Després d'això, ja es poden escriure la definició formal a la pissarra de sistema de referència i posar els exemples pertinents, posant punts dels quatre quadrants i fent èmfasi amb els diferents signes que posen aparèixer en les coordenades, segons el diferent quadrant.

"Ara tots els punts tenen nom i cognom i s'escriu (,)."

En aquest moment es pot fer una analogia amb el Joc de vaixells, comparant ambdós sistemes, i aprofitar per introduir la necessitat de què les dues magnituds (x i y) siguin nombres. Notem que en el joc de vaixells, les coordenades on es troben els vaixells comprenen valors numerables, i per tant és igual posar-hi nombres que lletres. En el cas de punts del pla, però, puc tenir un punt que es troba en (1/3, -π), per posar un exemple radical.

Just després, i ja que s'està parlant de categories d'infinits, cal afegir la idea de què la pissarra és finita, però que fora de la pissarra el pla continua, i que per tant, les coordenades x i y, no només són tant precisos com un vulgui, sinó que també poden prendre valors tant grans com calgui (magnituds infinites no numerables).

Part II

- Títol: introducció al concepte de funció (dependència i conceptes associats)

- Coneixements previs:

Curriculars	**Vida quotidiana**
Els nombres	Anar a comprar
Magnituds i mesura	Velocitats cotxes
Sistemes de referència (PART I)	Idea de màquina industrial

- Proposta de protocol:

Punt de partida: durant els cursos de 3r o 4t d'ESO els alumnes encara no estan del tot capacitats per al pensament formal, així que és millor introduir el concepte de funció amb exemples concrets en el que potser no caldrà escriure la definició formal de funció com a aplicació entre dos conjunts A, B $f : A \rightarrow B$, etc. En concret, suggereixo associar la idea de funció a la d'una màquina que transforma *matèria prima* (x) en un *producte* (y).

Exemple. Considerem una màquina màgica que dobla tot el que li entris. Així:

- Si entra un pa de 6 kg, en sortirà un de 12 kg.
- Si entra un llapis de longitud 2, en sortirà un de longitud 4
- Si entren 5 caramels, en sortiran 10
- Si entra un 3, sortirà un 6
- Si entra un -4, sortirà un -8

Preguntar als alumnes:

"I si entra un 24, què sortirà?"
"I si entra una pilota de 500 cm^3?"

Observació: aquests exemples combinen magnituds concretes amb nombres abstractes, per tal que sense adonar-se'n, l'alumne comenci a fer treballar la funció f(x) = 2x amb valors generals.

El següent pas és dibuixar una màquina amb una entrada i sortida clares, i generalitzar la pregunta:

"I si entra x, què sortirà ? Diguem - li y al resultat que surt quan entrem x a la màquina."

ENTRADA SORTIDA

x → màquina → y

En aquest cas, doncs, després de discutir - ho amb els alumnes, està clar que y = 2x. Escriure aquesta relació entre x i y és escriure l'equació de la funció.

A partir d'aquí, es poden relacionar les preguntes i les respostes inicials, amb les corresponents entrades i sortides amb una taula de valors, és a dir:

Taula de valors de la funció:

X	Y

Observem que:

- es poden anar afegint exemples i posar els valors que l'alumne vulgui a la columna de les x, és a dir : x és la variable independent i s'anomena abscissa.

- per a cada valor d'x, hi ha només un valor d'y (observar que hem entrat el 5 dues vegades i això és redundant). Quant als valors d'y, no puc posar els que jo vulgui, sinó que depenen de les x que triï, és a dir: es diu que y és la variable dependent i s'anomena ordenada.

- la màquina funciona tant per a nombres positius com per negatius. De fet, en aquest cas, li podria entrar qualsevol nombre real, donat que tots es poden doblar, és a dir: diem que, en aquest cas, el domini de la funció són tots els nombres reals.

A continuació, es poden proposar els exercicis immediats següents:

> *"Imagina't una màquina molt semblant en la que entren cotxes a una certa velocitat i surten corrent el triple. Construeix la taula de valors i troba l'expressió de la funció y."*
>
> *"Vas a comprar pomes i cada kg. val 30 ptes. Inventa una màquina (funció) a la que li entris el nombre de kgs i et digui el preu."*

Finalment, i per completar la introducció, cal afegir que els parells de valors de la taula no són més que un parell (,) de coordenades, i que per tant, cada un d'aquests pot ser situat en un sistema de referència. (Fixem-nos en Coneixements previs Curriculars). El conjunt de tots aquests punts formen el gràfic de la funció.

Un cop s'han citat les tres "cares" d'una funció (equació, taula de valors i gràfic), es pot passar a la definició formal de funció. A continuació se'n presenten vàries perquè s'adopti la que s'adapti més bé al tipus d'alumnat:

Definició de Queysanne (1990):

> *Donats dos conjunts A i B, una funció f d'A en B és una correspondència entre un element d'A i un element de B.*

Definició de Colera (2002):

> *f és una funció d'A en B si a cada nombre de D, subconjunt d'A li fa correspondre un únic nombre de B. Llibre text Barcanova*

Part III

- Títol: funcions representades per una recta. Introducció als conceptes de funció lineal, afí i constant.

- Coneixements previs:

Curriculars	**Vida quotidiana**
Els nombres	Anar a comprar
Magnituds i mesura	Velocitats cotxes
Sistemes de referència (PART I)	Idea de màquina industrial
Concepte de funció (PART II)	Pendent d'una carretera o d'una muntanya

- Proposta de material:

Per distingir entre aquests tres tipus de funció, es parteix de la base que és suficient veure les propietats del que en la Part II anomenem les tres cares d'una funció, i de com aquestes tres varien segons el tipus de funció a la que ens referim. Així, tampoc es veu la necessitat d'utilitzar materials extres manipulatius. Es pot aprofitar la pissarra i la llibreta de l'alumne, tenint en compte que això no va lligat necessàriament a la clàssica classe magistral.

- Proposta de protocol

La professora arriba a la classe i d'entrada no fa obrir llibre ni llibreta. Abans d'entrar a distingir entre el que és una funció lineal, afí o constant, cal recordar o fer present el concepte de funció i assenyalar que ens centrem en el conjunt de funcions el gràfic de les quals vindrà donat per una recta. És un moment de diàleg i de construcció del concepte, construcció que s'anirà fent de mica en mica, i que la professora, en la mesura que pugui, anirà reconduint cap allà on li interessi.

- En la vida quotidiana:

Es proposa fer posar un alumne dret davant de la classe. L'alumne, en aquest moment és un punt:

"Quants camins rectes a terra poden passar per aquest alumne?"

Afegir un altre alumne dret en un punt diferent i fer la mateixa pregunta:

"Quants camins rectes a terra poden passar per aquest alumne?"

Afegir un tercer alumne en el camí recte que s'ha traçat imaginàriament.

"Modifica la recta, aquest tercer alumne?"

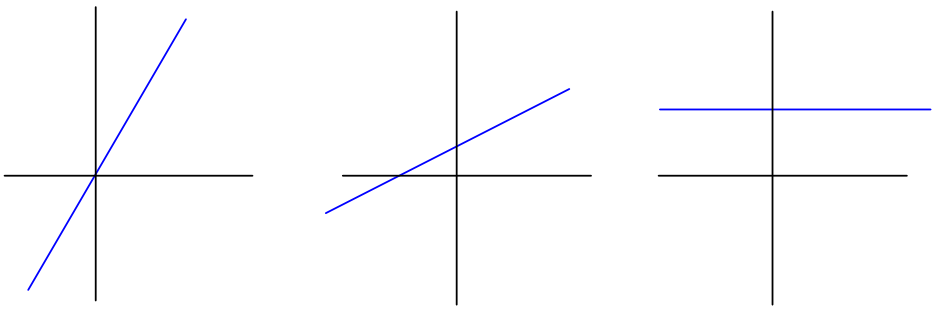
Conclusió: en el pla, amb dos punts n'hi ha prou per determinar una recta.

A partir d'aquí, es tracta de transmetre als alumnes que en haver-hi infinits punts al pla, també hi ha infinits parells de punts, i és per això, que hi ha infinites rectes diferents.

Tot i estar totes sota la denominació rectes, es poden dividir en tres grans grups, a partir de què compleixin o no certes propietats. Analitzant les tres "cares" de cada grup (gràfic, taula i equació), aprendrem a distingir-les:

- A partir del gràfic de la funció:

És un bon moment per fer un esquema a la pissarra semblant al següent:



A partir d'aquests tres gràfics, es poden deixar uns minuts als alumnes perquè, amb el qui tenen al costat, anotin a sota de cada gràfic propietats que les diferenciïn. Després es posen en comú i es van anotant a la pissarra, però no a la llibreta. Cal arribar a les conclusions següents:

1r gràfic: la recta passa per l'origen de coordenades (0,0).
3r gràfic: la recta és paral·lela a l'eix d'abscisses x.
2n gràfic: no compleix cap d'aquestes dues propietats.

Aquestes conclusions sí que són bones per anotar a la llibreta, per exemple, a sota de cadascun dels gràfics.

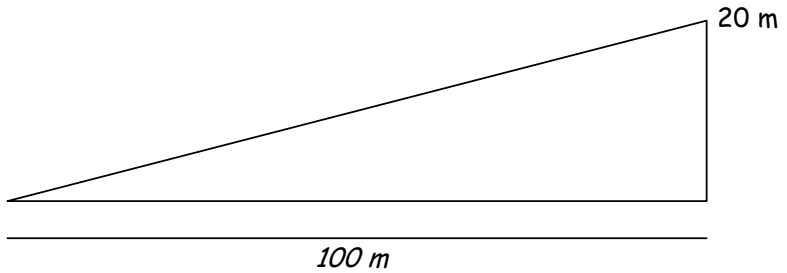
Ha arribat el moment de posar noms, a sobre mateix de cadascun dels gràfics: funció lineal (o de proporcionalitat directa), funció afí i funció constant. En el moment de "batejar" aquestes funcions, es pot fer notar als alumnes que encara no tenim prous elements per entendre el perquè d'aquests noms, però que no es preocupin. Només els posem per fer-ne referència, enlloc de dir 1r o 2n o 3r...

- A partir de les propietats geomètriques d'una recta:

A continuació, el que es pretén és arribar a distingir els tres tipus de funció a partir de l'equació. És per això que és molt convenient entendre el significat geomètric dels paràmetres que apareixen a l'equació, de manera que l'alumne pugui fer una memòria comprensiva de les equacions.

Es tracta doncs, d'analitzar el significat geomètric del pendent (m) i de l'ordenada a l'origen (n).
Per parlar del concepte de pendent, i abans d'escriure la definició rigorosa, es pot fer una analogia amb el pendent d'una muntanya o d'una carretera, normalment donat en tant per cent. Si els alumnes entenen el significat, podran fàcilment entendre la magnitud pendent d'una recta (en tant per ú).

"Què vol dir que una carretera té un pendent d'un 20%?"
"Que per cada 100 metres de terra horitzontal, la carretera en puja 20."



"El pendent d'una recta expressa la mateixa idea però en tant per 1"

Definició: donada una recta del pla, definim el pendent de la recta com el nombre d'unitats que puja o baixa el valor de la coordenada y quan el valor de la coordenada x augmenta una unitat.

Notació: en l'equació d'una recta, designarem el pendent per la lletra m.

És un bon moment per dibuixar diferents rectes a la pissarra i comparar-ne els pendents, així com també veure què passa amb les rectes decreixents (com afecta això al signe de m). Per últim, observar el cas especial de les funcions constants. Si s'entén, es pot tornar a l'esquema inicial dels tres gràfics, i a sota del constant anotar-hi m = 0.

Per parlar del concepte d'ordenada a l'origen, va molt bé buscar quina és la propietat que distingeix la funció lineal de la funció afí, així com també fer adonar a l'alumne que qualsevol recta només talla un cop l'eix d'ordenades. A partir d'aquí, i veient que aquest punt és únic, es pot passar a definir:

Definició: l'ordenada a l'origen d'una recta és l'alçada a la qual la recta talla l'eix d'ordenades y.

Notació: en l'equació d'una recta, designarem el pendent per la lletra n.

Anàlogament al que s'ha fet abans, ens podem fixar en diferents rectes a la pissarra i comparar-ne les ordenades a l'origen, així com també veure què passa amb les rectes lineals. Si s'entén, es pot tornar a l'esquema inicial dels tres gràfics, i a sota de la lineal anotar-hi n = 0.

- A partir de l'equació:

Tant si s'ha fet la Part II explícitament, com si es dóna per feta, és bo recuperar els exemples següents:

Exemple 1: Una funció que relacioni la distància que fa un taxista amb l'import que cobra, suposant que cobra 2€ per km.

Taula:

X: distància	Y: import
5	10
6	12

Equació: $y = 2 \cdot x$

i a continuació proposar la tasca següent:

Exercici: *- fes el gràfic de la funció*
- busca el valor del pendent a partir de la definició
- busca el valor de l'ordenada a l'origen a partir de la definició

Exemple 2: Un taxista que cobra 1€ de baixada de bandera i 2€ per km recorregut. Hi ha una funció que relaciona l'import del viatge amb la distància recorreguda.

Taula

X: distància	Y: import
8	$2 \cdot 8 + 1 = 17$
10	$2 \cdot 10 + 1 = 21$

Equació: $y = 2 \cdot x + 1$

i a continuació proposar la tasca següent:

Exercici: *- fes el gràfic de la funció*
- busca el valor del pendent a partir de la definició
- busca el valor de l'ordenada a l'origen a partir de la definició

Exemple 3: Un taxista cobra 10€, faci els kms que faci. Només cobra la baixada de bandera.

Taula:

X: distància	Y: import
5	10
6	10

Equació: y = 10

i a continuació proposar la tasca següent:

Exercici: *- fes el gràfic de la funció*
- busca el valor del pendent a partir de la definició
- busca el valor de l'ordenada a l'origen a partir de la definició

Un cop fets els exercicis, i amb l'ajut del professor, es tracta de:

- Relacionar cadascun dels tres exemples amb els casos afí, lineal i constant.
- Trobar la relació entre els pendents i ordenades a l'origen obtinguts i els valors que apareixen a l'equació.
- Arribar a generalitzar fórmules.

Funció lineal: $y = m \cdot x$
Funció afí: $y = m \cdot x + n$
Funció constant: $y = n$

Es suggereix que s'observi com queden les taules en cada cas, veient que, en el cas lineal, sense conèixer l'equació, puc deduir el valor de m a partir de la proporció que guarden les coordenades x i y. De totes maneres, a partir d'aquí la introducció ja està servida, i a continuació cal treballar amb molts exemples i exercicis procedimentals, però sense perdre mai de vista els significats geomètrics dels paràmetres. Així evitarem que els exercicis es converteixin en mecanismes sense sentit, i sense la possibilitat, per part de l'alumne, de corroborar que els resultats que va obtenint són coherents amb el tipus de problema que està tractant.

- Altres exemples de la vida real, que poden ser d'utilitat:

- En una discoteca tens les opcions següents: pagar un preu fix de 10€ per entrar i consumint el què vulguis; pagar 4€ l'entrada més 1.5€ per cada consumició, o bé entrar gratuïtament i pagar 2€ per consumició. Fes una taula i un gràfic en cada cas i digues de quin tipus de funció es tracta.

- Una companyia telefònica m'ofereix les opcions següents, en la franja horària de 18h a 20h: pagar 9 € i parlar tota l'estona que vulgui; pagar 3€ i afegir 20 cèntims per minut; o bé pagar 40 cèntims per minut sense donar cap quantitat fixa. Fes una taula i un gràfic en cada cas i digues de quin tipus de funció es tracta.

6.4.3.- Protocol per a introduir el concepte de probabilitat i deduir la Regla de Laplace

- Títol: introducció al concepte de probabilitat i conceptes associats (espai mostral, experiment aleatori, ...). Regla de Laplace

- Coneixements previs:

Curriculars	**Vida quotidiana**
Càlcul amb enters i racionals	Jocs d'atzar
Estadística (curs anterior)	Processos electorals
	Fenòmens meteorològics
	Esports

- Proposta de material:

  Moneda
  Dau
  Fitxa de treball

- Proposta de protocol:

Situació: avui els alumnes de 3r d'ESO s'introdueixen per primera vegada en el món del Càlcul de Probabilitats.

Objectiu: que els alumnes siguin capaços d'arribar a deduir la Regla de Laplace.

La proposta per a presentar aquest tema es basa en dos aspectes: el diàleg alumne – alumne i alumne - professora, mitjançant el qual els alumnes es puguin anar apropant a diferents casos en què es parli de probabilitats; i l'experimentació, a partir de la que els alumnes puguin arribar a deduir la Regla de Laplace, tot i adonar-se que per concordar amb la realitat la mostra ha de ser molt gran.

Descripció del procediment: la professora, quan arriba a classe explica al grup que l'últim tema del curs és empíric, en el sentit que poden experimentar primer i analitzar el què ha passat per intentar deduir una regla teòrica.

Per entrar en contacte amb fets quotidians, la professora pot començar la classe amb preguntes de l'estil:

" Quina probabilitat hi ha de què faci sortir un noi a la pissarra?"

i a continuació

" I de que faci sortir algú que porti ulleres?"

Els alumnes, poden contestar en tants per cent, si són capaços de fer-ho aproximadament; poden respondre de manera qualitativa, dient probabilitat alta, baixa, etc. o poden no saber què dir.

En cada cas, la professora haurà de fer un esforç més o menys gran per reconduir la situació, fent-los adonar de dos aspectes bàsics:

a) Hi ha dues dades a tenir en compte: per una banda, el total, i per altra, el nombre de casos favorables (nº nois en el primer cas i nº persones amb ulleres en el segon).

b) Per expressar una probabilitat, es fa en tant per ú.

Observem que, aquest segon aspecte es pot deixar per més endavant, si el grup ho entén millor en tants per cent. No hi ha pressa.

A partir d'aquí, la mestra pot començar a parlar de que qualsevol experiment proper a ells (tirar un dau, fer una juguesca per un encistellador de bàsquet, triar algú d'un grup a l'atzar...) pot ser sotmès a aquesta anàlisi. Cal, però, que l'experiment compleixi dues condicions:

- No sabem què passarà
- Coneixem tots els resultats possibles

Ha arribat el moment de definir experiment aleatori, així com d'anar analitzant-ne algun, per comprovar que compleixen les dues propietats.

Exemple: El llançament d'un dau és aleatori, doncs no sabem què sortirà però sabem tots els resultats possibles, que són 1, 2, 3, 4, 5 i 6.

Es poden fer tants exemples com es creguin necessaris. Els alumnes també en poden proposar. La professora només ha de controlar que els alumnes proposin experiments no compostos, doncs som al principi.

Un cop paït això, es pot introduir el concepte de conjunt Ω, com al conjunt de tots els resultats possibles. Exemples:

a) ε: Llançament d'una moneda: $\Omega = \{c,+\}$

b) ε: Llançament d'un dau: $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

A partir d'aquí, se'ls passa la Fitxa de Treball, i es pot optar per una dinàmica de grups (màxim 3 persones) per omplir-la i respondre les qüestions. Després es posaran en comú a nivell de tot el grup.

- Altres exemples de la vida real, que poden ser d'utilitat:

  - En un examen tipus test amb quatre opcions sé la resposta de totes les preguntes menys l'última de totes. Si encerto aquesta última trauré un excel·lent, però si m'equivoco trauré un notable, perquè restarà punts. No puc deixar cap pregunta sense contestar. Quina probabilitat tinc d'encertar si responc a l'atzar?

  - Estic jugant a cartes amb dos companys més. Cadascun de nosaltres té 4 cartes a la mà i la resta són en una pila a sobre de la taula. Em toca agafar una carta. Si em surt una carta de copes hauré guanyat. Quina probabilitat tinc?

- Proposta de fitxa de treball:

Regla de Laplace. Fitxa d'activitats d'Ensenyament-Aprenentatge/1

ε: Llançament d'una moneda

Anota els resultats obtinguts en llançar 100 vegades una moneda sobre la teva llibreta. Pots utilitzar palets o creus, vigilant sobretot de no descomptar-te i de sumar 100 palets entre les cares i les creus.

C (cara)	**+ (creu)**

TOTAL:

Respon a les preguntes següents:

- Quin tant per cent de cares i creus t'han sortit?

- Teòricament, quin tant per cent de probabilitats tenim d'obtenir cara? I d'obtenir creu? Per què?

- Quin dels teus companys s'ha acostat més al resultat teòric?

- Com ho podríem fer per acostar-nos-hi més?

Fitxa d'activitats d'Ensenyament-Aprenentatge/2

ε: Llançament d'un dau

Anota els resultats obtinguts en llançar 100 vegades un dau sobre la teva llibreta. Pots utilitzar palets o creus, vigilant sobretot de no descomptar-te i de sumar 100 palets entre els sis resultats possibles diferents.

1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**

TOTAL:

Respon a les preguntes següents:

Quin tant per cent de nombre parells t'han sortit?

Teòricament, quin tant per cent de probabilitats tenim d'obtenir nombre parell? Per què?

Quin tant per cent de dosos t'han sortit?

Teòricament, quin tant per cent de probabilitats tenim d'obtenir un dos? Per què?

Quin tant per cent de nombres inferiors a 3 t'han sortit?

Teòricament, quin tant per cent de probabilitats tenim d'obtenir un nombre inferior a tres? Per què?

A partir d'aquí, es poden introduir les notacions d' A , així com recalcar les d'**ε** i Ω, i proposar, per al proper dia, que busquin una norma general per calcular

probabilitats. Se'ls diu que es recolliran totes les propostes en veu alta i es discutiran.

A partir d'aquí... ànims i a veure què troben!

És important que, a la següent sessió, abans de fer dir les propostes, la professora pugui fer un repàs de la classe anterior, destacant els aspectes més rellevants i recordant la notació que hauran d'anar assolint.

Un cop fetes les propostes, si van encaminades cap a fer divisions i buscar proporcions, l'experiència es pot qualificar d'èxit.

Caldrà, però, que la professora, finalment, escrigui formalment i amb la notació adequada la Regla de Laplace.

A continuació presentem la Regla de Laplace segons apareix en el llibre de text d'aquest grup (Ed. Casals):

<u>*Regla de Laplace*</u>

Donat un espai mostral Ω, format per n elements (s'escriu $\#\Omega = n$) equiprobables (és a dir, amb la mateixa probabilitat d'ocórrer), aleshores la probabilitat d'un esdeveniment A, format per k elements d' Ω (s'escriu $\#A = k$), és igual al nombre de casos favorables dividit pel nombre de casos possibles.

S'escriu de la manera següent:

$$p(A) = \frac{\#A}{\#\Omega}$$

Exemple: calcular la probabilitat de que en llançar un dau surti un nombre més petit que 5

$\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$ $\quad \#\Omega = 6$
$A = \{1,2,3,4\}$ $\quad \#A = 4$

$$p(A) = \frac{4}{6} = 0.6666...$$

6.4.4.- Protocol per a introduir el concepte desigualtat, així com també el comportament de la relació de desigualtat respecte les operacions, com a trampolí per a les inequacions.

- Títol: introducció al concepte de desigualtat i al comportament d'aquesta relació respecte les operacions.

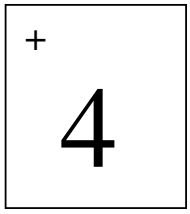
- Coneixements previs:

Curriculars
Enters
Racionals
Equacions 1r grau
Potències i radicals
Sistemes d'equacions

- Proposta de material:

Cartronets d'operacions.

Són cartronets plastificats de 6cm x 7cm (Veure Annex 9) en els que hi apareix una operació i un nombre, de la forma següent:



Els cartronets són de quatre colors diferents, segons l'operació: els verds corresponen a la suma, els de color crema a la resta, els de color blau a la multiplicació i els de color vermell a la divisió. El fet que cada operació sigui d'un color és per proporcionar un codi al professor.

En total hi ha 41 cartronets, i són els següents:

Sumar 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
Restar 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
Multiplicar 0, 1, 1, 2, 3, 4, 5, 10, (-1), (-1),(-2), (-2), (-3), (-4), (-5)
Dividir 1, 2, (-1), (-1), (-2), (-2)

Nota: Els cartronets que corresponen a multiplicar o dividir per un nombre negatiu estan marcats per darrera amb el símbol √ , i la carta de multiplicar per 0 està marcada per darrera amb el símbol ∗.

- Proposta de protocol:

Situació: Avui els alumnes de 3r d'ESO han de començar la unitat "Inequacions"(Ed. Cruïlla). Abans d'entrar directament al procediment de resolució d'una inequació, cal que els alumnes tinguin molt clar el concepte de desigualtat, així com també el comportament d'aquestes respecte les operacions.

Objectiu: L'objectiu d'aquesta introducció serà que descobreixin que les operacions multiplicar i dividir per un nombre negatiu canvia el sentit de la desigualtat.

Descripció del procediment:

- Cal fer grups de 2: si n és el nombre d'alumnes, hi ha dues possibilitats:

a) $n = 2k$ (a la classe són un nombre parell)
b) $n = 2k + 1$ (a la classe són un nombre senar)

En el cas b), el professor pot jugar amb l'alumne que queda lliure, a més de dirigir el joc (cantar les operacions) o bé pot proposar a aquest alumne que sigui ell qui les canti. Això sí, per anar bé, ha de ser el professor qui tregui els cartronets de la bossa.

Es tracta d'un petit joc:

Cada grup de dos alumnes tenen una fitxa de treball, que aniran omplint entre tots dos, de mutu acord, al llarg del joc.

Per començar, els dos jugadors es pensen un nombre entre l'1 i el 10 (per fer més fàcils les operacions) i l'apunten a la primera casella (operació pensar nombre). Ara tots dos han de decidir quina desigualtat hi posen.

El professor porta una capsa, o una bossa amb els 41 cartronets. En treu un a l'atzar[6] i canta l'operació que li ha sortit. Cada membre de la parella ha de realitzar l'operació al nombre que ha anotat i es tracta de tornar a decidir quina desigualtat hi posen al mig.

Els càlculs, els han de fer mentalment. Si en algun cas, l'alumne dubta sobre el resultat, poden discutir-lo amb el company. És per això que amb les divisions només hem considerat dividir entre 1, -1, 2 i -2, per evitar problemes de càlcul mental. L'ús de la calculadora, en aquest cas, pot convertir l'exercici en un mecanisme simplement d'omplir "màgicament" les caselles, minvant així l'interès i la motivació de l'objectiu.

Es tracta de tornar-ho a repetir bastantes vegades.

Un cop s'han omplert 3 ó 4 fileres, es diu als alumnes que guanyarà el membre de la parella que a l'última casella tingui una quantitat més gran (respecte el contrincant). Així, a partir d'ara, cada cop que es plantegi l'operació, els alumnes començaran a pensar si es gira (en el cas que ja es vagi perdent) o no (en el cas que es vagi guanyant) la desigualtat.

Quan s'han omplert totes les fileres menys una, se'ls pregunta:

> *"Esteu a la penúltima fila. Quin tipus d'operació us convé per guanyar la partida?. Anoteu–ho a l'espai on diu proposta per guanyar"*

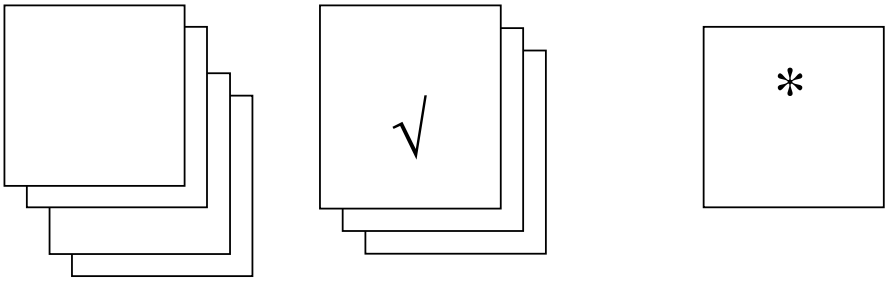
---

6 [1] ***a l'atzar*** només de cara als alumnes. Els colors són perquè el professor sàpiga en cada moment quina operació li interessa *cantar*. Per anar bé, cal començar per operacions que no variïn el sentit (sumes, restes o multiplicacions i divisions) i fent-ne unes quantes de cada per tal que els alumnes vagin consolidant què passa en cada cas. Després, quan s'han fet algunes multiplicacions o divisions per un nombre positiu s'introdueix ja alguna carta marcada √, amb lo qual començaran a passar coses... La carta marcada amb ∗, es pot utilitzar al final del joc, per sorprendre als alumnes, amb una operació que acabaria amb empat (multiplicar per zero!) i després fer que els alumnes la desfacin (no la tinguin en compte) i continuar jugant! Un bon moment per fer això pot ser immediatament després que els alumnes hagin fet la seva **Proposta per guanyar**

Se'ls dóna dos o tres minuts perquè donin una ullada als resultats i apuntin les seves propostes on hi diu proposta per guanyar.

Després es posa en comú i s'apunten les conclusions a la pissarra.

Un cop els alumnes han fet la seva proposta per guanyar, el jugador fa dos piles de cartronets: en una pila hi posa les cartes marcades amb √ i a l'altra pila la resta. A part, separa el cartronet amb la marca ∗. En aquest punt cal donar emoció i mostrar als alumnes les tres piles (Veure Annex 9):



cartes sense marcar **cartes marcades** **carta especial**

i es pot fer l'observació següent, en veu alta, i dirigint-se a un dels grups:

- Les cartes que no estan marcades faran que el guanyador actual continuï guanyant.
- Les cartes marcades amb √ faran que el guanyador actual deixi de guanyar.
- La carta marcada amb * farà que hi hagi un empat.

- Proposta de fitxa de treball:

Desigualtats. Fitxa d'activitats d'Ensenyament-Aprenentatge/1

Recordeu que:	a < b	a és més petit que b	Exemples:	3 < 5 , - 4 < -2
	a > b	a és més gran que b	Exemples:	4 > 1 , - 5 > -14

Instruccions: aneu omplint, entre tots dos, de mutu acord, la fitxa següent:

Operació (el mestre les anirà dient) .	**Jugador A NOM:**	**Desigualtat (a omplir amb color)**	**Jugador B NOM:**
Pensar nombre entre l'1 i el 10			

Proposta per guanyar:

Possibles operacions perquè guanyi el Jugador A:

Possibles operacions perquè guanyi el Jugador B:

Conclusions:

El desenvolupament de l'activitat pren un caire com el de l'exemple:

Operació (el mestre les anirà dient)	**Jugador A NOM:**	**Desigualtat (a omplir amb color)**	**Jugador B NOM:**
Pensar nombre entre l'1 i el 10	5	<	7
+5	10	<	12
-3	7	<	9
x (-2)	-14	>	-18

Proposta per guanyar:

Possibles operacions perquè guanyi el Jugador A:

- Que el professor ens aixequi una carta no marcada

Possibles operacions perquè guanyi el Jugador B:

- Que el professor ens aixequi una carta marcada amb √

Conclusions: *les cartes marcades amb √ giren la desigualtat, per tant han de ser targetes en les que es multipliqui o divideixi per un nombre negatiu.*

- Altres exemples de la vida real, que poden ser d'utilitat:

    - Si l'Anna és més jove que la Laia, i passen uns quants anys, continuarà essent veritat que l'Anna és més jove?

    - Si tenim dues peses en una balança que està desequilibrada i afegim una pesa igual a cada plat, es mantindrà el desequilibri en el mateix sentit?

    - Si dos països difereixen en 5 graus de temperatura i l'endemà tots dos pateixen un mateix increment de 2ºC de temperatura, es mantindrà la diferència de 5 graus? I si enlloc de pujar, tots dos països pateixen una davallada de 3ºC?

6.4.5.- Protocol per a introduir el concepte de raons trigonomètriques

- Títol: introducció als conceptes de sinus, cosinus i tangent d'un angle.
- Coneixements previs:

Curriculars
Càlcul amb enters i racionals.
Equacions de 1r grau i sistemes d'equacions.
Polinomis: operacions bàsiques.
Identitats notables.
Equacions de segon grau.
Funcions que tenen per gràfic una recta i una paràbola.
Triangles semblants
Teorema de Pitàgores
Triangles rectangles i angles. Catet oposat i catet continu a un angle α

- Proposta de material:

Només cal un transportador d'angles, un regle i la calculadora, donat que aquesta proposta de protocol es basa en dibuixar, mesurar i comparar.
En aquest tema no faig servir material manipulatiu, però es creu interessant, al llarg de la unitat, que les primeres aplicacions de les definicions es facin a partir de problemes reals, relacionats, per exemple, amb el càlcul de la seva ombra, l'alçada d'un edifici, etc. És per això que es considera important afegir-hi exemples com els que apareixen al final del protocol.

- Proposta de protocol:

Situació: avui els alumnes de 4t d'ESO coneixeran per primer cop les tres raons trigonomètriques fonamentals.

Objectiu: fer adonar als alumnes que, donats diferents triangles rectangles semblants, hi ha certes divisions (entre certes longituds) que es mantenen constants, i que per això se'ls anomena raons.

Descripció del procediment: la proposta per a presentar aquest tema es basa en una dinàmica de seguiment d'unes instruccions guiades d'algun exemple (veure fitxa de treball) per facilitar-los la comprensió del que se'ls demana. D'aquesta manera, el docent només haurà d'intervenir per reconduir els resultats obtinguts

cap on ell vol, i no s'haurà d'aturar a traduir els enunciats, fomentant així l'autonomia de cada alumne.

Els alumnes, poden treballar individualment o bé en grups de 2 ó 3 persones (si se li vol donar un caire més cooperatiu).

La fitxa de treball ve numerada pels diferents passos a seguir, i no hi ha cap espai per a què hi escriguin. Cal que la feina que vagin fent (dibuixos, mides, càlculs...) l'apuntin a la llibreta. Aquesta decisió ve donada per dos motius:

- La fitxa de treball acabarà essent l'explicació del què està passant, i la podran aconseguir de la manera següent: un cop acabada la sessió, una activitat per fer a casa i consolidar el què s'ha après podria ser retallar tots els exemples que apareixen emmarcats i muntar així un còmic en el que ells hi hauran de posar l'explicació a sota de cada vinyeta.

- A la llibreta tindran el procés seguit (per segona vegada) però fet per ells i amb unes altres mides (val la pena que ho tinguin a la llibreta).

Discussió:

Es considera interessant que el professor no intervingui (a menys que calgui resoldre dubtes sobre el que cal fer) fins al final del pas 2, quan els alumnes, després de comentar els resultats amb la resta de parelles han de posar en comú els resultats. Cal que s'asseguri que tothom escriurà unes conclusions correctes i que es recondueixi, en la mesura possible, a les definicions de les tres raons trigonomètriques, posant èmfasi en que només depèn de l'angle i aprofitant l'avinentesa per explicar com funciona la calculadora, a l'hora de buscar les raons d'un angle qualsevol.

Observacions:

Les activitats 3 i 4 es poden fer el mateix dia o poden ser per fer a casa, a consideració del professor, segons se li donin un caire de construcció de la definició o de consolidació. S'aconsella d'aturar-se abans del pas 3 per posar a la

pissarra el que hem après i definiria amb rigor les tres raons trigonomètriques, deixant per casa que ells fessin els dos últims passos.

De tota manera, és evident que depenent de les característiques del grup caldrà amotllar-s'hi i decidir.

- Altres exemples de la vida real, que poden ser d'utilitat (de menys a més dificultat; de més relació a menys amb la intenció del protocol)

    - Per mesurar l'altura d'una torre que, en un cert instant, fa una ombra de 24 m, hem clavat un bastó a terra que té una altura de 1.2 m i fa una ombra de 1 m. Calcula amb aquestes dades l'alçada de la torre.

    - Quan el sol està a una altura de 50º, l'edifici de l'escola projecta una ombra de 20 m. Quina alçada té l'edifici?

    - Des d'un avió observem un cotxe que està a 1000 m del peu de la perpendicular sota un angle de 27º respecte la vertical. A quina altura volem?

- Proposta de fitxa de treball:

Raons trigonomètriques. Fitxa d'activitats d'Ensenyament-Aprenentatge/1

1.- Segueix les instruccions següents:

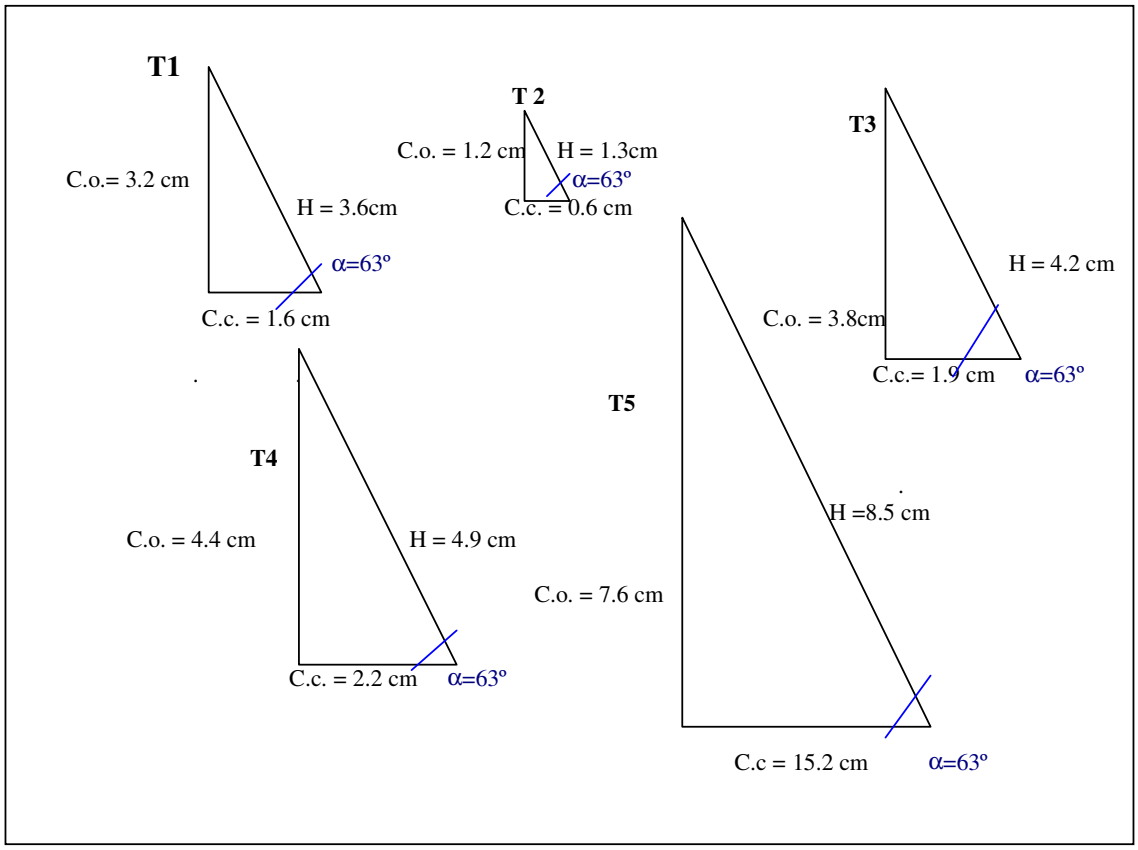
a) Dibuixa cinc triangles rectangles semblants i tria un dels dos angles aguts.

b) Mesura amb el transportador aquest angle en tots els triangles. Si has fet bé els apartats a) i b), tots els angles t'han de mesurar el mateix. Posa aquest resultat en el triangle.

c) Assenyala on està el catet oposat a l'angle triat, el catet continu a l'angle triat i la hipotenusa.

d) Mesura el catet oposat, el catet continu i la hipotenusa de cadascun dels 5 triangles. Veuràs que les mides són diferents!

Aquest és un exemple, en la que hi ha dibuixats 5 triangles semblants, en què es tria l'angle agut α i a continuació es poden assenyalar els catets, distingint-los pel fet de ser oposats (C.o) o continus (C.c), és a dir, just a continuació de l'angle. A continuació hem mesurat tots els costats i ho hem posat al lloc corresponent.



2.- Ara intentarem relacionar, en cada triangle, la proporció que hi ha entre cadascun dels catets amb la hipotenusa, així com també entre els dos catets. Per fer-ho ordenadament, ho farem en tres passes:

Primer pas: Calcula, en cadascun dels triangles les divisions següents, arrodonint el resultat a una sola xifra decimal, ja que és el que pots apreciar amb el regle:

T1 $\frac{\text{C.o}}{H} =$ $\frac{\text{C.c}}{H} =$ $\frac{\text{C.o}}{C.c} =$

T2 $\frac{\text{C.o}}{H} =$ $\frac{\text{C.c}}{H} =$ $\frac{\text{C.o}}{C.c} =$

T3 $\frac{\text{C.o}}{H} =$ $\frac{\text{C.c}}{H} =$ $\frac{\text{C.o}}{C.c} =$

T4 $\frac{\text{C.o}}{H} =$ $\frac{\text{C.c}}{H} =$ $\frac{\text{C.o}}{C.c} =$

T5 $\frac{\text{C.o}}{H} =$ $\frac{\text{C.c}}{H} =$ $\frac{\text{C.o}}{C.c} =$

Què observes? Comenta –ho amb la resta de parelles. Encara que hagin dibuixat triangles diferents, segur que arriben a la mateixa conclusió.

Un cop hagueu discutit els resultats obtinguts a classe, pots completar la frase següent: els valors d'aquestes divisions no depenen de la longitud dels costats, sinó de l'angle. Cada angle tindrà, per tant, uns valors associats a cadascuna de les tres divisions.

Conclusions: per cada angle hi ha tres proporcions que es mantenen. Són $\frac{\text{C.o}}{H}$, $\frac{\text{C.c}}{H}$ i $\frac{\text{C.o}}{C.c}$.

3.- Comprova si en el cas de l'exemple això també passa.

Exemple:

T1 $\frac{C.o}{H} = \frac{3.1}{3.5} = 0.9$ $\frac{C.c}{H} = \frac{1.65}{3.5} = 0.5$ $\frac{C.o}{C.c} = \frac{3.1}{1.65} = 2$

T2 $\frac{C.o}{H} = \frac{1.2}{1.3} = 0.9$ $\frac{C.c}{H} = \frac{0.6}{1.3} = 0.5$ $\frac{C.o}{C.c} = \frac{1.2}{0.6} = 2$

T3 $\frac{C.o}{H} = \frac{3.8}{4.2} = 0.9$ $\frac{C.c}{H} = \frac{1.9}{4.2} = 0.5$ $\frac{C.o}{C.c} = \frac{3.8}{1.9} = 2$

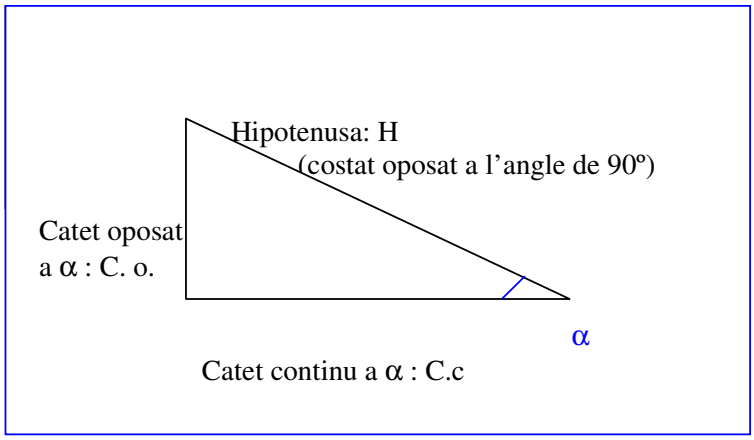
T4 $\frac{C.o}{H} = \frac{4.4}{4.9} = 0.9$ $\frac{C.c}{H} = \frac{2.2}{4.9} = 0.5$ $\frac{C.o}{C.c} = \frac{3.1}{3.5} = 2$

T5 $\frac{C.o}{H} = \frac{7.6}{8.5} = 0.9$ $\frac{C.c}{H} = \frac{3.8}{8.5} = 0.5$ $\frac{C.o}{C.c} = \frac{3.1}{3.5} = 2$

Així doncs, si hi ha unes divisions que es mantenen constants quan deixem el mateix angle, podem dir que cada angle té les seves raons.

4.- Completa les següents definicions:

Raons trigonomètriques d'un angle agut: donat un triangle rectangle i fixat un angle agut α, tal i com es veu a la figura, definim:



sin α =

cos α =

tg α =

5.- Completa aquesta frase:

Les unitats de mesura d'aquestes tres raons són...

Recorda: Per calcular el sinus, el cosinus o la tangent d'un angle, no cal mesurar l'angle i els costats cada vegada. La calculadora té emmagatzemats aquests valors: només cal introduir l'angle i demanar-li la raó que vulguis calcular. Els costats no s'introdueixen, doncs com vam veure el dia passat, la longitud dels costats no importa. De fet, amb l'angle n'hi ha prou.

6.4.6.- Protocol per a introduir el concepte de successió. Terme general.

- Títol: introducció al concepte progressió aritmètica. Fórmula del terme general

- Coneixements previs:

Curriculars	**Vida quotidiana**
Els nombres enters	Aprofitem el terra de la classe o del pati

- Proposta de material:

Si es fa dins la classe, guix
Si es fa al pati, qualsevol cosa per marcar el terra
Cartronets descrits en el protocol

- Proposta de protocol:

Situació: Avui els alumnes de 3r d'ESO han de començar la unitat "Successions : progressions aritmètiques i progressions geomètriques"(Ed. Edebé)

La idea principal és utilitzar el terra per a representar-hi la recta dels naturals, de manera que cada natural sigui una casella i que els alumnes puguin fer la representació en moviment d'una progressió aritmètica(P.A.), situant-se en una casella inicial i fixant una longitud de salt (d)i un sentit (endavant, d> 0 o enrera, d<0)

Tant si es fa a dins l'aula o al pati, cal dibuixar un esquema semblant a aquest al terra i fer seure al grup al voltant del dibuix:

-1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14

La tira pot ser tan llarga com es vulgui però convé que contingui nombres negatius i positius, per mostrar que una P.A pot prendre valors en el conjunt dels enters.

Un cop l'escenari a punt, cal triar tres o quatre alumnes, i donar-los-hi un cartronet[7] en el qual aparegui una posició inicial a_1 i una distància de salt d, de l'estil, per exemple:

$a_1 = 3$

$d = 2$

Comença el primer alumne i es col·loca a la posició inicial indicada i va fent salts segons la diferència d que li ha tocat. El mestre aprofita per fer anotant als alumnes en el seu quadern les diferents posicions obtingudes, introduint així la notació de les successions:

- Proposta d'anotacions a la pissarra i a la llibreta: si els alumnes es diuen, per exemple, Adrià, Sònia, Marc i Laia:

Adrià:	En llenguatge de successions:
Posició inicial (casella 3)	$a_1 = 3$
Salt (2)	$d = 2$
Segona casella: 5	$a_2 = 5$
Tercera casella: 7	$a_3 = 7$
Quarta casella: 9	$a_4 = 9$
Cinquena casella:	$a_5 = 11$
Etc.	

[7] El cartronet no és estrictament necessari, també ho pot dir el mestre a cau d'orella o bé inventar-s'ho l'alumne!

Sònia:	En llenguatge de successions:
Posició inicial (casella 1)	$a_1 = 1$
Salt (4)	$d = 4$
Segona casella: 5	$a_2 = 5$
Tercera casella: 9	$a_3 = 9$
Quarta casella: 13	$a_4 = 13$
Cinquena casella: 17	$a_5 = 17$

Marc:	En llenguatge de successions:
Posició inicial (casella 6)	$a_1 = 6$
Salt (-2)	$d = -2$
Segona casella: 4	$a_2 = 4$
Tercera casella: 2	$a_3 = 2$
Quarta casella: 0	$a_4 = 0$
Cinquena casella : -2	$a_5 = -2$

Laia:	En llenguatge de successions:
Posició inicial (casella 4)	$a_1 = 4$
Salt (1)	$d = 1$
Segona casella: 5	$a_2 = 5$
Tercera casella: 6	$a_3 = 6$
Quarta casella: 7	$a_4 = 7$
Cinquena casella: 8	$a_5 = 8$

Entre alumne i alumne, apart d'introduir la notació, es va comentant quin significat té la longitud del salt d (en termes de la velocitat del creixement, per exemple), com el signe (si va endavant o enrera).

Un cop s'han posat davant de tothom els quatre casos, es poden formular les preguntes de l'estil següent, sempre amb el doble llenguatge (el de "carrer" i el de les progressions aritmètiques):

"Què tenen en comú tots els moviments que han fet la Sònia, l'Adrià, la Laia i en Marc?"

Aquesta pregunta es fa amb la intenció de què els alumnes vegin que, la d és fixa i poder definir, a partir d'aquí, el concepte de P.A., o bé dictant (pati) o bé des de la pissarra (aula). Després pot anar bé revisar la columna del llenguatge de successions que s'ha anat elaborant a mida que saltaven els alumnes.

Per exemple:

"En el cas de l'Adrià ens trobem davant d'una P.A. de terme inicial $a_1 = 3$ *i* $d = 2$*"*

I a continuació:

"*Quina serà la posició número 18 de la Sònia? És a dir: quant val a8 en una P.A. de terme inicial* $a_1 = 1$ *i* $d = 4$*?"*
"Quines operacions has fet?"

"Quina serà la posició número 32 de la Laia? És a dir: quant val a_{32} *en una PA de terme inicial* $a_1 = 4$ *i* $d = 1$*?"*
"Quines operacions has fet?"

"Quants salts ha de fer l'Adrià per arribar a la posició número 6 que és la casella número 13?
"Quines operacions has fet?"

Al final, cal treballar amb nombres molt grans, perquè vegin la necessitat de generalitzar. Per exemple:

"Quina casella correspon a la Sònia amb la posició número 3454?
És a dir: quant val a_{3454} en el cas de la Sònia (a_1 = 1 i d = 4)"
"Quants salts fa respecte el principi per arribar-hi?"

L'objectiu final és deduir la fórmula del terme general, per tal que, a partir de a_1 i d es pugui trobar qualsevol terme.La mestra després proposa als alumnes el repte d'obtenir la fórmula i s'acaba anotant a la pissarra:

Terme general d'una P.A.: $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$

A partir d'aquí es poden proposar activitats d'ensenyament - aprenentatge en les que s'hagi de practicar la fórmula, per consolidar-la una mica.

- Altres exemples de la vida real, que poden ser d'utilitat

  - Un pou molt profund: s'ha detectat, en un cert lloc, l'existència d'aigües subterrànies i l'Ajuntament ha concedit una subvenció de 12.000€ a una empresa perquè intenti arribar-hi. El gerent de l'empresa ha calculat els costos de l'excavació i són els següents: el primer metre val 360€; el segon 420€; el tercer 480€, i així successivament, augmentant 60€ cada metre. Quan costarà el metre desè? A quina profunditat podran arribar amb la subvenció de l'Ajuntament?

  - Cossos que cauen: un cos que cau, per acció de la gravetat, recorre 4.9m el primer segon; 14.7m el segon; 24.5m el tercer, i així successivament.Quin espai haurà recorregut al setè segon? Quan triga a arribar a terra si cau des de 490 m?

  - Estalvi progressiu: si tens 12€ en un compte corrent que t'han regalat els teus pares i tú estalvies 2€ cada mes, quant temps trigaràs a tenir estalviats 300€?

7.- Resultats

En aquest apartat s'hi troba l'anàlisi de les dades, tant a nivell quantitatiu com qualitatiu. L'exposició de l'anàlisi està dividida en dos apartats, segons sigui quantitativa o qualitativa. En ambdós casos s'exposen els objectius de l'anàlisi i a continuació se'n descriu el procediment seguit, finalitzant amb les conclusions concretes de l'apartat en qüestió. Més endavant, en l'apartat 8, ja es fa una discussió de les conclusions i es proposen línies a seguir a partir de les mateixes.

7.1.- Anàlisi quantitativa

En aquesta anàlisi es procura observar si el disseny d'una determinada dinàmica de presentació de conceptes matemàtics nous millora la motivació acadèmica i la memòria comprensiva dels alumnes (que són dos elements íntimament relacionats amb el procés de l'aprenentatge significatiu, com s'explica en l'apartat 3). Per fer l'anàlisi quantitativa s'utilitza el programa SPSS (versió 9.0)

7.1.1.- Objectius de l'anàlisi quantitativa

En l'anàlisi quantitativa s'obtindran els resultats relatius als objectius 3, 4 i 5 (Veure apartat 5).

7.1.2.- Procediment seguit en l'anàlisi quantitativa

Per fer aquesta avaluació se segueixen els passos següents:

a) Descripció de les dades (apartat 7.1.3)

b) Estudi de l'efecte del disseny sobre el grup experimental, tant pel què fa a la motivació com pel què fa a la memòria comprensiva, comparant-lo amb el grup control. La comparació es fa partint dels diagrames de caixa i utilitzant la prova de Levene del programa estadístic SPSS, per veure si les diferències apreciades són significativament diferents o no. Per tal d'assegurar que els alumnes del grup experimental no presenten cap condició inicial més favorable respecte als del grup control, prèviament es veu que les mitjanes de les

competències bàsiques obtingudes pels alumnes d'ambdós grups no presenten diferències significatives(apartats 7.1.4 i 7.1.5).

c) Anàlisi del grau de comprensivitat del disseny pel què fa només a la variable que hagi tingut èxit en la primera comparació. L'estudi de la comprensivitat es fa a partir de la interpretació dels diagrames de caixa dels dos grups:grup experimental i grup control(apartat 7.1.6.).

d) Anàlisi del grau de significació de l'ús de material manipulatiu i de la dinàmica de grups en el disseny dels protocols(apartat 7.1.7.).

e) Redacció de totes les conclusions obtingudes a partir d'aquesta anàlisi quantitativa(apartat 7.1.8).

7.1.3.- Descripció quantitativa de les dades de l'estudi

Les dades que s'analitzen en aquest estudi corresponen a un total de 240 alumnes que han cursat 3r o 4t d'ESO durant el curs 2003 -2004 en 4 escoles de la comarca d'Osona.

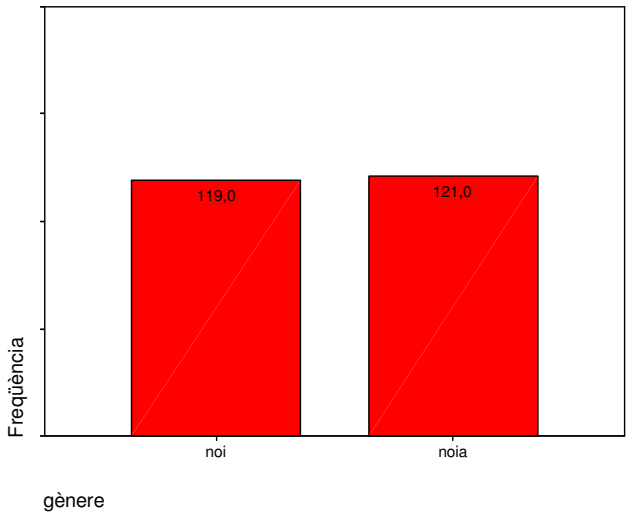
De cadascun d'aquests individus, s'ha recollit informació sobre les dades següents: el gènere; l'escola a la que pertany; la llengua materna, distingint només el cas Català o Castellà de la resta; el mètode seguit per introduir el concepte (és a dir: si l'alumne/a pertany al grup experimental **e** o al grup control **c**); el nivell de competències bàsiques CB (la puntuació directa obtinguda en la prova C de les proves d'avaluació de les competències bàsiques, veure Annex 1); el grau de motivació, mesurat amb el TEST AF-5 (veure Annex 6); la memòria comprensiva; l'ús de material manipulatiu o no i el tipus de dinàmica (distingint només el fet de treballar en grup o no).

a) Gènere: la mostra presenta pràcticament el mateix nombre de nois que de noies, doncs hi ha aproximadament un 50 % de cada, tal i com es pot apreciar a la Taula 1 i al Gràfic 1.

Taula 1: taula de freqüències de la variable gènere

gènere

		Freqüència	Tant per cent	Tant per cent vàlid	Tant per cent acumulat
Vàlids	noi	119	49,6	49,6	49,6
	noia	121	50,4	50,4	100,0
	Total	240	100,0	100,0	



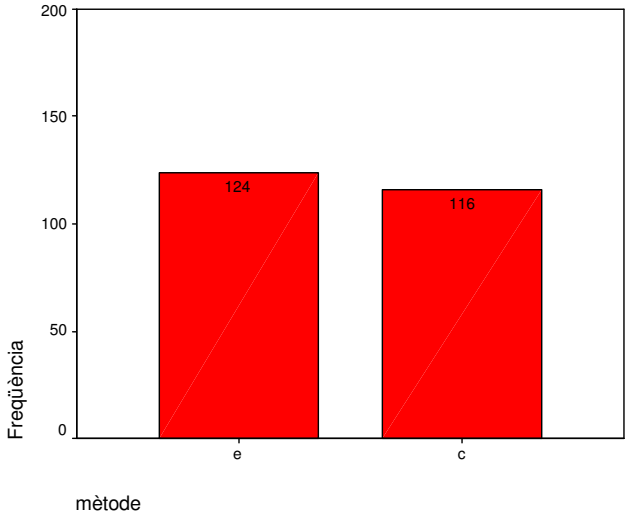
Gràfic 1: diagrama de barres de la variable gènere.

b) Mètode: La mostra presenta pràcticament el mateix nombre d'alumnes en el grup experimental que en el grup control, doncs hi ha aproximadament un 50 % de cada mètode, tal i com es pot apreciar a la Taula 2 i al Gràfic 2.

Taula 2: taula de freqüències de la variable mètode

mètode

		Freqüènica	Tant per cent	Tant per cent vàlid	Tant per cent acumulat
Vàlids	e	124	51,7	51,7	51,7
	c	116	48,3	48,3	100,0
	Total	240	100,0	100,0	



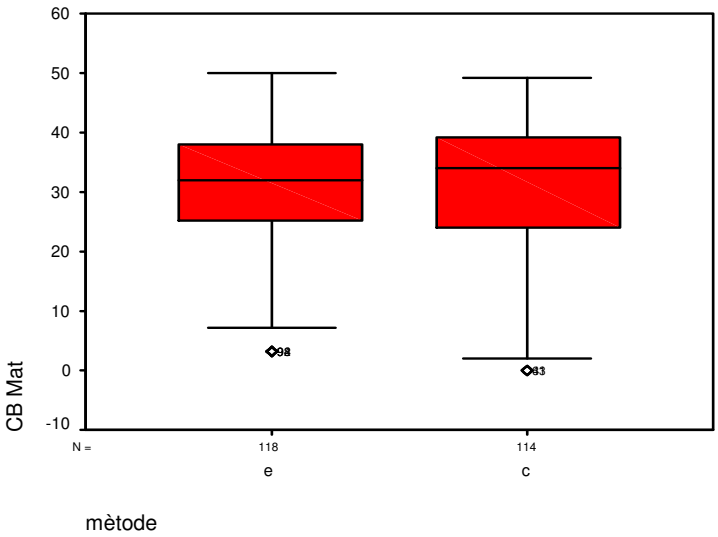
Gràfic 2: diagrama de barres de la variable mètode

Per demostrar que els dos grups (experimental i control) són d'entrada, del mateix nivell i que per tant, els resultats no vénen condicionats per l'elecció del grup, comparem les mitjanes de les competències bàsiques dels alumnes del grup experimental i del grup control i veiem, a partir d'una prova d'hipòtesis, que no presenten diferencies significatives.

Això ho fem a nivell global, és a dir, considerant tots els alumnes, i a nivell parcial, és a dir, considerant cada escola per separat.

En el Gràfic 3 presentem els diagrames de caixa que comparen els resultats de les competències bàsiques obtingudes per el grup experimental i el grup control a nivell general, és a dir, independentment de l'escola que siguin, i es veu que presenten uns valors centrals molt propers.

A continuació, la Taula 3 ens mostra que les mitjanes d'ambdós grups no presenten diferències significatives, doncs obtenim un p-valor de 0.96 (> 0.05), assumint per la prova de Levene (amb un p-valor de 0.195 > 0.05), variàncies iguals.



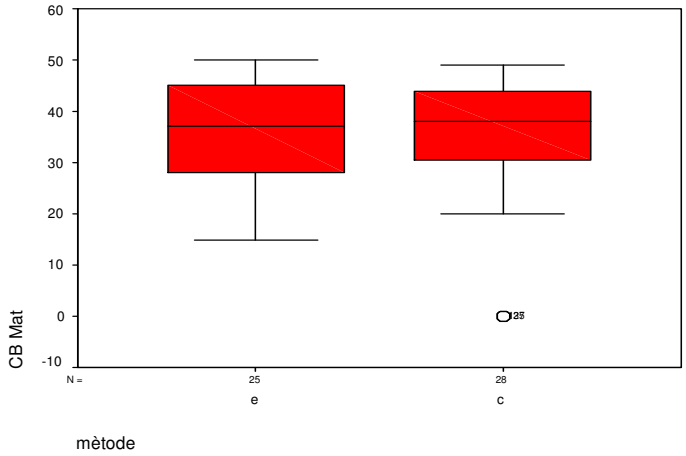
Gràfic 3: diagrama de caixes que compara els resultats de les Competències Bàsiques dels alumnes del grup experimental i els alumnes del grup control.

Taula 3: prova de Levene per a les mostres independents dels alumnes del grup experimental i els alumnes del grup control, per trobar el p-valor que contrasta les diferències entre les mitjanes dels resultats de les Competències Bàsiques d'aquests dos grups.

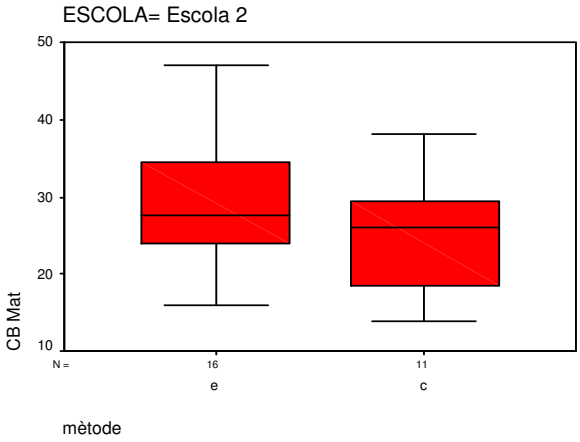
	Prova de Levene pe la igualtat de variàncies		Prova T per la igualtat de mitjanes						
	F	Sig.	t	gl	g (bilateral)	Diferència de mitjanes	Error típic de la diferència	Interval de confiança per la diferència	
								Inferior	Superior
CB: S'han assumit variàncies iguals.	1,687	0,195	0,050	230	, 960	6,93E-02	1,38	-2, 66	2, 79
CB: No s'han assumit variàncies iguals			0,050	226,584	, 960	6,93E-02	1,39	-2, 66	2, 80

En els Gràfics 3,4,5 i 6 i la Taula 4 fem el mateix procés, escola a escola, i arribem a la conclusió següent: tant en un cas com en l'altre, es veu que les mitjanes de les puntuacions directes obtingudes en la prova de Matemàtiques de les competències bàsiques pels alumnes del grup control no presenten diferències significatives amb les del grup experimental. En el cas de l'escola 4, que és la que presenta una diferència més gran, la prova d'hipòtesis ens demostra que aquesta diferència no és significativa, doncs el p-valor és de 0.645 (> 0.05).

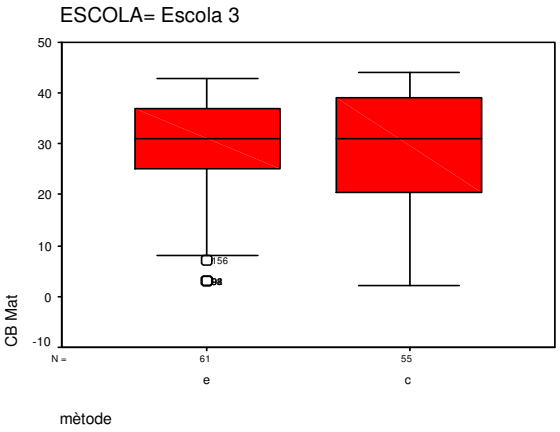
ESCOLA = Escola 1



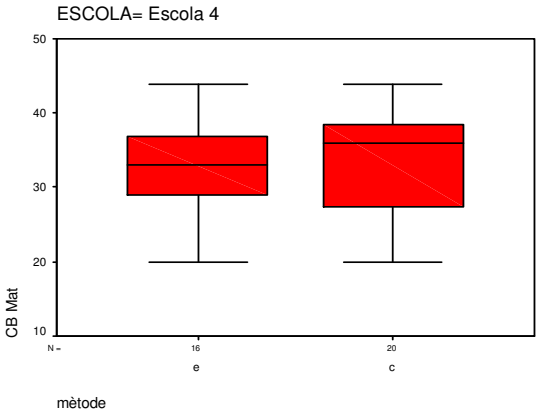
Gràfic 3: diagrama de caixes que compara els resultats de les Competències Bàsiques dels alumnes del grup experimental i els alumnes del grup control de l'Escola 1.



Gràfic 4: diagrama de caixes que compara els resultats de les Competències Bàsiques dels alumnes del grup experimental i els alumnes del grup control de l'Escola 2.



Gràfic 5: diagrama de caixes que compara els resultats de les Competències Bàsiques dels alumnes del grup experimental i els alumnes del grup control de l'Escola 3.



Gràfic 6: diagrama de caixes que compara els resultats de les Competències Bàsiques dels alumnes del grup experimental i els alumnes del grup control de l'Escola 4.

Taula 4: prova de Levene per a les mostres independents dels alumnes del grup experimental i els alumnes del grup control, per trobar el p-valor que contrasta les diferències entre les mitjanes dels resultats de les Competències Bàsiques d'aquests dos grups, filtrats per a cadascuna de les quatre escoles.

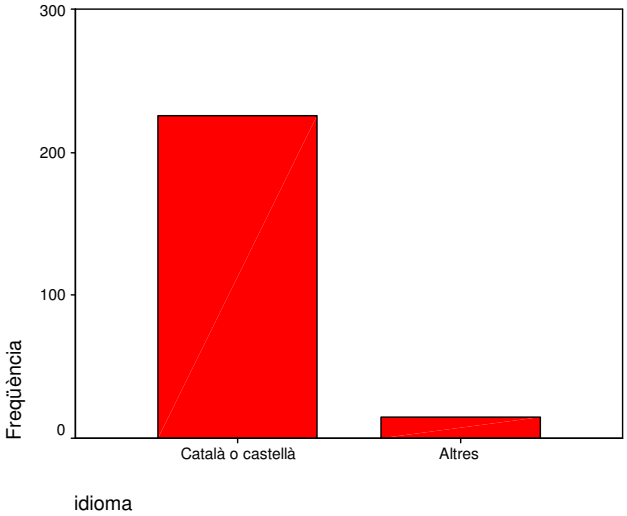
	Prova de Levene pe la igualtat de variàncies		Prova T per la igualtat de mitjanes						
	F	Sig.	t	gl	g (bilateral)	Diferència de mitjanes	Error típic de la diferència	Interval de confiança per la diferència	
ESCOLA 1 CB								Inferior	Superior
S'han assumit variàncies iguals.	0,015	0,905	, 221	51	, 826	, 69	3, 12	-5,57	6,95
No s'han assumit variàncies iguals.			, 224	50,707	, 824	, 69	3, 09	-5, 51	6, 89
ESCOLA 2 CB								Inferior	Superior
S'han assumit variàncies iguals.	0,017	0,898	1, 445	25	, 161	4, 53	3, 13	-1, 93	10, 98
No s'han assumit variàncies iguals.			1, 465	22,462	, 157	4, 53	3, 09	-1, 87	10, 93
ESCOLA 3 CB								Inferior	Superior
S'han assumit variàncies iguals.	1,189	, 278	-0, 13	114	, 990	2,68 E-02	2, 05	- 4, 08	4, 03
No s'han assumit variàncies iguals.			-0, 13	10,976	, 990	2,68 E-02	2, 05	- 4, 09	4, 04
ESCOLA 4 CB								Inferior	Superior
S'han assumit variàncies iguals.	0,058	0,811	-, 465	34	, 646	-1, 10	2, 37	-5, 91	3, 71
No s'han assumit variàncies iguals.			-, 463	32, 005	, 646	-1, 10	2, 37	- 5, 93	3, 71

c) Llengua materna: es pot observar que la mostra presenta un tant per cent molt elevat que tenen per llengua materna el Català o el Castellà. Només hi ha un 6% d'alumnes immigrants, amb una llengua materna diferent a les dues esmentades , tal i com es pot apreciar a la Taula 5 i en el Gràfic 7.

Taula 5: taula de freqüències de la variable idioma, que mesura la llengua materna dels alumnes de la mostra.

Idioma

		Freqüència	Tant per cent	Tant per cent vàlid	Tant per cent acumulat
Vàlids	Català o castellà	225	93,8	93,8	93,8
	Altres	15	6,3	6,3	100,0
	Total	240	100,0	100,0	



Gràfic 7: diagrama de barres de la variable idioma, que es fixa en la llengua materna.

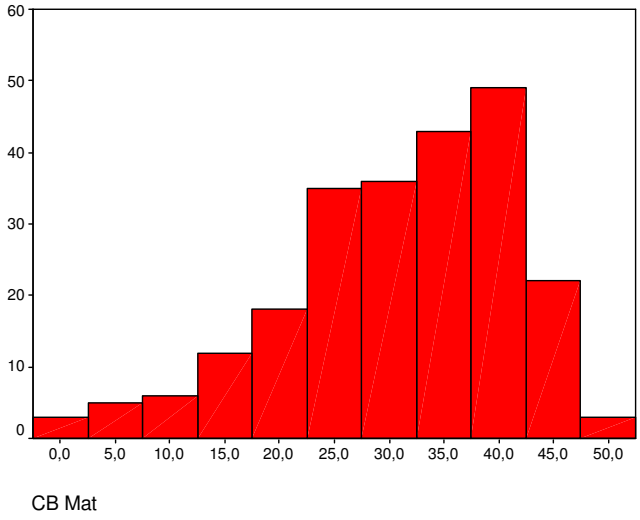
d) Nivell de competències bàsiques de matemàtiques: la puntuació màxima possible a obtenir en la prova de Competències Bàsiques de Matemàtiques és de 51 punts. En el nostre cas, hi ha una quarta part de la mostra que està per sota de 25 punts, tenint en compte que hi ha 8 individus que no estan avaluats. Els resultats globals s'il·lustren com a complement a la Taula 6 i en el Gràfic 8, doncs l'interès d'aquestes dades es basa en el fet de demostrar que els grups experimental i control no presenten diferències significatives.

Taula 6: taula descriptiva de les mesures de centralització i dispersió de la variable Competències Bàsiques de Matemàtiques (CB Mat)

Estadístics

CB Mat

N	Vàlids	232
	Perduts	8
Mitjana		30,99
Mediana		33,00
Desv. típ.		10,51
Variància		110,45
Mínim		0
Màxim		50
Percentils	25	25,00
	50	33,00
	75	39,00



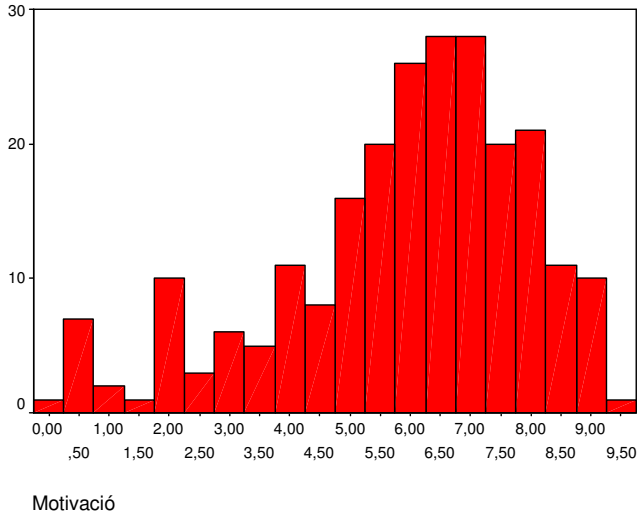
Gràfic 8: histograma de la variable CBMat.

e) Grau de motivació: els resultats relatius a aquest paràmetre es mostren en la Taula 7 i el Gràfic 9**,** on s'hi pot apreciar la descripció general del grau de motivació del conjunt de la mostra (en una escala entre el 0 i el 10). Atès que ens trobem a la part descriptiva de les dades, la comparació es farà més endavant (veure apartats 7.1.4 i 7.1.5). Aquí podem apreciar que hi ha un 50 % de la mostra concentrats aproximadament entre els graus 5 i 7, en una escala del 0 al 10, mentre que hi ha un 25 % per sota del 5 i un 25 % per sobre del 7. Cal destacar també que hi ha força valors extremadament baixos.

Taula 7: taula descriptiva de les mesures de centralització i dispersió de la variable Motivació.

Estadístics

Motivació		
N	Vàlids	235
	Perduts	5
Mitjana		5,8671
Mediana		6,2700
Desv. típ.		2,0607
Variància		4,2464
Mínim		,12
Màxim		9,47
Percentils	25	4,9100
	50	6,2700
	75	7,3000



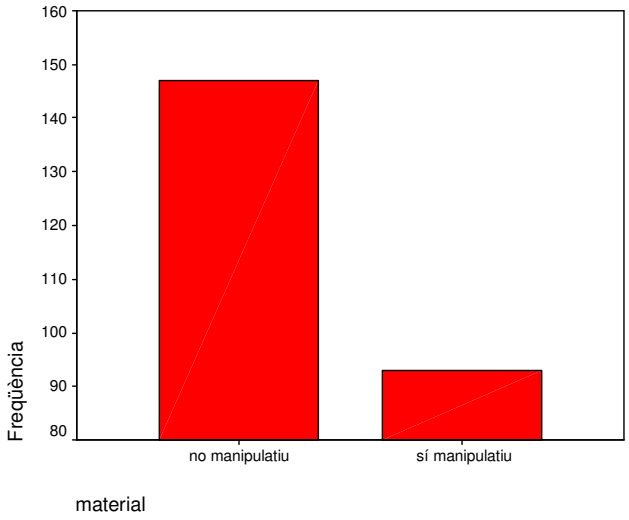
Gràfic 9: histograma de la variable Motivació.

f) Ús de material manipulatiu: en la Taula 8 i el Gràfic 10 podem apreciar com un 40% de la mostra ha utilitzat material manipulatiu en la presentació del concepte.

Taula 8: taula de freqüències de la variable material.

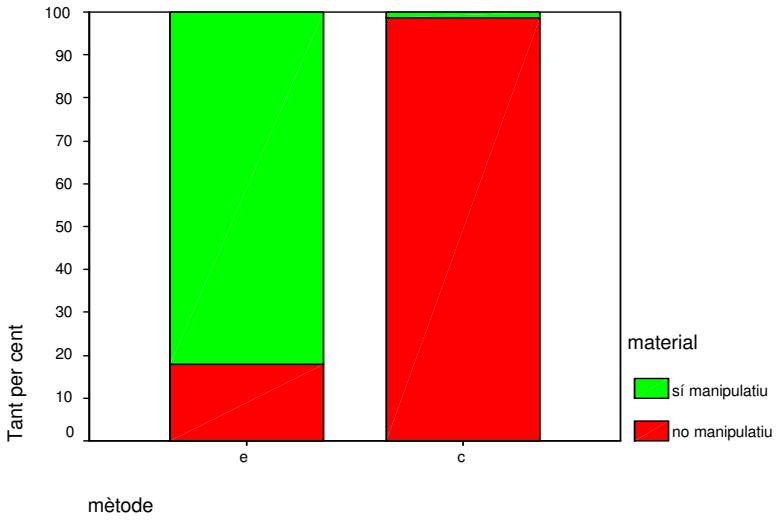
material

		Freqüència	Tant per cent	Tant per cent vàlid	Tant per cent acumulat
Vàlids	no manipulatiu	147	61,3	61,3	61,3
	sí manipulatiu	93	38,8	38,8	100,0
	Total	240	100,0	100,0	



Gràfic 10: diagrama de barres de la variable material.

En el gràfic presentat a continuació, el Gràfic 11, es pot veure com de fet, aquest 40% pertany al grup experimental, però que, en canvi, no tots els alumnes del grup experimental han utilitzat material manipulatiu. En l'apartat d'objectius secundaris ens proposem veure en quina mesura afecta l'ús de material manipulatiu al grau de motivació de l'alumne/a.



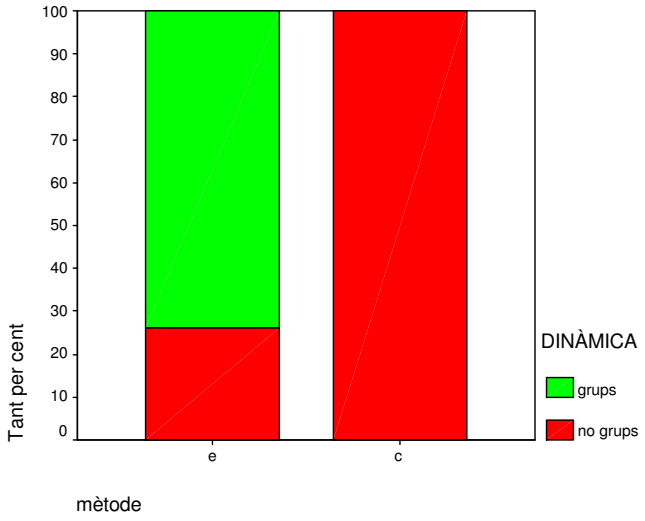
Gràfic 11: diagrama de barres apilat que mostra, en tants per cent, la utilització o no de material manipulatiu en els dos grups.

g) Tipus de dinàmica: només un 25 % de la mostra han treballat en una dinàmica de grups, i tots ells pertanyen al conjunt d'alumnes del grup experimental. Observem aquest fet a la Taula 9 i al Gràfic 12.

Taula 9: taula de freqüències de la variable dinàmica

DINÀMICA

		Freqüència	Tant per cent	Tant per cent vàlid	Tant per cent acumulat
Vàlids	no grups	180	75,0	75,0	75,0
	grups	60	25,0	25,0	100,0
	Total	240	100,0	100,0	



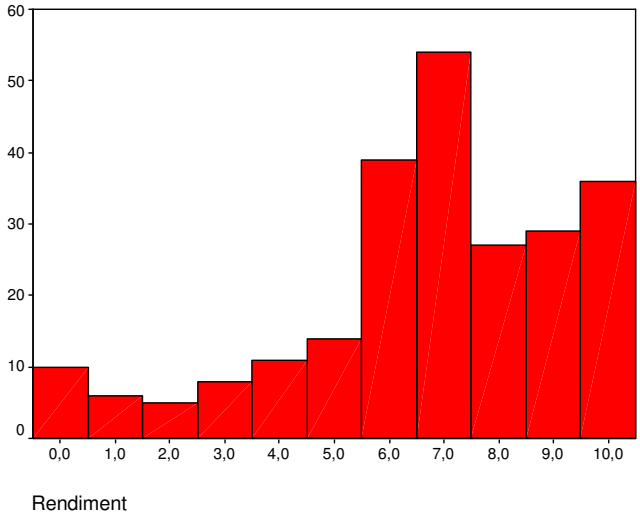
Gràfic 12: diagrama de barres apilat que mostra, en tants per cent, el fet de treballar o no en grup.

h) Memòria comprensiva: en la Taula 10 i Gràfic 13, apreciem novament la descripció general dels resultats obtinguts pels alumnes de les quatre escoles, en el moment en què se'ls ha avaluat l'objectiu concret que tractava el concepte triat per introduir segons el meu disseny (en el cas dels alumnes del grup experimental) o lliurament (en el cas dels alumnes del grup control) en una escala entre el 0 i el 10. Donat que ens trobem a la part descriptiva de les dades, la comparació es farà més endavant (veure apartats 7.1.4 i 7.1.5). En aquest cas, la descripció d'aquesta dada podem observar com a fet rellevant que quasi un 25% es troba per sota del 5.

Taula 10: taula descriptiva de les mesures de centralització i dispersió de la variable Rendiment.

Estadístics

Rendiment		
N	Vàlids	239
	Perduts	1
Mitjana		6,6085
Mediana		7,0000
Desv. típ.		2,5875
Variància		6,6954
Mínim		,00
Màxim		10,00
Percentils	25	5,5000
	50	7,0000
	75	8,7500



Gràfic 13: Histograma de la variable Rendiment.

Després d'haver fet un estudi descriptiu detallat de cadascuna de les variables, s'exposen els resultats relatius a l'anàlisi quantitativa dels objectius 3, 4 i 5.

7.1.4.- Resultats de l'objectiu 3, relatius al grau de motivació

Per desenvolupar aquest apartat es comença estudiant si hi ha alguna relació entre el grau de motivació del grup experimental i el grup control (Taula 11 i Gràfic 14). Aparentment, observant els diagrames de caixa corresponents, el grau de motivació del grup experimental és una mica superior al del grup control. En el

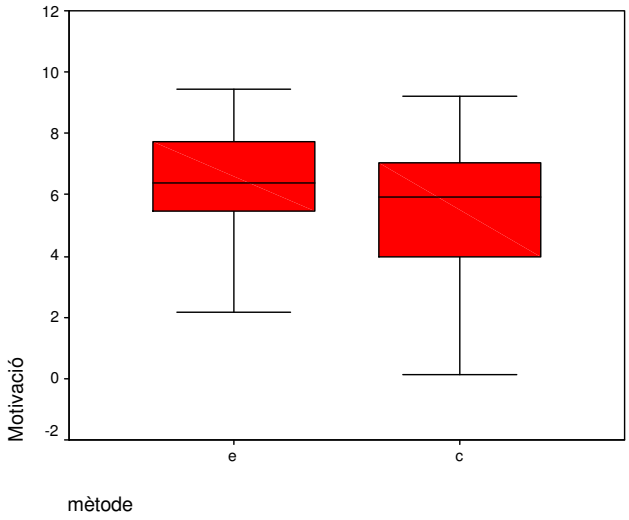
primer cas presenta una mediana de 6.37, mentre que en el segon la mediana és de 5.92.

A continuació es fa un contrast d'hipòtesis per veure si la diferència que presenten els dos grups a nivell general és significativa i per tant, si podem extrapolar aquest fet a tota la població (Taula 12).

Taula 11: taula descriptiva de les mesures de centralització i dispersió de la variable motivació, filtrada segons el mètode.

Descriptius

	mètode			Estadísitc	Error típ.
Motivació	e	Mitjana aritmètica		6,2899	,1692
		Interval de confiança per a la mitjana al 95 %	Lìmit inferior	5,9548	
			Límit superior	6,6251	
		Mitjana retallada al 5%		6,4006	
		Mediana		6,3700	
		Variança		3,409	
		Desv. típ.		1,8462	
		Mínim		,70	
		Màxim		9,47	
		Rang		8,77	
		Amplitud interquartil		2,3300	
		Asimetria		-,924	,222
		Curtosis		,947	,440
	c	Mitjana aritmètica		5,4334	,2027
		Interval de confiança per a la mitjana al 95 %	Lìmit inferior	5,0318	
			Límit superior	5,8350	
		Mitjana retallada al 5%		5,5200	
		Mediana		5,9150	
		Variança		4,768	
		Desv. típ.		2,1837	
		Mínim		,12	
		Màxim		9,20	
		Rang		9,08	
		Amplitud interquartil		3,0650	
		Asimetria		-,658	,225
		Curtosis		-,263	,446



Gràfic 14: diagrama de caixes que compara els graus de motivació dels alumnes del grup experimental i els alumnes del grup control.

Vist això a la Taula 12, es fa la prova d'hipòtesis següent, utilitzant la prova de Levene:

H_0: no hi ha diferències significatives entre el grau mitjà de motivació dels alumnes del grup experimental i els alumnes del grup control.

H_1: hi ha diferències significatives entre el grau mitjà de motivació dels alumnes del grup experimental i els alumnes del grup control.

Taula 12: prova de Levene per a les mostres independents dels alumnes del grup experimental i els alumnes del grup control, per trobar el p-valor que contrasta les diferències entre les mitjanes dels graus de motivació dels dos grups

	Prova de Levene pe la igualtat de variàncies		Prova T per la igualtat de mitjanes						
	F	Sig.	t	gl	g (bilateral)	Diferència de mitjanes	Error típic de la diferència	Interval de confiança per la diferència	
								Inferior	Superior
Motivació: S'han assumit variàncies iguals.	5,303	**0,022**	3,250	233	, 001	,8565	,2635	, 3372	,3757
No s'han assumit variàncies iguals			3,243	24,750	, 001	,8565	, 2641	,3360	,3769

Si observem la 5a columna de la taula de la primera fila (doncs a la 1a columna la prova de Levene ens diu que assumim variàncies iguals, amb $p=0.22 > 0.05$), ens dóna un p-valor de Sig = $0.01<0.05$. Per tant, rebutgem la hipòtesi nul·la.

A partir d'aquí podem concloure que hi ha diferències significatives entre el grau mitjà de motivació dels alumnes del grup experimental i els alumnes del grup control.

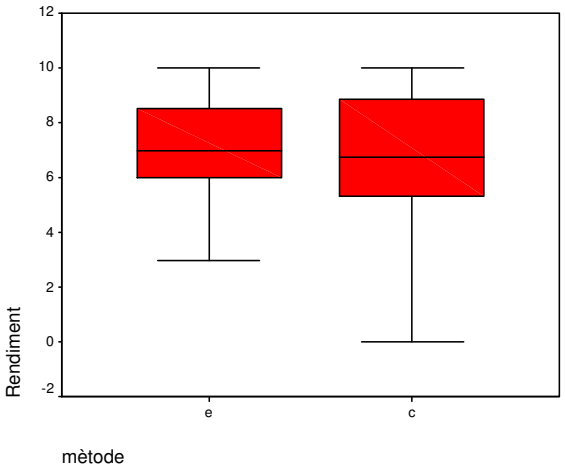
7.1.5.- Resultats de a l'objectiu 3, relatius a la memòria comprensiva

De manera anàloga al que hem fet amb la motivació, primer s'estudia si existeix alguna relació entre el rendiment o memòria comprensiva del grup experimental i el grup control. Aparentment, a la Taula 13 i els diagrames de caixa del Gràfic 15, s'observa que el rendiment dels alumnes del grup experimental és una mica superior al del grup control. En el primer cas presenta una mediana de 7, mentre que en el segon la mediana és de 6.75. En aquest cas, la diferència entre els dos grups és inferior a les diferències entre els graus de motivació (Veure Taula 11 i Gràfic 14).

Taula 13: taula descriptiva de les mesures de centralització i dispersió de la variable rendiment, filtrada segons el mètode.

Descriptivos

	mètode			Estadístic	Error típ.
Rendiment	e	Mitjana		6,7140	,2191
		Interval de confiança per la mitjana al 95 %	Límit inferior	6,2804	
			Límit superior	7,1477	
		Mitjana retallada al 5 %		6,8851	
		Mediana		7,0000	
		Variança		5,903	
		Desv. típ.		2,4296	
		Mínim		,00	
		Màxim		10,00	
		Rang		10,00	
		Amplitud interquartil		2,5000	
		Asimetria		-1,014	,218
		Curtosis		,948	,433
	c	Mitjana		6,4966	,2555
		Interval de confiança per la mitjana al 95 %	Límit inferior	5,9905	
			Límit superior	7,0026	
		Mitjana retallada al 5 %		6,6628	
		Mediana		6,7500	
		Variança		7,570	
		Desv. típ.		2,7513	
		Mínim		,00	
		Màxim		10,00	
		Rang		10,00	
		Amplitud interquartil		3,6625	
		Asimetria		-,687	,225
		Curtosis		-,097	,446



Gràfic 15: diagrama de caixes que compara la variable rendiment dels alumnes del grup experimental i els alumnes del grup control.

A continuació, igual que en el cas 7.1.4., fem un contrast d'hipòtesis per veure si la diferència que presenten els dos grups a nivell general és significativa i per tant, si podem extrapolar aquest fet a tota la població. Tal i com es pot veure a la Taula 14, utilitzem novament la Prova de Levene. Fem la prova d'hipòtesis següent:

H_0: no hi ha diferències significatives entre el rendiment mitjà dels alumnes del grup experimental i els alumnes del grup control.

H_1: hi ha diferències significatives entre el rendiment mitjà dels alumnes del grup experimental i els alumnes del grup control.

Taula 14: prova de Levene per a les mostres independents dels alumnes del grup experimental i els alumnes del grup control, per trobar el p-valor que contrasta les diferències entre les mitjanes dels nivells de rendiment o memòria comprensiva dels dos grups.

	Prova de Levene pe la igualtat de variàncies		Prova T per la igualtat de mitjanes						
	F	Sig.	t	gl	g (bilateral)	Diferència de mitjanes	Error típic de la diferència	Interval de confiança per la diferència	
								Inferior	Superior
Rendiment: S'han assumit variàncies iguals.	3,081	**0,080**	,649	237	**, 517**	,2175	,3353	-,4431	,8780
No s'han assumit variàncies iguals			,646	229,395	, 519	,2175	, 3365	-,4456	,8806

En aquest cas, observant la 5a columna de la 1a fila (doncs a la 1a columna la prova de Levene ens diu que assumim variàncies iguals, amb p=0.80 > 0.05), ens dóna un p-valor de Sig = 0.52<0.05. Per tant, acceptem la hipòtesi nul·la.

Aquest resultat quantitatiu indica que no hi ha diferències significatives entre el rendiment o memòria comprensiva dels alumnes del grup experimental i els alumnes del grup control, tot i que la tendència de la mostra és que la mediana del rendiment del grup experimental és superior a la del grup control. Aquest fet es

complementarà amb l'anàlisi qualitativa, en la que sembla que hi ha la mateixa tendència.

7.1.6.- Resultats de l'objectiu 4, relatius a la comprensivitat del disseny

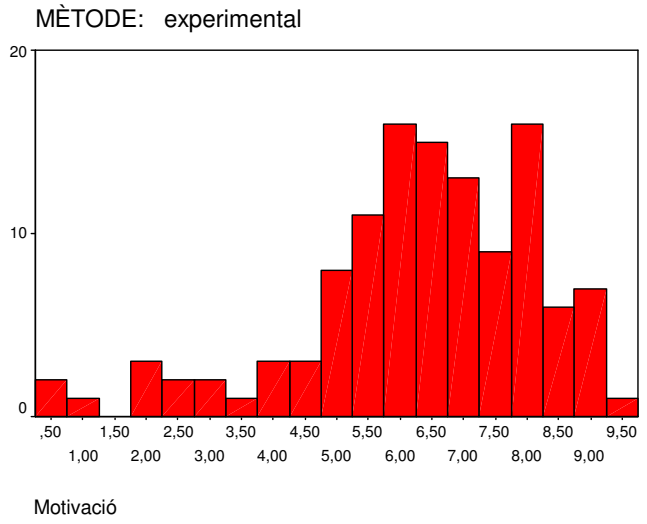
Atès que s'ha pogut demostrar estadísticament que el disseny afavoreix al grup experimental pel què fa a la motivació, s'anirà una mica més enllà i ens proposarem l'objectiu següent: estudiar la comprensivitat d' aquest disseny, quant al grau de motivació. Per desenvolupar aquest apartat, el que es fa és comparar el grau de comprensivitat pel què fa a la motivació en el cas del grup experimental i del grup control. S'utilitzen els diagrames de caixa que apareixen en els Gràfic 17 i Gràfic 19.

Grup experimental:

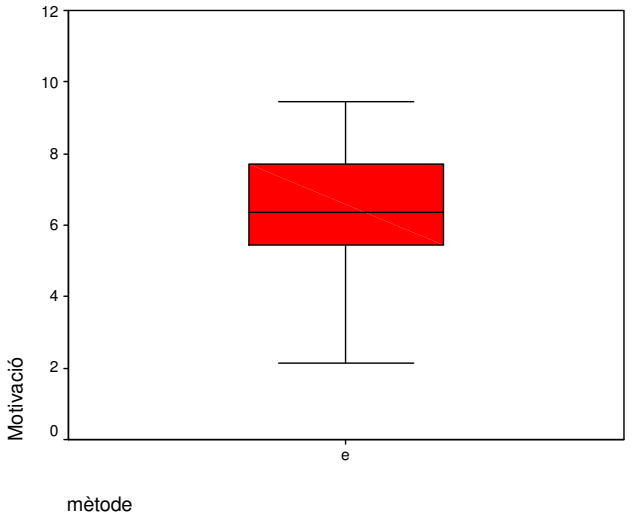
Taula 15: mesures de centralització del grau de motivació.

Estadístics

Motivació			
e	N	Vàlids	119
		Perduts	5
	Mitjana		6,2899
	Mediana		6,3700
	Percentils	25	5,4200
		50	6,3700
		75	7,7500



Gràfic 16: histograma del grau de motivació del grup experimental.



Gràfic 17: diagrama de caixa del grau de motivació del grup experimental.

Grup control:

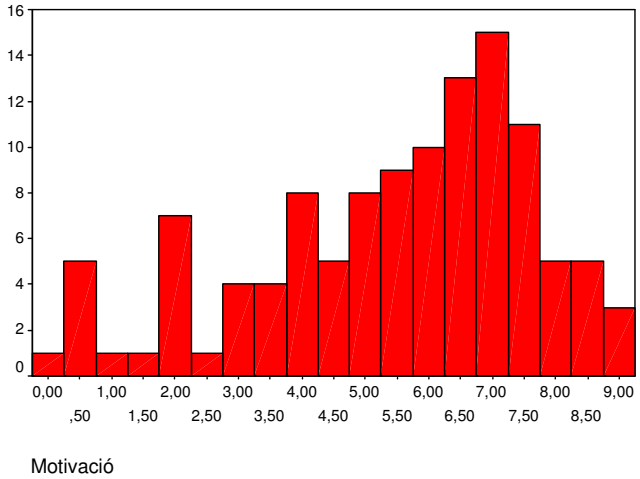
Taula 16: mesures de centralització del grau de motivació

Estadístics

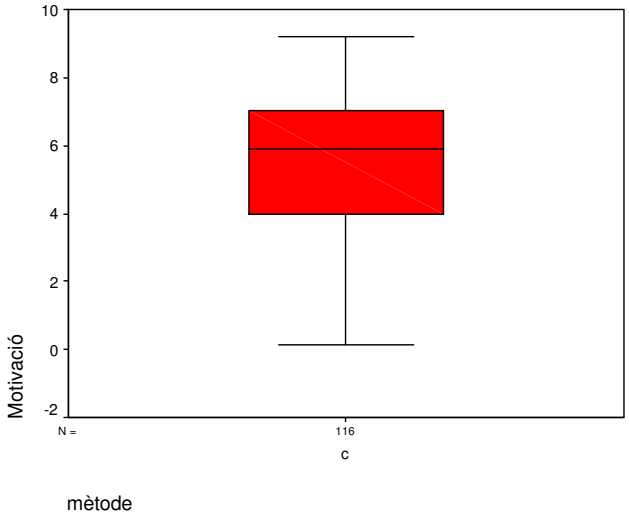
Motivació

c	N	Vàlids	116
		Perduts	0
	Mitjana		5,4334
	Mediana		5,9150
	Percentils	25	4,0000
		50	5,9150
		75	7,0650

MÈTODE: control



Gràfic 18: histograma del grau de motivació del grup control.



Gràfic 19: diagrama de caixa del grau de motivació del grup control.

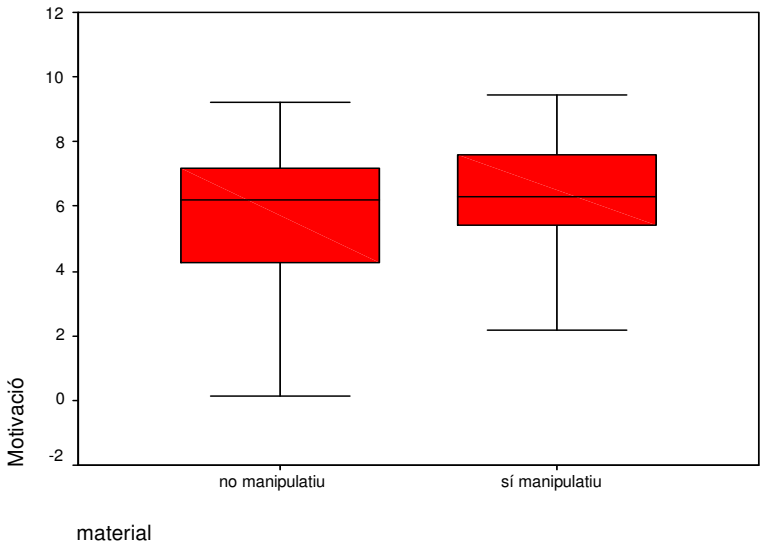
Quant a la motivació, comparant els percentils, es pot veure com en el grup experimental hi ha menys d'un 25 % que no superen la puntuació de 5 (Taula 15), mentre que en el grup control, hi ha un 25 % dels estudiants que no arriben al 4 (Taula 16).Això ens permet confirmar que el disseny aplicat en el grup experimental és més comprensiu pel què fa al grau de motivació, doncs hi ha més estudiants que es troben per sobre del 5.

7.1.7.- Resultats de l'objectiu 5, relatius a les dimensions qualitatives "tipus de material" i "dinàmica de treball"

Atès que s'ha vist que el disseny millora significativament el grau de motivació (veure apartat 7.1.4.), és interessant aprofundir una mica més i buscar quins són aquells elements tangibles que fan que el disseny millori aquests aspectes. Recordem que les dimensions qualitatives que s'analitzaran són les següents: la interacció i el diàleg entre mestre - alumne/a; la interacció i el diàleg entre alumnes; la reconducció d'aquest diàleg a l'objectiu per part del mestre/a; com es fa el pas del concret a l'abstracte, és a dir: com es fa el procés inductiu; el grau d'aparició d'exemples; el moment de l'aparició dels exemples (al principi, entremig, al final...); el fet que hi hagi deduccions de fórmules; el tipus de material i la dinàmica de treball. Atès que ens trobem en l'anàlisi quantitativa, es busquen relacions entre les dimensions qualitatives descrites a l'objectiu 5 que tenim tabulades: el tipus de material (el fet d'utilitzar o no material manipulatiu) i la dinàmica de treball(el fet treballar en grup o no). En l'anàlisi qualitativa s'observaran i analitzaran la resta de dimensions.

7.1.7.1.- Relació entre el grau de motivació i el tipus de material

Observant el diagrama de caixa que presentem en el Gràfic 20, es veu que el grau de motivació és lleugerament superior en els alumnes que utilitzen material manipulatiu. A continuació, en la Taula 17, aquest fet queda confirmat amb un p-valor inferior a 0.05.



Gràfic 20: diagrama de caixa del grau de motivació en funció de l'ús de material manipulatiu.

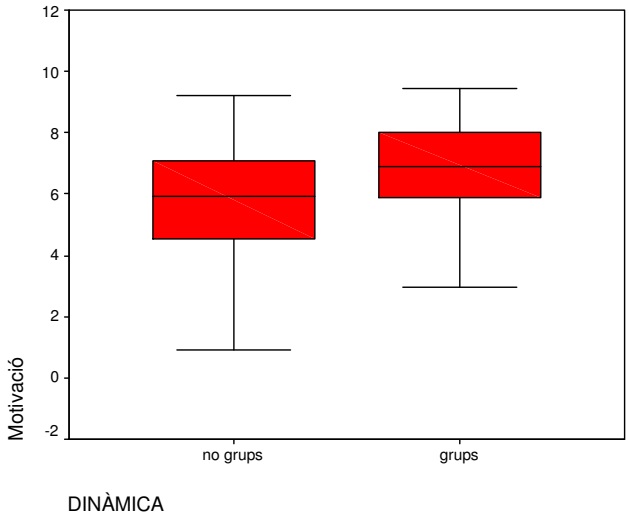
Taula 17: prova de Levene per a les mostres independents dels alumnes que han utilitzat material manipulatiu i els que no n'han utilitzat per trobar el p-valor que contrasta les diferències entre les mitjanes dels graus de motivació d'aquests dos grups.

	Prova de Levene pe la igualtat de variàncies		Prova T per la igualtat de mitjanes						
	F	Sig.	t	gl	g (bilateral)	Diferència de mitjanes	Error típic de la diferència	Interval de confiança per la diferència	
Motivació								Inferior	Superior
S'han assumit variàncies iguals.	3,654	,057	-2,12	233	,035	-,5846	, 2757	1,1278	4E-02
No s'han assumit variàncies iguals			-2,20	104,875	, 029	-,5846	, 2655	1,1080	2E-02

Es pot concloure, doncs, que el valor mitjà del grau de motivació d'aquells alumnes que han utilitzat material manipulatiu és significativament superior al dels alumnes que no n'han utilitzat.

7.1.7.2.- Relació entre el grau de motivació i la dinàmica de treball

D'altra banda, observant el diagrama de caixa que es presenta en el Gràfic 21, es veu que el grau de motivació és pràcticament un punt superior en els alumnes que treballen en grup. A continuació, en la Taula 18**,** aquest fet queda confirmat amb un p-valor inferior a 0.05.



Gràfic 21: diagrama de caixa del grau de motivació en funció del treball en grup o individual

Taula 18: prova de Levene per a les mostres independents dels alumnes que han treballat en grup i els que no ho han fet per trobar el p-valor que contrasta les diferències entre les mitjanes dels graus de motivació d'aquests dos grups.

	Prova de Levene pe la igualtat de variàncies		Prova T per la igualtat de mitjanes						
	F	Sig.	t	gl	g (bilateral)	Diferència de mitjanes	Error típic de la diferència	Interval de confiança per la diferència	
								Inferior	Superior
Motivació S'han assumit variàncies iguals.	1,108	, 294	-3,16	233	,002	-,9857	, 3115	1,5996	-,3719
No s'han assumit variàncies iguals			-3,31	96,690	, 001	-,9857	, 2972	1,5756	-,3959

Es pot concloure, doncs, que el valor mitjà del grau de motivació d'aquells alumnes que han treballat en grup és significativament superior al dels alumnes que ho han fet individualment.

7.1.8.- Conclusions de l'anàlisi quantitativa

Després d'efectuar l'anàlisi quantitativa s'arriben a les conclusions següents:

- En cap de les quatre escoles en les que s'ha treballat amb grup experimental i grup control, no hi ha diferències significatives entre les puntuacions mitjanes obtingudes a les proves de Competències Bàsiques de Matemàtiques, amb un nivell de significació clarament superiors a 0.05 en tots els casos. Així, es pot afirmar que els nivells inicials d'ambdós grups són significativament iguals i que, per tant, els resultats buscats no dependran de l'elecció del grup.

- Hi ha diferències significatives entre el grau mitjà de motivació dels alumnes del grup experimental i els alumnes del grup control, amb un nivell de significació de $0.01 < 0.05$.

- No hi ha diferències significatives entre el rendiment o memòria comprensiva dels alumnes del grup experimental i els alumnes del grup control, tot i que la tendència de la mostra és que la mediana del rendiment del grup experimental és superior a la del grup control. Aquest fet es complementarà amb l'anàlisi qualitativa, en la que sembla que hi ha la mateixa tendència.

- El disseny aplicat en el grup experimental és més comprensiu pel què fa al grau de motivació, doncs hi ha més estudiants que es troben per sobre del 5.

- El valor mitjà del grau de motivació d'aquells alumnes que han utilitzat material manipulatiu és significativament superior al dels alumnes que no n'han utilitzat, amb un nivell de significació de 0.035 > 0.05.

- El valor mitjà del grau de motivació d'aquells alumnes que han treballat en grup és significativament superior al dels alumnes que ho han fet individualment, amb un nivell de significació de 0.02 < 0.05

Per tant, es pot afirmar que després de dissenyar un programa centrat en la introducció de diferents conceptes matemàtics sota la perspectiva constructivista i posar–lo a prova en diferents escoles, aquest presenta millores pel què fa a la motivació acadèmica i al grau de comprensivitat. Per altra banda, apareixen dos elements d'aquest disseny significatius pel què fa a la millora d'aquesta motivació: l'ús de material manipulatiu i el treball en grup. Pel què fa a la resta de dimensions qualitatives (segons l'objectiu 5), s'estudiaran a partir de l'anàlisi qualitativa(apartat 7.2).

7.2.- Anàlisi qualitativa

7.2.1.- Objectius de l'anàlisi qualitativa

En aquest apartat, a més d'intentar ratificar els resultats estadístics relatius als objectius 3 i 4 obtinguts a l'anàlisi quantitativa, s'intenta completar al màxim l'objectiu 5 (veure apartat 5). Es tracta, doncs, de buscar aquells elements comuns significatius del programa que ajuden a millorar certs aspectes (segons l'anàlisi efectuat), per poder establir uns criteris generals que puguin servir a qualsevol professor a configurar un protocol d'aquest estil. És a dir, si s'assoleix algun dels objectius 3 i/o 4, es tracta de veure quins són els elements significatius comuns a tots els protocols que afavoreixen l'assoliment d'aquests objectius. En aquest anàlisi qualitativa, ratifiquem els dos elements analitzats en l'anàlisi quantitativa i hi l'anàlisi de les dimensions qualitatives següents: la interacció i el diàleg entre mestre -alumne/a; la interacció i el diàleg entre alumnes; la reconducció d'aquest diàleg a l'objectiu per part del mestre/a; com es fa el pas del concret a l'abstracte, és a dir: com es fa el procés inductiu; el grau d'aparició d'exemples; el moment (al principi, entremig, al final...) i el fet que hi hagi o no deduccions de fórmules.

7.2.2.- Procediment seguit en l'anàlisi

Recordem que, per fer aquesta anàlisi se segueixen els passos següents:

a) Entrevista final a cada escola, les transcripcions de les quals apareixen a l'Annex 4.

b) Grup de discussió entre tres professors amb perspectives diferents, per intentar arribar a consensos sobre els objectius qüestionats. La transcripció es troba a l'Annex 4.

c) A partir de les transcripcions de totes dues coses i de les reflexions de la investigadora, també subjecte de la investigació, s'elaboren les conclusions (apartat 7.2.3).

7.2.3.- Anàlisi de les transcripcions

Per fer l'anàlisi de les transcripcions, s'intenta relacionar les afirmacions fetes pels diferents professors col·laboradors i els objectius perseguits.

En relació a l'objectiu 3, que consisteix a avaluar si aquest disseny millora la motivació acadèmica i la memòria comprensiva, trobem les afirmacions següents, extretes literalment de les transcripcions (veure Annex 4):

Pel què fa a la motivació, quan se'ls pregunta si el plantejament segueix una línia motivadora, o bé en altres ocasions en què ells mateixos treuen el concepte de motivació.

LL (de l'Escola 1): Sí, absolutament. Pensa que tant en un cas com en l'altre, van estar molt atents. En el cas dels políedres ens va passar l'hora volant, i tots estaven molt concentrats contant cares, arestes, anotant els resultats... i a l'hora d'arribar a la conclusió ho feien amb ganes, en parlaven i estaven contents de trobar-ho, perquè de fet, un cop omplert el quadre era força senzill. El dia que vam fer el tema de les funcions, hi havia molta expectació, i participaven força en el diàleg, tot i que en algun moment algú es va perdre i vam tirar enrera

---

R (de l'Escola 2): Ui, estaven molt motivats. A més, era al principi de tema i sempre els fa una mica de mandra. En canvi, aquest dia estaven molt engrescats, tirant les (...)

(...) Fins i tot aquells que no se n'enteren mai del què expliques... segur que va ser motivador.

E (de l'Escola 3): Sí, aquest de les desigualtats em va agradar molt i els va motivar força, (...)

LL (grup discussió): amb la primera hora de classe els nens ja sabien de què els parlaria durant les classes següents, i crec que aquest sí és un element motivador.
T (grup discussió) :crec que per motivar-los hem d'anar per aquí.

Pel què fa a la memòria comprensiva, quan se'ls pregunta si el plantejament aconsegueix que els alumnes obtinguin una memòria comprensiva, o bé en altres

ocasions en què ells mateixos treuen el concepte de rendiment o memòria comprensiva.

M (investigadora en l'entrevista a l'Escola 1): Creus que van fer-ne un aprenentatge significatiu, en el sentit que els resultats van ser millors, perquè se'n recordaven de tot allò?

LL (de l'Escola 1): En el cas dels políedres m'atreviria a afirmar que sí, encara que no hi vaig parar especial atenció en el moment de corregir les proves. En el cas de les funcions sí que vaig quedar realment sorpresa de què gairebé tothom va saber formular un cas lineal i un cas afí a partir d'unes dades que els donava...

M (investigadora en l'entrevista a l'Escola 1): Et puc dir que tens raó, doncs el grup experimental en aquest cas, obté una puntuació mitjana de 0.8 sobre 1 en aquest exercici, mentre que el grup control obté una puntuació de 0.63. Això però, no sé si ens permet afirmar una relació de causa –efecte directa, i per això m'agrada analitzar la percepció dels que ho heu dut a terme...

R (de l'Escola 2) : (...) però la idea la van captar tots perfectament.

E (de l'Escola 3) : El de trigonometria va costar més, potser perquè era a quart i són un grup difícil, crec que es deu al tipus de nanos que ho van fer. Ara, aquest de les desigualtats, fins i tot algú es va avançar i abans d'acabar la fitxa ja va intuir la idea i va anar molt bé.

M (en l'entrevista a l'Escola 3) : I quan resolien les inequacions, acabaven recordant quan havien d'invertir el signe de la desigualtat? Se n'enrecordaven?

E: Sí, la majoria sí.

En relació a l'objectiu 4, que consisteix a estudiar la comprensivitat del programa i intentar, en la mesura que sigui possible, fer-lo el màxim de comprensiu, s'han aportat els comentaris següents:

LL(de l'Escola 1): Pel què fa al tema de funcions, a part de dir-te que en aquest cas els més bons en matemàtiques crec que van disfrutar més de l'habitual, (...)

M: I comprensiva? Quan dic comprensiva em refereixo a què va arribar a tothom....

LL: Bé, en el cas dels políedres, absolutament. Ja et dic, fins i tot els que sempre passen de tot estaven molt posats en el tema i aquell dia van treballar de valent

---

R (de l'Escola 2): Sí, sí, ja et dic, tots.

E (de l'Escola 3): Sí, jo crec que el concepte va arribar a tothom, aplicar-lo ja és un altre tema. La gràcia és que a la majoria dels que va arribar, va ser sense una intervenció directa meva

---

T (grup discussió) : Però escolta, té molt mèrit, portar a tots els nens fins aquí.

En relació a l'objectiu 5, que consisteix a veure quines són les dimensions qualitatives significatives comuns a tots els protocols que afavoreixen l'assoliment d'aquests objectius, s'exposen els següents comentaris:

LL (de l'Escola 1): participaven força en el diàleg, (...)

E (de l'Escola 3): Ara, aquest de les desigualtats, fins i tot algú es va avançar i abans d'acabar la fitxa ja va intuir la idea i va anar molt bé. (...)

(...) Sí, sí. El que està clar és que amb una hora de classe el tema estava tancat i amb força agilitat.

(...) La gràcia és que a la majoria dels que va arribar, va ser sense una intervenció directa meva.

LL (grup discussió): és important canviar la tècnica segons el tema, si no, es desmotiven. (...) i el fet de poder posar en comú el què havien deduït. Però jo m'anava passejant i separadament tots ho van arribar a deduir. El dia següent va anar molt bé posar-ho en comú.

T (grup discussió): depèn molt de l'art de qui hi ha davant

LL (grup discussió):home, fixa't que tots els que hem anat dient són els més manipulatius: per exemple, en el de políedres hi havia el tema de les figures que podien tocar, en el de les desigualtats amb els cartronets, en el de probabilitat anar tirant monedes o daus.

M (investigadora en el grup de discussió): El que sempre intento, és que el procés que faig sigui inductiu

---

LL (grup discussió): perquè amb la primera hora de classe els nens ja sabien de què els parlaria durant les classes següents, i crec que aquest sí és un element motivador.

MC (grup discussió): potser és perquè jo estic a primer cicle i aquí no els veig tant capaços de fer l'abstracció..

M (investigadora en el grup de discussió): Hem dit material manipulatiu, treball en grup, inducció... algun més?

LL(grup discussió): Participació ...

MC(grup discussió): Sí, involucrar la canalla.

M: És a dir, no començar de manera tan magistral.

7.2.4.- Conclusions de l'anàlisi qualitativa

Dels fragments escollits i citats anteriorment, es redacten les conclusions que se'n poden extreure. Són les següents:

- La proposta esdevé motivadora en tots els casos i millora la memòria comprensiva en la majoria. Així, malgrat que en l'anàlisi quantitativa no s'observin diferències significatives pel què fa a la memòria comprensiva, caldria repetir-ho segons el tema escollit, i esbrinar en quins casos millora i en quins no.

- Tal i com queda palès en l'anàlisi quantitativa, es confirma la percepció de tots els professors que han dut a terme l'estudi, que el disseny arriba a tothom en la majoria dels casos, i a gairebé tothom en algun tema. Per tant, en línies generals, el disseny té un alt grau de comprensivitat.

- Els elements que, segons la perspectiva dels col·laboradors, són més significatius del disseny són: la participació i el diàleg, la deducció de fórmules o de fets sense la intervenció directa del professor, l'ús de material manipulatiu, el fet de treballar en grup, la inducció i l'anticipació (l'alumne sap a priori el que treballarà en els dies següents i quins seran els objectius). Per altra banda, els professors destaquen que s'economitza temps, que sempre ha estat un fet preocupant entre el personal docent.

També es creu important destacar dos aspectes que la investigadora tindrà en compte en la discussió final, a l'hora de proposar noves línies d'investigació:

- Tots els professors han manifestat que repetiran el mateix protocol el curs vinent.

- Alguns d'ells han manifestat que consideren interessant seguir en aquesta línia i construir-ne més.

8.- Discussió dels resultats

A continuació es recorden els cinc objectius principals de l'estudi i a partir de la visió d'altres estudis ja fets i de l'anàlisi feta, tant a nivell quantitatiu com qualitatiu del nostre estudi, es discuteixen els resultats obtinguts i es plantegen diferents preguntes que poden obrir noves vies d'investigació. Els objectius d'aquest estudi han consistit en:

1.- Dissenyar un programa centrat en la introducció de diferents continguts matemàtics a l'Educació Secundària Obligatòria, sota la perspectiva constructivista.

2.- Posar a prova el programa en diferents centres, amb la col·laboració d'altres professors.

3.- Avaluar si aquest programa millora la motivació acadèmica i la memòria comprensiva dels alumnes.

4.- Estudiar la comprensivitat del programa i intentar, en la mesura que sigui possible, fer-lo el màxim de comprensiu.

5.- En el cas que els resultats de l'avaluació de l'objectiu 3 sigui positiva, buscar quins són els elements qualitatius que fan que el programa millori els paràmetres citats (motivació i/o memòria comprensiva). Les dimensions qualitatives que s'analitzen són les següents:

- La interacció i el diàleg entre professor/a - alumne/a.
- La interacció i el diàleg entre alumnes.
- La reconducció d'aquest diàleg a l'objectiu per part del professor.
- Com es fa el pas del concret a l'abstracte, és a dir: com es fa el procés inductiu.
- El grau d'aparició d'exemples i el moment en què apareixen (al principi, entremig, al final...).
- El fet que hi hagi o no deduccions de fórmules.

Abans d'entrar a discutir els resultats obtinguts referents als nostres objectius, és convenient aturar-se a reflexionar sobre la metodologia emprada en aquest estudi, doncs si aquest camí ha estat mal escollit els resultats prenen una fiabilitat més o menys significativa. Per fonamentar i raonar la metodologia emprada, ens basem en Coon (1998), que afirma que per demostrar que un mètode funciona, o si més no, que és millor que un altre, que millora el que hi ha fins ara, cal comparar dos grups, a nivell experimental, tal i com es fa en aquest estudi. Es creu doncs, que la comparació és absolutament necessària. En el cas de l'estudi, només es fa a nivell experimental amb quatre escoles de la comarca. Per fer-ho bé, es necessitarien més de 900 escoles, i així es podria extrapolar amb un error del 0.05 el resultat a tot Catalunya. Sociològicament, però, continuaria existint un error de plantejament en el sentit que la variable context no es tindria en compte, amb la qual cosa disminuiria l'error quantitatiu però no el qualitatiu. Aquest fet fa que els resultats obtinguts en aquest estudi tinguin un significat important en considerar les quatre escoles en un context social i cultural que presenta poques diferències. Així, podem continuar la discussió dels resultats amb el convenciment que la metodologia emprada és adequada en aquest cas, tenint en compte que en el moment de parlar d'un estudi concret per analitzar-ne la metodologia, apareixen realitats paral·leles que no es poden obviar, com per exemple el tipus d'alumnat que configura la mostra, de situació social mitjana. A tall d'exemple, i per completar una mica aquesta idea, ens permetem citar un parell d'estudis fets sota la comparació de grups i basats en la metodologia d'Investigació-Acció: és el cas de Gavilán (2002), que fa una anàlisi sobre la resolució de problemes, en el marc de l'educació comparada: l'estudi compara la forma en què els estudiants de dos grups de 3r d'ESO, d'entre 14 i 15 anys, resolen problemes algebraics en funció de la situació pedagògica, triant com a grup control uns alumnes que utilitzen el mètode tradicional, i com a grup experimental uns alumnes que fan treball cooperatiu. El mètode utilitzat per la investigadora es basa en l'anàlisi qualitativa de les transcripcions de les gravacions de les classes en les que ambdós grups resolen problemes. A partir de les gravacions de classe i de les transcripcions corresponents, la investigadora pretén obtenir protocols, i defineix les seves unitats d'anàlisi com cadascun dels episodis, entesos com seqüències de conducta de la mateixa naturalesa, com per exemple, una demanda d'ajuda, una planificació, una execució, una avaluació, etc. En les conclusions d'aquesta anàlisi, apareix en primer lloc el contrast entre la poca motivació del grup control i el grau alt de satisfacció i d'implicació del grup experimental, així com també l'augment de la

motivació. Com a elements qualitatius observats, que per nosaltres són els referents a l'objectiu 5, es veu com en el cas del grup control el professor és qui lidera tot el procés, produint-se així molt poca interacció, tant a nivell d'alumne - professor com a nivell d'alumne - alumne, no essent així en el cas del grup experimental, en el qual el professor lidera el procés a l'inici de l'activitat i fa intervencions puntuals conscients. Cal dir que, a banda de la metodologia, que és l'objecte concret que analitzem en aquest moment, aquest article coincideix en molts aspectes amb l'estudi: d'una banda, posa com a condició motivadora el treball cooperatiu, fet que també es dóna en algun dels protocols del programa. D'altra banda, l'autor es preocupa del tipus d'intervenció del professorat, no aleatòria sinó amb una intencionalitat clara: la de provocar conflictes cognitius en els alumnes, reconduir dubtes per equilibrar els conflictes, i permetre les interaccions entre ells per tal de construir significats a partir de les necessitats del moment.

Un altre estudi fet que, a més de recolzar la metodologia també ens avança alguna dimensió qualitativa a tenir en compte en l'anàlisi de l'objectiu 5, és l'estudi de Cubillo i Ortega (2002), fet durant els cursos 94-95 i 95-96: es basa en una experiència d'Investigació – Acció consistent a implementar a l'aula, el model didàctic de gestió mental exposat per Garanderia (1988), concebent que l'adquisició de conceptes es construeix usant-los en certs contexts i situacions socials comunicatives. En aquest cas es realitza una experiència d'Investigació – Acció amb un grup d'alumnes de 1r de BUP, d'entre 15 i 17 anys, de l'IES Nuñez de Arce, de Valladolid: consisteix a passar un pretest, implementar el model a l'aula i passar un postest comparatiu. En aquest cas la comparació és diferent a de l'estudi, però la metodologia està dins els paràmetres de la Investigació – Acció, i la investigadora és la mateixa professora, fet que també ocorre en el nostre estudi. Com a conclusió d'aquesta investigació, apareix una valoració alta dels alumnes vers les matemàtiques i un grau alt de motivació. En aquest cas, la comunicació pren un paper molt important a l'hora de motivar als alumnes vers les matemàtiques. És clar que en el moment en què es parla d'estudis concrets sota la visió de la metodologia usada, apareixen altres aspectes pel què fa als resultats d'aquest estudi que no es poden deixar de mencionar, en tenir una relació directa amb els objectius del nostre estudi.

Abans de fer referència als objectius de l'estudi, i encara relativament a la metodologia emprada, es creu convenient posar èmfasi en els tres aspectes següents:

- La investigadora que ha dissenyat els diferents protocols ho ha fet paral·lelament a la vida activa com a docent, i després d'alguns anys d'observació, reflexió i acció a l'aula. Es pot resumir aquest aspecte assenyalant la importància que pren el fet que es proposin i es posin a prova els canvis des del coneixement pròxim del propi camp on es volen fer.

- El fet d'haver dut a terme entrevistes inicials amb els diferents col·laboradors, ha permès que el disseny dels diferents protocols es fes amb un grau més alt de consciència i coneixement tant del tipus de grup al que anava dirigit com de les dificultats expressades per cada un dels mestres amb aquell grup o amb l'ensenyament de les Matemàtiques en general.

- En referència al primer objectiu, destacar el fet que el disseny d'aquests protocols s'ha fet pensant en una aplicació oberta dels mateixos, és a dir, sense imposar diàlegs ni accions concretes, sinó proposant-ne alguns per intentar transmetre una manera de fer i d'ajudar als alumnes a construir el concepte en qüestió. Aquest fet ha anat bé perquè cada professor ha aplicat el protocol adaptant-se a les seves característiques personals i a les diferents reaccions i respostes de l'alumnat, sense que això suposés cap desviament de l'objectiu a transmetre, ans al contrari.

  Cal recordar, però, que aquesta obertura presenta una certa acotació, en el sentit que el protocol està limitat sota una filosofia, sota una manera d'entendre l'acció a l'aula, basada en el fet constructivista. És per això que és molt important, per una banda, que els col·laboradors entenguin el marc en què es mouen els protocols, i per altra banda, l'anàlisi que s'efectua en la persecució de l'objectiu 5.

A continuació es fa la discussió referent a cadascun dels objectius enumerats al principi:

8.1.- Disseny d'un programa centrat en la introducció de diferents continguts matemàtics a l' ESO sota la perspectiva constructivista

Pel què fa a l'objectiu 1, és a dir, al disseny del programa utilitzat en l'estudi, sembla interessant analitzar si realment els dissenys obtinguts segueixen la perspectiva desitjada, és a dir, si estan fets seguint una línia constructivista. Es consideraria un error començar a analitzar els resultats relatius a la motivació, a la memòria comprensiva i al grau de comprensivitat, sense supervisar prèviament aquest aspecte. Garcia, V (1998) escriu un article en el que presenta pautes per elaborar treballs dedicats a la interacció a l'aula sota una perspectiva constructivista. De totes les dimensions possibles per interactuar en la franja que va dels 14 als 16 anys, en destaca quatre: l'observació i el reconeixement de regularitats i de pautes; la recerca de relacions entre dades i variables; la inducció i finalment, l'elaboració i el contrast de models. Després de fer una revisió exhaustiva dels protocols del programa d'aquest estudi, s'observa que tots els protocols dissenyats compleixen la primera i la segona dimensió, i que gairebé la majoria compleixen la tercera. El protocol dissenyat per introduir els Políedres Regulars no contempla aquesta dimensió, en no veure's necessària per aquest cas. En el cas de l'elaboració i el contrast de models, només s'utilitza en el cas dels Políedres Regulars, el de les Funcions i el de les Progressions Aritmètiques. En el cas de la Regla de Laplace i de les Raons Trigonomètriques no s'ha tingut en compte aquest aspecte. Així, en general, podem afirmar que segons Garcia (1998), els protocols del programa estan dissenyats sota una perspectiva constructivista. La resta de dimensions que s'han tingut en compte i que han funcionat a l'hora d'aconseguir els objectius segon, tercer i quart, es comenten juntament amb el cinquè objectiu, consistent realment a analitzar el paper d'aquestes dimensions en la contribució d'un aprenentatge motivador, eficaç i comprensiu.

Al marge de la interpretació de Garcia (1998), és important que els nostres protocols siguin constructivistes en el marc més ampli del terme, és a dir, que utilitzin un marc contextual proper a l'alumne per tal de tenir en compte al màxim la cultura de l'individu, com apunta Vigotsky (1962) en diferents ocasions. Cal doncs, fer una revisió acurada de la utilització de contextos en el disseny dels protocols. Ens basem entre d'altres, en dos autors que han analitzat l'ús dels contexts per fer matemàtiques a l'aula: Reeuwijk (1997) i Martínez, A (1999). En el primer cas, Reeuwijk (1997) descriu la manera en què es poden utilitzar els contextos de la vida

quotidiana dins la classe de matemàtiques. Igual que en el cas de l'estudi, l'article no pretén ser una guia sinó donar alguns exemples concrets. L'autor comenta que sovint, en molts casos, es fa la presentació i l'exploració a classe partint de la matemàtica formal i considerant els contextos com diferents aplicacions de la mateixa, amb l'agreujant que si el professor va malament de temps se salta aquesta última part i els alumnes no veuen cap exemple del què s'ha exposat formalment. Contràriament, ell defensa una matemàtica "de baix a dalt", és a dir, una matemàtica on es doni als contextos el paper protagonista en la fase de presentació i exploració d'un contingut, en la que els alumnes puguin redescobrir les matemàtiques. Es creu que en aquest sentit tots els protocols van explícitament en aquesta direcció, doncs no es dóna res per fet, sinó que són els mateixos alumnes els que han d'arribar a les seves pròpies conclusions. Martínez, A (1999), que segueix un model pretest – postest a l'estil de Cubillo i Ortega (2002), però amb alumnes d'edat ja més avançada, d'entre 17 i 18 anys, ja immersos en l'etapa piagetana del pensament lògic - formal, diu textualment, quan fa referència als processos constructivistes, el següent:

> *Mai partir de la fórmula i posar exemples sinó partir de coses concretes i pràctiques i arribar a la fórmula.* (pp. 23-24)

Així, defensa també el fet de fer una matemàtica inductiva o "de baix a dalt".

Donada la importància que s'atribueix al context o a l'entorn, encara fa un segon pas en el que busca contexts que funcionin realment, trobant així cinc requisits en els contexts considerats per ell un "bon context". Aquests requisits són els següents: que puguin motivar als alumnes; que puguin fer que els alumnes aprenguin a utilitzar les matemàtiques en societat; que ajudin als alumnes a poder conèixer la història de les Matemàtiques, incrementant així l'interès; que despertin la creativitat, l'anàlisi i l'organització de la informació; i finalment, que facin de mediadors entre el concret i l'abstracte, entre el problema i el model. En el cas de l'estudi, els contexts utilitzats en els diferents protocols són: l'entorn de la classe i del context de l'alumne; adreces, situació de les cases i dels llocs per carrers; situació de les aules dins l'escola, situació dels alumnes a l'aula; el joc dels vaixells; el quilometratge de les carreteres; el fet d'anar a comprar; la velocitat dels cotxes; el pendent d'una carretera o d'una muntanya; els jocs d'atzar; els processos electorals; els fenòmens meteorològics; els

esports, etc. Tots aquests contexts en el moment que són utilitzats compleixen el primer, quart i cinquè requisit, i en algun cas el segon. L'aspecte històric de les Matemàtiques no ha estat utilitzat a l'hora de tenir en compte els contextos. Aquest és un aspecte que caldrà tenir en compte com a recurs més en la utilització de contexts en el disseny d'altres protocols o en la millora dels ja elaborats. L'autora és conscient que depenent del tipus de contingut es presta més a utilitzar interrogants que sorgeixen al llarg de la història de les Matemàtiques, però es reconeix una falta de referència a aquest aspecte en el moment del disseny. Sembla obvi, per exemple, que en el cas de les Raons Trigonomètriques, dels Políedres Regulars (on es pot fer referència als cossos platònics), hi caben perfectament referents històrics que poden aconseguir un grau més alt de motivació i fins i tot de significativitat a l'aprenentatge, a una part de l'alumnat, fent així també un disseny més comprensiu. Núñez, C (1996) segueix la mateixa línia donant un grau alt de rellevància al fet històric com element motivador, doncs posa com exemple d'activitat motivadora una manera d'introduir un concepte, amb l'ús d'un fet històric. Finalment, acaba fent al·lusió a l'ús dels problemes de la vida quotidiana com a element motivador a l'hora d'introduir conceptes.

8.2.- Col·laboració dels altres professors i d'altres centres per posar a prova el programa

Pel què fa al segon objectiu, s'ha assolit en gran part, si fem referència al nombre de centres, en el sentit que, malgrat la proposta inicial partia de sis centres, finalment el programa s'ha pogut posar a prova en quatre centres pels motius exposats en l'apartat 6.2. Aquest fet queda reflectit en el Quadre 3 on es veu l'evolució de cada un dels centres i com dos d'ells no arriben a finalitzar el procés. Centrant-nos doncs en els quatre centres que finalment han participat plenament al llarg de tot l'estudi, es pot afirmar que l'objectiu s'assoleix plenament i satisfactòria, doncs la col·laboració dels professors ha estat molt bona i de gran interès. Els mateixos professors han manifestat en les entrevistes finals que estan disposats a seguir col·laborant si és necessari, i fins i tot han insistit en què es pugui seguir amb el disseny de més protocols d'altres conceptes, doncs els han valorat molt positivament en les diferents entrevistes (Annex 4), com a eina o recurs eficaç i alhora motivador.

Hi ha un aspecte relatiu a la discussió d'aquest objectiu sobre el que es vol posar èmfasi: es tracta del fet que la investigadora que ha dissenyat els diferents protocols ha actuat d'investigadora alhora que professora col·laboradora del centre Escola 4. Aquest fet apareix també en altres treballs d'investigació, com per exemple el que presenten Cubillo i Ortega (2002), basat en la mateixa metodologia que el nostre estudi, i a partir d'una mostra d'alumnat amb edat compreses entre els 15 i els 17 anys, que contrasta l'opinió i l'actitud dels alumnes cap a les matemàtiques, abans i després d'implementar a l'aula el model de gestió mental de Garanderia (1988), basat en la concepció que els coneixements es construeixen utilitzant-los en certs dominis contextuals, és a dir, en contextos i situacions socials comunicatives com les que passen a l'aula. En aquest cas, el fet que Cubillo sigui la professora d'aquests alumnes no es veu com un factor negatiu o contaminant, sinó que simplement es té en compte a l'hora d'estructurar les fases del cicle d' Investigació-Acció (Acció – Observació – Reflexió – Investigació), concebent la fase d'investigació com una fase d'innovació curricular en la que es preparen uns materials nous.

8.3.- Millora de la motivació acadèmica i de la memòria comprensiva

Centrant-nos en el tercer objectiu, consistent a avaluar el programa en els dos aspectes ja citats, tenim que: després d'haver dissenyat un programa, concretat en 7 protocols, centrat en la introducció de diferents continguts matemàtics, sota la perspectiva constructivista; d'haver-lo posat a prova en 4 escoles de la comarca, amb la col·laboració d'altres mestres i d'haver-ne fet la corresponent anàlisi combinant tècniques quantitatives (programa estadístic SPSS, Versió 9.0) i qualitatives (entrevistes i grup de discussió), s'arriba a les conclusions que s'exposen a continuació.

8.3.1.- Grau de motivació

Pel què fa al grau de motivació, queda demostrat estadísticament que el grau de motivació que presenta el grup experimental després de la prova és significativament superior que el que presenta el grup control, amb un nivell de significació de $0.01 < 0.05$. A l'apartat 8.3.3 s'aprofundeix en relació a aquest aspecte lligat amb el resultat obtingut sobre la memòria comprensiva.

8.3.2.- Memòria comprensiva

Pel què fa a la memòria comprensiva, estadísticament no apareixen diferències significatives entre els alumnes del grup experimental i del grup control, tot i que la mediana del grup experimental (M=7) és superior a la del grup control (M=6.75). Segons l'anàlisi qualitativa, basat en les transcripcions de les entrevistes en les que es demana la percepció dels col·laboradors (Annex 4), els resultats depenen del cas, doncs no tots han causat la mateixa sensació. Així, caldria esbrinar quins són els protocols que funcionen millor en aquest sentit. Aquest fet lliga amb l'estudi dels diferents elements que apareixen en els protocols, i de l'anàlisi que se'n desprèn pel que fa a la rellevància d'aquests dins dels mateixos. Això és el que es discuteix a l'objectiu 5, les conclusions de l'anàlisi del qual es discuteixen més endavant.

8.3.3.- Anàlisi global i relació entre els dos resultats amb la Teoria de l'Aprenentatge Significatiu d'Ausubel

En relació a aquest tercer objectiu, els nostres resultats indiquen clarament que, així com el grau de motivació millora substancialment quan s'aplica el disseny experimental, la memòria comprensiva no obté aquest resultat de manera tan clara, doncs si bé segons la percepció dels col·laboradors ha millorat en alguns casos, aquest fet no queda palès estadísticament, en tant en quan a presentar diferències significatives de les mitjanes, amb un nivell de significació de Sig=0,517 (taula 14)però sí a nivell de tendències entre les medianes (M=7 en el cas del grup experimental, lleugerament superior a M=6.75 en el cas del grup control). Si analitzem el procés de l'aprenentatge significatiu d'Ausubel, que és el paraigua sota el qual hem dissenyat els protocols, veiem el següent: si l'element motivació impliqués directament que l'alumne fa un aprenentatge significatiu, automàticament d'aquí se'n desprendria una memòria comprensiva, doncs n'és una de les conseqüències directes. Així, la conclusió d'aquest resultat és que la motivació és una condició necessària per fer aquest aprenentatge significatiu però no suficient. Calen altres condicions que, sumades a la motivació, permetin que l'alumne faci un aprenentatge significatiu. Es presenta doncs, un imperatiu immediat d'estudiar aquestes altres condicions, i s'intueix que algunes d'aquestes poden estar relacionades amb l'estudi dels elements rellevants del disseny, que és

precisament el què persegueix el cinquè objectiu de l'estudi. Per altra banda, si pensem en la seqüència temporal de l'aprenentatge, hagués estat realment espectacular des del punt de vista psicològic, que només amb una petita incidència en el moment de la presentació dels conceptes, milloréssim la memòria comprensiva dels alumnes, la qual gairebé sempre es manifesta al final del procés. Cal doncs també, tenir en compte el què passa entre el moment de la presentació i el moment de l'avaluació (seqüència d'activitats d'ensenyament – aprenentatge), fets que en aquests moments han quedat fora del nostre estudi.

Abrantes i Serrazina (1996) quan enumeren alguna de les idees fonamentals sobre l'aprenentatge de les matemàtiques, citen un dels aspectes més bàsics del nostre estudi: la importància de la motivació. És més, els autors d'aquest llibre es basen també en la motivació intrínseca, com a eix fonamental per a tirar endavant un bon aprenentatge de les matemàtiques.

> *La motivació és essencial per aprendre, però la naturalesa d'aquesta motivació influencia la manera com els alumnes es manegen en les tasques que fan i en l'aprenentatge. Si un alumne vol acabar la feina només per tenir una bona nota, és probable que adopti una actitud defensiva, procurant només obtenir el resultat correcte i no fer errades. Però si està intrínsecament motivat per a realitzar la tasca, si realment la valora, correrà riscos per millorar el seu treball i probablement s'implicarà en una exploració de la situació més aprofundida i tindrà en compte tot el que l'envolta.* (p.33)

En el cas de l'estudi, es parteix de la idea que la motivació intrínseca no ve donada de forma natural en la majoria d'alumnes, i és amb el disseny dels protocols (tipus de material i tipus d'intervenció del professorat) des d'on s'intenta provocar aquest tipus de motivació.

Altres estudis recents apunten cap al mateix sentit. De fet, pel què fa a la importància de la comunicació, diferents investigadors la tracten des de diferents angles: Planas (2002) ressalta la importància de la comunicació professor-alumne dins l'aula de matemàtiques, per tal d'assegurar que els alumnes atribueixen el significat que el professor li ha intentat transmetre i no un altre. Si

no hi ha aquest diàleg, l'alumne pot arrossegar significats erronis i extreure falses conclusions en la construcció del seu aprenentatge. Es destaca, en general, com la mala interpretació no detectada d'una norma pot conduir al fracàs del procés d'aprenentatge. Així, cal que el professor interactuï amb l'alumne i intenti anticipar i aclarir dubtes contínuament. Sembla pertinent destacar que en el disseny dels protocols del programa, s'intenta que el professor intervingui de manera puntual per tal de detectar males interpretacions, anticipar-se als possibles errors, aclarir dubtes, etc. Es pot afirmar que, en els protocols del programa, quan hi ha interacció professor- alumne es fa intencionadament sota aquests sentits. És important tenir això en compte quan es parla de constructivisme a l'aula: l'alumne no aprèn sol, sinó que el professor té un paper molt rellevant, obligat a supervisar, reconduir i pautar els assoliments dels objectius de l'aprenentatge. No es veu oportú entendre el constructivisme com un procés en el que l'alumne té tota la responsabilitat per descobrir en setmanes el que l'home ha trigat segles a descobrir. Així mateix ho manifesta Guzmán (1992):

> *És clar que no podem esperar que els nostres alumnes descobreixin en un parell de setmanes allò que la humanitat va elaborar potser al llarg de diversos segles de treball intens de ments molt brillants. Però és cert que la recerca amb guia, sense aniquilar el plaer de descobrir, és un objectiu assolible en l'ensenyament i aprenentatge de les matemàtiques, i en la detecció de tècniques concretes(...)* (p.13)

I una mica més avall afegeix:

> *La teoria, concebuda així, resulta plena de sentit, plenament motivada i molt més fàcilment assimilable.* (p.14)

Un any més tard, Gómez (1999), en un sentit molt similar al que expressa Planas (2002), manifesta que en una entrevista feta a diferents alumnes, surt com a demanda per al professorat, la capacitat d'establir instruments i mecanismes per assegurar-se que l'alumne arriba a una bona comprensió (l'alumne no està segur de que els aprenentatges que realitza siguin correctes i demana poder-los ratificar). I és que la intencionalitat de Gómez és doble: per una banda, intenta posar de relleu els factors afectius que influeixen en la qualitat de l'aprenentatge

de les matemàtiques i que són determinants del fracàs escolar; per altra banda, presenta instruments per tal que el professorat el pugui utilitzar a l'aula, tenint en compte com a premissa la necessitat de considerar models d'ensenyança i d'aprenentatge que tinguin en compte la dimensió emocional i sòcio – cultural dels estudiants. Un desenvolupament òptim de la dimensió afectiva a l'aula de matemàtiques requereix treballar la instrucció en la resolució de problemes de manera que s'aportin models de situacions que permetin descobrir i alliberar creences limitatives de l'alumnat... I just en la mateixa línia que aquests dos anteriors, Núñez (1996) posa com exemple d'activitat motivadora una manera d'introduir un concepte, amb l'ús d'un fet històric, en un article en el que es fa una breu reflexió al voltant de les concepcions i creences d'un grup de Formació Professional de Sarria (Lugo), d'entre 14 i 19 anys. Es tracta d'un procés de reflexió – acció dirigit tant a la formació d'educadors i ensenyants com a la formació i orientació professional del nostre alumnat. Finalment, acaba fent al·lusió a l'ús dels problemes de la vida quotidiana com a element motivador a l'hora d'introduir conceptes i diu textualment:

> *Comencem construint una comunicació, apreciem que per el bon funcionament en les nostres aules, hem d'aproximar als alumnes en el mateix canal sensorial que estan utilitzant per accedir al seu propi interior, provocar la seva atenció, potenciar el seu interès i motivació...* (pp.122-123)

Recentment, Barba (2004) contempla un aspecte sobre el que cal reflexionar i veure un dels possibles punts clau en els que el procés de l'aprenentatge pot quedar aturat i dificultar la memòria comprensiva de les diferents realitats o objectes matemàtics. A més de destacar la importància de saber allà on volem arribar, argumenta a favor d'un constructivisme que ja es porta a terme en altres països, un constructivisme des del propi coneixement matemàtic, doncs és en la seva essència on sovint és més fàcil construir:

> *Cal una bona tria de les situacions reals i dels problemes que cal resoldre, així com un dispositiu didàctic que permeti fer la construcció d'uns coneixements amb objectius matemàtics clars.*

(...) per què no dir-ho, amb certs plantejaments constructivistes actuals, ja se centra a construir matemàtiques des de les matemàtiques. Per això m'agrada dir que cal fer "constructivisme des d'un punt de vista matemàtic", com a contraposició però també com a complement als plantejaments que, sota el nom de "matemàtiques des d'un punt de vista constructivista" treballen, de manera molt interessant, la vessant comunicativa i social de la matèria, però sembla que s'aturen precisament en el moment de convertir els objectes rals en objectes matemàtics, que són la clau de volta per poder tancar l'edifici. (p. 29)

8.4.- Comprensivitat del programa

Abans de redactar les conclusions relatives al quart objectiu, referent a la comprensivitat del programa, sembla oportú recordar la definició de comprensivitat, així com també d'alguns termes molt propers a aquest, que són entorn comprensiu i inclusió: per fer-ho ens basem en Pujolàs (2003), segons el qual la comprensivitat és la qualitat d'un entorn o d'un sistema que el fa apte i adequat per a tothom. Per tant un sistema educatiu comprensiu és aquell entorn o sistema educatiu apte, adequat per a tothom. La inclusió és aquell vincle entre una persona o grup amb un entorn determinat, caracteritzat pels valors de la convivència ("viure junts") i l'acceptació de les diferències ("acollida als diferents") i per la igualtat d'oportunitats (tractar tothom igual de bé , d'acord amb les seves necessitats).

Un cop recordats els termes, es redacten les conclusions de l'estudi del quart objectiu: queda demostrat estadísticament que el disseny aplicat al grup experimental és més comprensiu que els diferents dissenys aplicats als diferents grups control, fet que queda ratificat en totes les entrevistes finals. Tot i així, el grau de comprensivitat sempre és ampliable, en el sentit que, malgrat haver obtingut un major grau de comprensivitat amb aquests protocols que amb els processos aplicats normalment en les diferents escoles, encara podem plantejar-nos com millorar aquests protocols per tal que arribin encara més a tothom. Cal dir que en aquest objectiu, ja es pretenia fer el protocol el màxim de comprensiu, però es creu que, partint de la base ja feta, es necessita fer un treball molt més a fons així com també un aprofundiment de la recerca bibliogràfica prèvia i amb una mostra molt més

gran. Aquesta podria ser una nova línia de recerca que es trobaria estretament lligada a altres estudis sobre l'ensenyament inclusiu que també posen l'èmfasi en buscar la manera de presentar els conceptes: es tracta de les propostes fetes per Collicott (2000), Ruiz (2001) i Stone (2003), entre d'altres, sobre l'Ensenyament Multinivell. Collicott (2000) recorda en un dels seus articles la definició de l'ensenyament multinivell:

> *L'ensenyament multinivell es basa en la premissa que una lliçó s'ha d'ensenyar al conjunt de tota la classe. És una aproximació a la planificació que assumeix la individualització, la flexibilitat i la inclusió de tots els alumnes, sense distinció del seu nivell personal d'habilitats*. (p.87)

I a continuació afegeix:

> *L'ensenyament multinivell permet que el mestre planifiqui una lliçó per a tots els alumnes, i així disminueixi la necessitat de seguir programes diferents i alhora li possibilita la introducció d'objectius individuals en els continguts i en les estratègies d'educació a l'aula.* (p. 88)

Fidel a aquesta concepció sobre l'ensenyament, sembla interessant aprofitar les grans aportacions de Stone (2003), consultora d'Educació inclusiva a New Brunswick (Canadà), relatives a l'ensenyament multinivell, i que s'hauran de tenir en compte a l'hora de fer el disseny de més protocols, ja que representen un pas molt important cap a la inclusió. Stone realitza una conferència titulada "Crear escoles inclusives. Cinc pràctiques essencials per a l'escola i l'aula", en les actes de la qual apareixen els quatre passos a seguir per aconseguir un model d'atenció a la diversitat en entorns absolutament inclusius: fixar els objectius; el mètode de presentació del professor; el mètode de pràctica de l'alumne i el mètode d'avaluació. Així, si ens fixem en el segon pas, es veu com en el procés que presenta hi ha un punt fort en comú: la importància que dóna al mètode de presentació dels continguts per part del professor. Es considera un primer pas, un cop coneguts els objectius de la unitat, el fet de determinar el mètode de presentació del professor i explicitar en aquest com es presentaran els continguts. I és després, un cop fet aquest pas, quan es determinen les activitats de la pràctica de l'alumne.

Això és el què pretén l'estudi, en definitiva, que al marge de les activitats d'ensenyament-aprenentatge (com les que ja apareixen al llibre de text o que confecciona el mateix docent en fitxes), es preocupa explícitament de com seran presentats els continguts a l'aula. Un altre factor comú important entre el nostre estudi i el plantejament de Stone (2003), és el fet de recolzar el tipus d'ensenyament que presenta amb altres estratègies d'ensenyament, que en aquest cas són: l'aprenentatge cooperatiu, el principi de participació parcial (basat en fer participar a tothom amb preguntes de diferents nivells, segons la Taxonomia de Bloom) i l'ús del model de les intel·ligències múltiples de Gardner.

Per tal de destacar les aportacions de l'estudi fins ara cap aquesta direcció, hi ha tres factors comuns amb els fonaments de l'ensenyament multinivell: per una banda, el fet de concebre com a molt important el moment de la presentació dels continguts; per l'altra, l'ús del treball cooperatiu en aquells protocols on s'hi escau, i finalment, amb l'aparició subtil de preguntes i diàleg entre el professor i els alumnes del principi de participació parcial. La investigadora, pensa que en investigacions futures caldria posar més èmfasi en aquest sentit, elaborant els protocols tenint encara més en compte aquest aspecte. A tall d'exemple, es presenta un nou protocol (veure Annex 10) per a introduir el concepte d'equació, basat en aquest principi. Existeix però un fet sobre el qual cal reflexionar i prendre accions serioses de cara a buscar una manera òptima de programar en clau d'inclusió: el fet d'emprar un currículum estàndard i preescriptiu com a base. Aquesta idea la recolza Ruiz (2004) amb l'afirmació següent que apareix en un correu dirigit a la investigadora:

> *La forma de fer currículums preescriptius ha estat, i és, radicalment incompatible amb posicions de comprensivitat fins els presents moments a Catalunya i a l'Estat Espanyol.*

És a partir de veure la necessitat d'aquest canvi del disseny curricular on apareix un altre concepte que no es pot obviar: el Disseny Universal de l'Aprenentatge (DUA) com a marc per a l'escola realment inclusiva. Recordem aquí la premissa bàsica segons els investigadors del Center for Applied Special Technology, o CAST (1998 -1999), pioners en el tractament de temes de disseny universal, que presenta Wehmeyer en una conferència titulada "Inclusió, disseny universal de l'aprenentatge i aprenentatge dirigir a l'alumnat: un marc per a la tercera generació

del moviment inclusiu" dins el congrés *Una escola per a tothom* a Barcelona (2003):

> *La premissa bàsica del disseny universal de l'aprenentatge és que un currículum hauria d'incloure alternatives per fer-lo accessible i aplicable als alumnes, professors i pares amb antecedents, estils d'aprenentatge, capacitats i discapacitats diferents en contextos d'aprenentatge àmpliament diferents. L'aspecte "universal" del disseny universal no vol dir una solució òptima per a tothom sinó que més aviat recalca la necessitat d'aconseguir activitats, tasques i continguts inherentment flexibles i personalitzats.*

Així, es conclou que a banda de reflexionar sobre la presentació dels continguts, cal seguir avançant cap a un currículum de base més universal, com a punt de partida. Actualment, diversos investigadors del país entre els que es troba Ruiz (2001) elaboren unitats de programació sota aquestes bases.

8.5.- Aproximació als elements qualitatius que milloren la motivació i la memòria comprensiva

Fets aquests aclariments, passem a analitzar les conclusions de l'objectiu 5, en el que es busquen quins són els elements qualitatius que fan que el programa millori els paràmetres citats (motivació i/o memòria comprensiva, a més del grau de comprensivitat).Segons l'anàlisi quantitativa, hi ha dos elements que apareixen de manera significativa, des del punt de vista estadístic, en els diferents protocols: el fet de treballar en grup i l'ús de material manipulatiu. Revisant altres autors que molt prèviament han estudiat les repercussions de l'ús del material manipulatiu a l'aula, hi ha autors com Corbalan (1996) i Deulofeu (1996) que presenten una investigació en marxa en el cicle comprès entre 12 i 16 anys, per determinar els procediments que utilitza l'alumnat per guanyar en un repte matemàtic o joc. Els autors posen de manifest que el fet de recórrer a materials manipulatius i d'introduir jocs recreatius a l'aula, augmenten la motivació de l'alumnat, i permeten fer millor els processos inductius, és a dir, una matemàtica "de baix a dalt". Paral·lelament, pel que fa a la introducció d'aquest tipus de materials a l'aula, es suggereix fer-ho des d'un punt de vista cooperatiu, mai competitiu.

Per altra banda, a partir de les opinions recollides per part dels diferents col·laboradors en el moment de fer l'anàlisi qualitativa (veure Annex 4), queden consensuats com a rellevants els elements següents: la participació i el diàleg, la deducció de fórmules o de fets sense la intervenció directa del professor, l'ús de material manipulatiu, el fet de treballar en grup i el fet de fer un procés inductiu cap a l'abstracció i l'anticipació. Aquí torna a quedar palès que s'assoleix l'objectiu 1, en el sentit que el disseny dels protocols s'ha fet realment sota una perspectiva constructivista, doncs apareix com a característica clau la deducció per part de l'alumne amb l'ajut indirecte del professor, és a dir, les fórmules no vénen imposades pel professor com en els mètodes no constructivistes, sinó que són descobertes pels mateixos alumnes a partir d'accions provocades pel professor, ja sigui amb el diàleg o bé amb l'ús de materials de suport. En aquest sentit, l'estudi ratifica el que apunten de manera clara i concisa Chamoso (2001) i Rawson (2001) en el seu article, escrit sota el paradigma del constructivisme, doncs citen a Bruner i a Polya per argumentar les seves exposicions. En aquest estudi es vol explicar com es concep el desenvolupament d'una ensenyança de resolució de problemes a l'aula de matemàtiques, intentant esbrinar el procés que fan els alumnes que ells anomenen *investigació* davant d'un problema a resoldre, definint com *investigació* el viatge d'idees que permet a l'alumne arribar fins allà on pot. El mètode emprat en l'estudi és l'anàlisi de les transcripcions obtingudes a classe d'un grup d'estudiants entre 10 i 11 anys d'edat. En aquestes transcripcions es descobreix, en certa manera, fins a quin punt els nens quan descobreixen i resolen treballen de forma semblant a un matemàtic enfront d'un problema.

> *S'observa que els estudiants realment resolen dubtes i aprenen quan: construeixen, experimenten, divergeixen, pregunten, dedueixen, corregeixen, comproven, expliquen, suposen i generalitzen.* (p.36)

> *D'altra banda, pel que fa a la motivació, destaca com a variables importants, el paper del professor, el fet de treballar cooperativament i l'ús de material manipulatiu.* (pp.37-38)

Més enllà dels objectius concrets acabats d'analitzar, i fent una lectura de caire més global, es destaca la presència d'un objectiu implícit que engloba l'estudi:

argumentar a favor d'un postulat teòric, però fent un enfocament molt particularitzat, tant de les estructures en els agents com de les idees i llenguatges en els discursos. Aquest enfocament és encertat atès que les conclusions de l'anàlisi repercuteixen en aquests aspectes (veure les conclusions referents als objectius 1, 2 i 5). Dins d'aquest ventall de conclusions, i veient que la motivació és una condició necessària en el procés d'aprenentatge que millora amb aquest tipus de protocols (veure conclusions referents a l'objectiu 3), veiem que hi ha un fet que actua de denominador comú: el paper del professorat a l'hora de transmetre el coneixement matemàtic a l'aula, o dit d'una altra manera, el paper de la comunicació dins l'aula de matemàtiques. Quan es pretén articular un diàleg; afavorir la participació; aconseguir un treball de grup eficaç o simplement no anticipar resultats als que els alumnes poden arribar amb l'ajut de processos inductius, el professor de l'aula ha d'estar preparat i sensibilitzat per realitzar aquest tipus d'activitat. Alsina, C (2000), quan parla dels reptes principals del futur de les matemàtiques també en fa referència.

> *S'ha de recordar que educar, en matemàtiques, no és transmetre fórmules i receptes. Una part del professorat de matemàtiques ha treballat a partir de la confusió de creure que simplement explicant algoritmes, com fer les operacions, com fer...* (p. 8)

> *...I el darrer repte de les matemàtiques seria el de l'emotivitat, que la gent se senti feliç fent matemàtiques, que li faci il·lusió anar a classe, que se sàpiga transmetre la il·lusió pel descobriment, per compartir allò que s'està fent.* (p. 8)

Seguint en la mateixa línia, i fent referència a un estudi de Blanco (2004) que ha aparegut recentment en un article del diari El País, en el que es veu com aquest estudi, fet des de la Universitat d'Extremadura revela dos aspectes coincidents amb els del nostre estudi: per una banda, la importància del paper desenvolupat pel professor a l'aula; i per altra, el fet de treballar en grup com a element afavoridor del grau de motivació dels alumnes. En aquest cas, Blanco treballa amb una mostra de 346 alumnes (166 nois i 180 noies). Pel què fa al paper del professor diu el següent:

Els alumnes de secundària encara no tenen una consciència crítica afinada sobre la tasca que desenvolupen els seus professors a l'aula. No obstant, quan arriben a adults "la imatge del mestre sempre es conserva, la bona i la dolenta", I no només això, sinó que tendeixen a imitar la seva forma d'impartir la classe si algun dia els toca estar davant d'un grup d'alumnes.

S'insisteix en la necessitat d'introduir models de docència adequats quan s'estan formant als futurs professors. "Perquè si els manquen aquests, imitaran al mestre que van tenir a classe; si va ser bo, fantàstic, però si va ser dolent...."

I pel què fa al fet de treballar en grup, l'article manifesta que

La meitat dels alumnes senten més seguretat i confiança al treballar en equip.

Intentant concretar més en quin sentit es pot atribuir certa consciència al professorat en el procés d'aprenentatge de les matemàtiques, fem referència a Abrantes i Serrazi na (1996), quan intenten enumerar algunes idees fonamentals sobre l'aprenentatge, particularment rellevants i a tenir en compte en la tasca del professorat:

L'aprenentatge requereix implicar als alumnes en activitats significatives. Les explicacions del professor, en un moment adient i de manera apropiada, són certament elements fonamentals. Tanmateix, no és adient ensenyar coses noves de manera expositiva, cal donar a la canalla oportunitat de viure experiències concretes a les que aquestes explicacions poden donar sentit.

Aquesta primera idea lliga perfectament amb la idea sota la qual s'han basat els protocols dissenyats. És aquesta la filosofia general que es pretén acotar i transmetre als diferents col·laboradors en les entrevistes inicials, quan se'ls parla dels protocols i de la manera d'aplicar-los. Una altra idea que aprofitem d'aquests autors és el fet d'introduir altres exemples de la vida real al final de cada protocol…

Des d'aquesta perspectiva, l'aprenentatge és, en gran part, una qüestió d'establiment de relacions, veure les mateixes coses des d'altres angles o altres contextos.

8.6.- Futures línies d'investigació

A partir de les conclusions obtingudes s'obren diferents camps en els que interessa seguir treballant: per una banda, i donat que tots els professors que han participat en l'estudi han manifestat que repetiran el mateix protocol el curs vinent, i que consideren necessari construir-ne més en aquesta línia, es creu interessant la continuïtat pel què fa a l'elaboració de protocols, tot i sabent que ja es porten a terme des de fa alguns anys, tasques en una línia molt similar, a mans d'altres autors. Per exemple, Bell (1996) dissenya actuacions concretes que permetin provocar o fer sortir a la llum aquests conflictes, amb el conseqüent debat, participació de l'alumnat i la posterior reconducció per part del professor. Concretament, l'autor dissenya situacions semblants a les del programa, en el sentit que provoca dubtes i conflictes sota la perspectiva d'allà on es vol arribar, evitant així que si certs errors surten a priori, ja no es donaran més tard. Es persegueix un desequilibri i es proporciona el reequilibrament posterior. També al nostre país hi ha iniciatives en aquest sentit: Artigues, Banyuls, Gorgorió, Moyano, Planas, Roca i Xifré (2003) presenten el procés de reflexió d'un grup de treball en el que professors de Secundària i investigadors en educació matemàtica han desenvolupat i experimentat una seqüència didàctica d'activitats riques[8] en geometria a l'ESO, dirigides a diferents grups de 2n i 4t d'ESO de diferents centres. Amb l'ús d'aquestes activitats per poder incorporar continguts geomètrics (en aquest cas, les rotacions) s'aconsegueix el següent: la motivació de l'alumnat; l'increment de propostes per part de l'alumnat, reinventant així procediments i redescobrint la geometria; la connexió entre els coneixements previs i l'experiència de l'alumnat

[8] Broomes (1989) considera "activitats riques" totes aquelles que presenten les característiques següents: són activitats relacionades amb el contingut curricular (tant en el currículum intencional com en el que s'ha de desenvolupar); permeten el tractament interdisciplinari de les diferents àrees del currículum, oferint una visió més global de la matemàtica; serveixen d'introducció per un contingut bàsic, i alhora són motivadores, pel que ja inclouen un ordre de dificultats creixent per diferents ritmes d'aprenentatge, partint de les possibilitats de tots els alumnes i permeten la seva expansió pels més ràpids; faciliten la implicació de tot l'alumnat, ja que permeten que l'alumne pugui establir vincles amb la vida quotidiana; són flexibles, la qual cosa permet que l'alumne que estableixi relacions entre els seus coneixements per poder-los aplicar; pretenen no només que els alumnes busquin respostes correctes, sinó també que generin bones preguntes; i finalitzen quan l'alumne és conscient dels seus aprenentatges i pot interioritzar i establir relacions tant amb els aprenentatges anteriors com amb les vivències de l'entorn.

amb el coneixement geomètric i altres aspectes de les matemàtiques. Són novament més exemples de protocols dissenyats amb objectius semblants als de l'estudi, i pel què sembla, de resultats eficaços i motivadors, fets sota la perspectiva constructivista.

Cal tenir en compte, però, que paral·lelament, caldria seguir investigant pel què fa a la resta de condicions que, juntament amb la motivació poden proporcionar un aprenentatge significatiu en l'alumne. És en aquest sentit que es veu necessari estudiar el perfil del docent que ha de dur a terme el protocol, així com també augmentar el nombre d'escoles a l'hora de demanar col·laboracions, doncs augmentant la mostra es pot obtenir més informació, tant quantitativa com qualitativa. Els resultats obtinguts motiven a provar de fer, amb una mostra més gran, malgrat no ser significativa per les raons ja esmentades, un estudi de cadascun dels conceptes matemàtics, per fer-los presentables des del punt de vista d'Ausubel als alumnes de Secundària.

A continuació s'enumeren, a títol d'objectiu, possibles línies d'actuació que poden continuar l'estudi fet, tenint en compte el que s'acaba d'exposar. Sembla prou motivador, des del punt de vista de la investigadora, iniciar una tesi doctoral en alguna d'aquestes línies:

- Ampliar el disseny de protocols centrats en la introducció de diferents conceptes, sota la mateixa perspectiva d'aquest estudi, i tenint en compte les actuacions ja fetes, per no repetir errors i poder aprofitar i compartir els elements que funcionen.

- Posar a prova el programa en diferents escoles, amb la col·laboració d'altres mestres, tenint en compte un nombre considerablement gran d'escoles, però amb la variable context sociocultural fixada.

- Estudiar la comprensivitat del programa i intentar, en la mesura que sigui possible, fer-lo el màxim de comprensiu, tenint en compte les múltiples aportacions actuals sobre l'ensenyament multinivell i les programacions en una escola inclusiva, partint des d'un disseny universal de l'aprenentatge enlloc de fer-ho des del currículum estàndard preescriptiu.

- Trobar els elements qualitatius que juntament amb la motivació són condició suficient per aconseguir un aprenentatge significatiu.

- Informar, motivar i formar al professorat, si s'escau, per estendre el mètode i aconseguir un ensenyament de les matemàtiques des d'una visió més de conjunt, i no des de la particularitat de cada individu.

- Estudiar la percepció del mètode per part de l'alumne, és a dir: estendre l'anàlisi qualitativa als suggeriments de l'alumnat que és qui, en definitiva, ha d'aprendre i gaudir les matemàtiques.

Cal destacar que per fer tot això calen molts recursos, però és clar que s'ha de començar a posar fil a l'agulla per millorar l'ensenyament de les Matemàtiques en el país. I és que crec que està a les mans dels que trepitgem cada dia l'aula de matemàtiques, el fet de millorar-ne la motivació, la comprensió i el gust per aquests coneixements...

Per acabar, em remeto a un fragment d'un article de Chamoso i Rawson (2004) que ja he citat en aquest capítol:

> *En alguns moments del difícil camí diari de l'ensenyament, ens preguntem si els estudiants són capaços de realitzar una certa activitat i organitzar-se i pensar per a lograr una resposta adequada. I sembla molt clar: ho faran sempre que se'ls doni l'oportunitat de fer-ho...* (p. 38)

BIBLIOGRAFIA

ABRANTES, Paulo; SERRAZINA, Lurdes (1996) "Cap. 2 Matemática para todos. Como se aprende". Dins: Paulo ABRANTES i Lurdes SERRAZINA *A Matemática na Educaçao Bàsica.* Portugal: ME/DEB

ALIBERAS, Joan. (1989) *Didàctica de les ciències. Perspectives actuals*. Vic: Ed. Eumo

ALONSO, Jesús (1991) "Cap 1. Motivar parar aprender". Dins: Jesús ALONSO *Motivación y aprendizaje en el aula.* Madrid: Santillana, Col·lecció Aula XXI. (pp 17 -60)

ALSINA, Àngel (2001) "*la intervención de la memoria de trabajo en el aprendizaje del cálculo aritmético"* [tesi doctoral], Bellaterra: Departament de Psicologia de l'Educació. UAB.

ALSINA, Àngel (2002) *"De los contenidos a las competencias numéricas en la enseñanza obligatoria",* UNO n, 29 enero; (p. 55-66)

ALSINA, Àngel (2004) *Barrinem? Matemàtiques amb jocs i problemes càlcul.* Vic: L'Àlber

- *Barrinem? Matemàtiques amb jocs i problemes geometria.* Vic: L'Àlber
- *Barrinem? Matemàtiques amb jocs i problemes lògica.* Vic: L'Àlber
- *Barrinem? Matemàtiques amb jocs i problemes mesura.* Vic: L'Àlber
- *Barrinem? Matemàtiques amb jocs i problemes nombres.* Vic: L'Àlber

ALSINA, Claudi; FORTUNY, Josep Maria; GIMÉNEZ, Joaquim (1995) *Projecte curricular de l'àrea de matemàtiques "Bon dia mates" segon cicle*. Barcelona: Generalitat de Catalunya. Departament d'Ensenyament.

ALSINA, Claudi (2000) "*L'entrevista"*, BIEC n. 31 abril; (pp. 8 -9)

ANZOLA, Máximo; VIZMANOS, José Ramon (1995) *Matemàtiques 3*. Barcelona: Cruïlla.

- *Matemàtiques 4.* Barcelona: Ed. Cruïlla.

ARTIGUES, Francesca; BANYULS, Francesc; GORGORIÓ, Núria; MOYANO, David; PLANAS, Núria; ROCA, Montse i XIFRÉ, Àngel (2003) *"Proceso de elaboración de actividades geométricas ricas: un ejemplo, las rotaciones."*, SUMA n. 33 febrer; (pp. 59 - 72)

AUSUBEL, David (1989). *Psicología educativa. Un punto de vista cognoscitivo*. México: Trillas.

BARBA, David (2004) "*Matemàtiques des d'un punt de vista constructivista o constructivisme des d'un punt de vista matemàtic?"*, Guix n. 309 novembre; (pp. 22 – 29)

BAROODY, Artur J (1998) *El pensamiento matemático de los niños.* Madrid: Aprendizaje VISOR/MEC

BARRIL, Joan (2004) Traduït de: Esa gran herramienta. *La Vanguardia,* 17.09.2004

BELL, Allan (1996) *"¿Aprender a aprender?*, UNO n. 9 juliol; (pp. 77 -83)

BERINI, Marta (1997) "*Las matemáticas y la realidad. La utilización del entorno como recurso didàctico*", UNO n. 12 abril; (p. 18-27)

BLANCO, Lorenzo (2002) Aportaciones a la formación inicial de maestros en el área de matemáticas: una mirada a la práctica docente. Cáceres: Publicaciones de la Universidad de Extremadura

BLOOM, Benjamin (1969). *Taxonomy of Education Objectives: The classification of education goals*. Nova York: David Mc. Kay company Inc.

BROOMES, David (1989) *" Usin goals to construct useful forms of school mathematics",* Science and Technology Education, Document Series n 35. París : UNESCO

BUSQUETS, Oriol; CASTAÑER, Carme;VICENS, Francesc (1995) Material complementari del llibre *Matemàtiques. Crèdit comú 7*. Barcelona: Barcanova.

CALLÍS, Josep (2001) "*Incidència i repercussió de la formació inicial dels mestres en l'educació matemàtica de la societat.",* BIAIX n. 19 desembre; (p. 23-35)

CARDONA, Cristina (2002) Introducció als mètodes d'investigació en educació. Madrid: EOS

CARRILLO, José (2001) *"Investigació – Docència: un gran dilema",* BIAIX n.19 desembre; (p. 4-10)

CHAMOSO, José Maria i RAWSON, William (2001) *"En la búsqueda de lo importante en el aula de matemáticas"*, SUMA n. 36 febrer; (pp. 33 -41)

COLLICOT, Jean (2000) *"Posar en pràctica l'ensenyament multinivell"*, Suports n. 1 vol. 4 primavera; (pp.87 – 100)

CONTRERAS, José (1994) "*Investigación en la acción* ", Cuadernos de Pedagogía n. 224 abril; (pp.1 - 7)

COON, Dennis (1998) Psicología. Exploración y Aplicaciones. Ciutat: Ed. Thomson.

CORBALAN, Fernando; DEULOFEU, Jordi (1996) *"Juegos manipulativos en la enseñanza de las matemáticas"*, UNO n. 7 gener; (pp.71-80)

CUBILLO, Carmen i ORTEGA, Tomás (2002) *"Influencia de un modelo didáctico en la opinión/actitud de los alumnos hacia las matemàticas"*, UNO n. 31 juliol; (pp.57-72)

DAMUNT, Elisa (1996) *Metodologia grupal amb incidència individualitzada*. *Material de matemàtiques per a la diversitat*. St. Hipòlit de Voltregà: Divermat S.C.P.

DANE, Francis (1997). *"Capítol IV Examen de la bibliografia". Mètodes de recerca.* Barcelona: Proa / UOC ; (pp.95-108)

DEPT. D'ENSENYAMENT DE LA GENERALITAT DE CATALUNYA (1993) C*urrículum d'ESO de l'àrea de matemàtiques*, al capítol *Consideracions generals*, en l'apartat *Una concepció constructivista sobre l'aprenentatge*, (pp.10-12) elaborat pel i editat per el Servei d'Ordenació Curricular, ISBN 84 – 393 – 2602 – 5

DE GUZMÁN, Miguel (1992) "*Tendències innovadores en educació matemàtica*.", BIAIX n.7 setembre; (pp.7-33)

DÍAZ, Mariano (1980) *Diccionari básico de Matemáticas*. Madrid: Ed. Anaya

DORSCH, Friedrich (1976). *Diccionario de psicología.* Barcelona: Ed. Herder

FARGAS, Montserrat; FONT, Vicenç (1995) *Trigonometria*. Barcelona: Ed. Castellnou.

FAIXES, Alfons; RODÀ, Jordi; SANS, Jaume (1996) Trigonometria i Còniques.
Barcelona: IOL/Edebé

GARCIA, Victòria (1998) "*La planificació de l'ensenyança i la construcció del coneixement a l'aula*", UNO, n. 16 abril; (pp.67-82)

GAIRÍN, Joaquín; FEIXAS, Mónica (1999) "*Las actitudes del profesor de matemáticas ante la coeducación*", UNO n. 19 gener; (p.59-70)

GAVILÁN, Paloma (2002) "*Comparación de modelos de resolución de problemas en una clase tradicional y una clase cooperativa*", UNO n. 31 abril; (p.34-43)

GENOVARD, Cándido (1980). *Diccionario de Psicología*. Barcelona: Elicien.

GOMEZ, Ines Maria (1999) " *Toma de conciencia de la actividad emocional en el aprendizaje de la matemática*", UNO n. 21 juliol; (p.29–45)

IRRSAE, Piemont (1992) *Matemàtiques. Actualització científica*. Vic: Eumo Editorial

MARTINEZ, Alberto (1999) *"Estudio sobre la implicación lógica: modelos prácticos, modelos teóricos y claridad de las situaciones modélicas."*, SUMA n.32 novembre; (pp.23-24)

MARTIN, Olga (2002).El ministerio dice que bajan los conocimientos de matemáticas y lengua en ESO, *La Vanguardia*. 26.09.02

MORÁN, Carmen (2004) Traduït de: El lado emocional de las matemàticas, *EL PAIS* 1.11.04

MONEREO, Carles (1997) *Estrategias de aprendizaje.* Madrid: Ed. Visor

MONTES, Carmen. i PÉREZ, Alicia. (1995) *Números, Álgebra, Funciones, Combinatoria y Probabilidad.* València: Ed. Octaedro

NUÑEZ, Carmen (1996) *"Lo que subyace tras el comportamiento de nuestro alumnado en una clase de matemáticas"*, UNO n.7 gener; (pp.118-124)

PARDO, Antonio (2002) *SPSS 11 Guía para el análisis de datos.* Madrid: Mc. Graw-Hill.

PLANAS, Núria (2002) *"Enseñar matemáticas dando menos cosas por supuestas"*, UNO n.30 abril; (pp.114-124)

POZO, Juan Ignacio (1997) *Teorías cognitivas del aprendizaje.* Madrid: Ediciones Morata

PUJOLÀS, Pere (2003) *Aprendre junts alumnes diferents. Els equips d'aprenentatge cooperatiu a l'aula*. Vic: Eumo

QUIVY, Raymond i CAMPENHOUNDT, Luc Van (1995) *Primera pregunta inicial,* extret del *Manual de recerca en ciències socials.* Barcelona: Herder; (pp.29–43)

REEUWIJK, Martin van (1997) "*Las matemáticas en la vida cotidiana y la vida cotidiana en las matemáticas*", UNO n.12 abril; (pp.9-16)

RUIZ, Robert (2004) *Unitats de Programació i personalització de l'ensenyament: una perspectiva basada en l'Ensenyament Multinivell.* Tret de V Jornada sobre Tecnologia i Educació. Alumnat amb necessitats educatives especials, 10 de desembre de 2001.

RUIZ, Robert (2002) "*Algunes reflexions i propostes sobre aspectes conceptuals i pràctics de les Adequacions Curriculars. Disseny de Bases Curriculars Comunes per a tot l'alumnat i adequació personalitzada del currículum"*, SUPORTS n.2 vol.3 (pp.121-148)

SEGARRA, Hermini (1997); TRAVER,Joan (1997) "*La enseñanza de las matemáticas y la construcción de actitudes* ", UNO, n.13 abril; (pp.23-30)

SHUNCK, Dale (1997) *Teorías del aprendizaje.* Purdue Univesrsity: Ed. Prentice may

ANNEXOS

Annex 1: Competències bàsiques

Annex 2: Guió entrevista inicial

Annex 3: Transcripcions entrevistes inicials

Annex 4: Guió entrevistes finals i grup de discussió

Annex 5: Transcripcions entrevistes finals i grup de discussió

Annex 6: El test de motivació AF-5 “Autoconcepte”

Annex 7: Document enviat als diferents centres demanant la col·laboració en l’estudi

Annex 8: Fotografies del material del protocol dels políedres

Annex 9: Fotografies del material del protocol de les desigualtats

Annex 10: Protocol per a introduir el concepte d’equació

Annex 1: Competències Bàsiques

ANNEXOS

Annex 1: Competències bàsiques

A continuació s'adjunta una còpia de la prova C de Matemàtiques dels dos cursos que s'han utilitzat en l'estudi, per tal que el lector pugui veure amb quines activitats s'avaluen els aspectes citats anteriorment.

Prova C (Matemàtiques) – Clau de respostes

Com a criteri general, en aquells apartats en què hagi de donar-se una resposta única, es considerarà que la resposta és incorrecta si l'alumne en dóna més d'una.

S'indiquen amb el signe • les anotacions que el corrector/a de la prova ha de consignar en les caselles de valoració de la franja grisa dels quaderns de l'alumnat. Cal emplenar totes les caselles de valoració emmarcades en negre, atès que el seu contingut s'ha de traspassar a la graella de resultats del grup. Les caselles sense l'emmarcament negre poden deixar-se en blanc o utilitzar-se com a element auxiliar de la correcció.

Activitat 1

1. Pizza per a 6 persones.

Bases de pizza	6
Formatge	300 g
Tomàquet	1 pot i mig (o 1 1/2 pot , o 1,5 pots o 3/2 pot)
Olives negres	18

- Es comptabilitzarà el nombre d'encerts (de 0 a 4).

2. Pizza per a 5 persones.

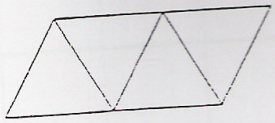
Bases de pizza	5
Formatge	250 g
Tomàquet	1 pot i quart (o 1 1/4 pot , o 1,25 pots o 5/4 pot)
Olives negres	15

- Es comptabilitzarà el nombre d'encerts (de 0 a 4).

Activitat 2

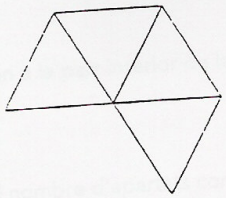
1. Digues si els següents conjunts de quatre triangles equilàters corresponen al desenvolupament pla d'un tetraedre o no:

a.



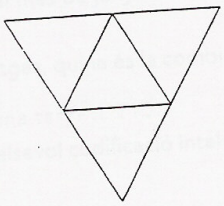
☐ Sí ☒ No

b.



☐ Sí ☒ No

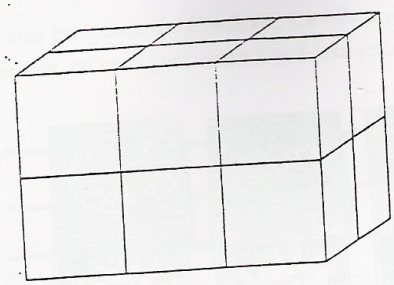
c.



☒ Sí ☐ No

- Es comptabilitzarà el nombre d'encerts (de 0 a 3).

2. Amb dotze cubs es fa la construcció següent:



a. Quantes cares queden a la part exterior de la construcció?

32

b. Quantes cares queden a la part interior de la construcció?

40

- Es comptabilitzarà el nombre d'apartats contestats correctament (de 0 a 2).

Activitat 3

Una persona ha de passar el mes de juny en aquesta ciutat.

1. Si calcula que farà 60 viatges, quina és la combinació de bitllets i targetes més barata possible?

   Una targeta T 50/30 i una targeta T10.
   Es donarà per vàlida qualsevol codificació intel·ligible que indiqui la mateixa combinació, p. ex. T50/30 + T10.

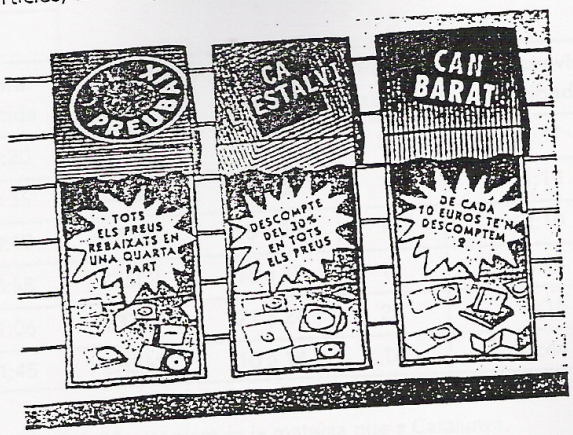
2. I si, en canvi, preveu que farà 70 viatges? Quina combinació de bitllets i targetes li sortirà més a compte?

   Una targeta Tmes

   - Es comptabilitzarà el nombre d'apartats contestats correctament (de 0 a 2).

Activitat 4

A prop de casa hi ha tres botigues: Cal Preubaix, Ca l'Estalvi i Can Barat. Les tres botigues fan promoció dels seus articles, tal com pots veure a la il·lustració.



1. Ordena les tres botigues, començant per la que fa la millor oferta per als clients i acabant per la que fa la pitjor oferta.

   Millor oferta: [illegible]

   Oferta intermèdia: [illegible]

   Pitjor oferta: [illegible]

   Només es considerarà correcte aquest apartat si s'ha escrit la seqüència correcta de les tres botigues.

   - Es comptabilitzarà 1 si la resposta és correcta i 0 si és incorrecta.

2. Quant costarà un article de Ca l'Estalvi, si abans de començar la promoció valia 150 €?

   [illegible]

   - Es comptabilitzarà 1 si la resposta és correcta i 0 si és incorrecta.

Activitat 5

En el panell informatiu d'un aeroport hi ha la informació següent:

SORTIDES						
Destinació	Hora sortida	Número de vol	Taulell facturació	Porta accés	Hora prevista d'arribada	Incidències
Amsterdam	10:20	KLM350	10 a 14	11	12:37	———
Madrid	10:35	IB237	1 a 5	4	11:13	———
París	10:40	AF427	15 a 19	13	12:10	———
Atenes	10:58	235OL	15 a 19	14	13:14	Retard
Nova York	11:06	837TP	21 a 24	22	14:15	———
Munic	11:45	LH562	10 a 14	16	12:44	———

Nota. L'hora local de París i d'Amsterdam és la mateixa que a Catalunya.

1. Quina és la previsió de durada del vol a Amsterdam?

   2 hores 17 minuts o bé 137 minuts

   - Es comptabilitzarà 1 si la resposta és correcta i 0 si és incorrecta.

2. A quant equival aquesta durada en minuts?

   137 minuts

   - Es comptabilitzarà 1 si la resposta és correcta i 0 si és incorrecta.

3. Quina és la previsió de durada del vol a París?

   1 hora 30 minuts o bé 90 minuts

   - Es comptabilitzarà 1 si la resposta és correcta i 0 si és incorrecta.

4. En la maniobra d'enlairament, un determinat avió consumeix les 2/3 parts del combustible que té en aquell moment en el dipòsit. Si se sap que abans de començar l'enlairament tenia 2.700 litres de combustible en el dipòsit, quants n'hi quedaran després d'haver-se enlairat?

   900 litres

   - Es comptabilitzarà 1 si la resposta és correcta i 0 si és incorrecta.

En els apartats 2 i 4, cal considerar correctes les respostes encara que no s'hi posin les unitats, atès que ja s'especifiquen en l'enunciat de la pregunta.

Activitat 6

Es disposa d'un camp cultivable de forma rectangular. Les seves dimensions són de 50 m d'ample i 80 m de llarg.

1. Quants metres de tanca caldrà, si es vol envoltar totalment?

   260 m. També cal considerar correcta una resposta del tipus: "260 m i una mica més per poder treballar més còmodament", o bé "265 m (o una quantitat semblant) perquè en sobri una mica", és a dir, sempre que es justifiqui d'alguna manera la necessitat d'agafar-ne més.

   - Es comptabilitzarà 1 si la resposta és correcta i 0 si és incorrecta.

2. Es vol plantar aquest camp sembrant-hi 15 llavors per metre quadrat.

   a. Quantes llavors es necessiten per plantar tot el camp?

   60.000 llavors

   - Es comptabilitzarà 1 si la resposta és correcta i 0 si és incorrecta.

   b. Quants paquets de llavors s'hauran de comprar, si en cada un hi ha 300 llavors?

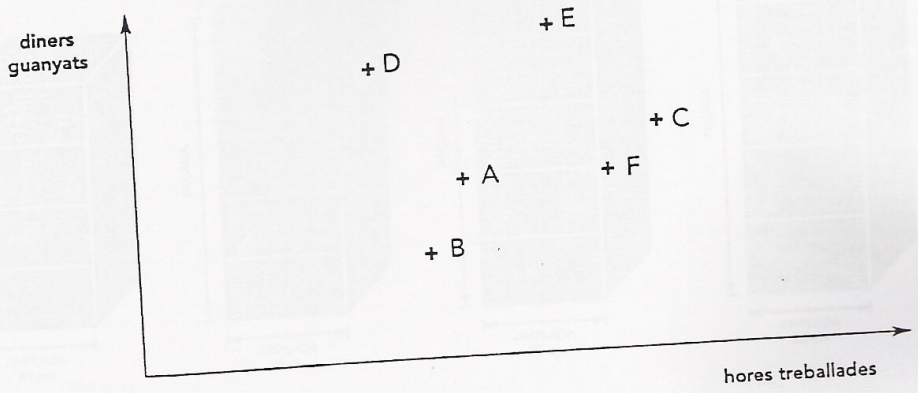
   200 paquets

   - Es comptabilitzarà 1 si la resposta és correcta i 0 si és incorrecta.

Tant en l'apartat 1 com en els 2a i 2b, cal considerar correctes les respostes encara que no s'hi especifiquin les unitats, atès que en l'enunciat ja s'indica la unitat de mesura en què es demana la resposta.

Activitat 7

Un grup de 6 estudiants (A, B, C, D, E, F) es troben després de les vacances i s'expliquen que tots han treballat per guanyar-se alguns diners. En el gràfic següent hi ha una representació de les hores que ha treballat cadascun i dels diners que ha guanyat.



1. Quin és l'estudiant que ha guanyat més diners durant les vacances?

   E

2. Quin és l'estudiant que ha treballat menys hores durant les vacances?

   D

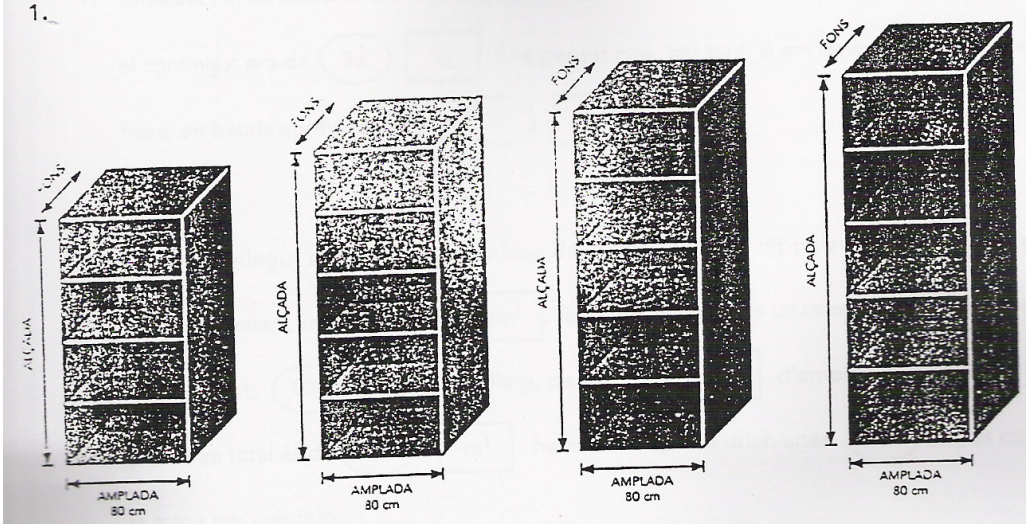
3. Si s'observen les dades dels estudiants A i F, quin es pot dir que ha estat el més ben pagat de tots dos (o sigui, el que ha cobrat més diners per hora treballada)?

   A

- Es comptabilitzarà el nombre d'apartats contestats correctament (de 0 a 3).

Activitat 8

1.



☐ model A ☐ model B ☒ model C ☐ model D

- Es comptabilitzarà 1 si la resposta és correcta i 0 si és incorrecta.

2. Si la Maria vol aprofitar al màxim l'espai, i tenint en compte que la porta de l'habitació s'ha de poder obrir completament, quina serà l'amplada màxima de l'armari que s'hi pot col·locar?

2,25 m (també cal considerar correcta qualsevol resposta compresa entre 2,20 m i 2,25 m).

- Es comptabilitzarà 1 si la resposta és correcta i 0 si és incorrecta.

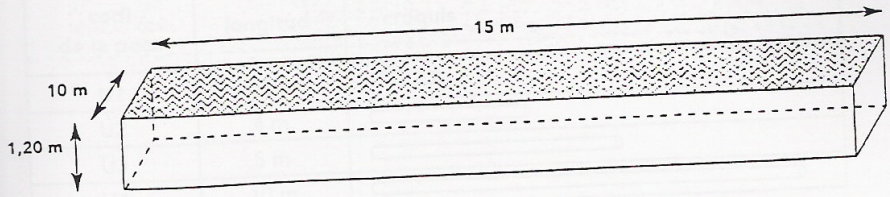
Activitat 9

1. Tenia set i m'he comprat una llauna de refresc. M'he adonat que a la llauna, hi indicava que el contingut era de (33) [cl] i he pensat que, per tant, si em bevia 3 llaunes de refresc, en beuria aproximadament (1) [L].

M'he entretingut a mesurar la superfície de l'ungla del meu dit polze i he calculat que, aproximadament, mesura (2,5) [cm^2]. Tenint en compte que un camp d'esports fa, aproximadament, (100) [m] de llarg, per (25) [m] d'ample i que, per tant, la seva àrea total és de (2500) [m^2], he calculat que caldrien unes (10^7) ungles com la meva per cobrir-lo.

- Es comptabilitzarà el nombre d'encerts (de 0 a 11).

Activitat 10



(el dibuix és il·lustratiu, no és a escala)

1. Quin és el volum, en metres cúbics, de la piscina?

   180 m^3

- Es comptabilitzarà 1 si la resposta és correcta i 0 si és incorrecta.

2. Quants litres d'aigua hi caben?

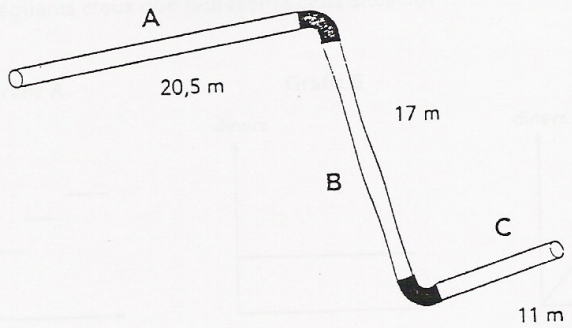
150.000 litres

Si no es posen les unitats en la solució d'aquests apartats, cal considerar-ho correcte, atès que l'enunciat de la pregunta ja especifica en quines unitats es desitja la resposta.

L'apartat 2, cal considerar-lo contestat correctament si el resultat que es dóna és coherent amb el donat a l'apartat 1, o sigui, si és el de l'apartat 1 multiplicat per mil. Per exemple, un alumne que contestés 150 al primer apartat i 150.000 litres en el segon apartat, caldria considerar que té una resposta incorrecta en el primer apartat, però correcta en el segon.

- Es comptabilitzarà 1 si la resposta és correcta i 0 si és incorrecta.

Activitat 11



codi de la peça	longitud	croquis
U1	1,5 m	
U2	4 m	
U3	5 m	
U4	10 m	

1. Determina quantes peces de cada tipus calen per construir cada un dels tres trams de la canonada, de manera que s'usin com a màxim quatre peces per tram:

TRAM A: Una peça de cada tipus.
S'acceptarà qualsevol altra manera d'indicar aquesta mateixa composició, sempre que s'utilitzi una codificació intel·ligible.
P. ex.: Una peça U1, una peça U2, una peça U3 i una peça U4
O bé: 1 U1, 1 U2, 1 U3, 1 U4
O bé: U1 + U2 + U3 + U4

TRAM B: Dues peces U1, una peça U2 i una peça U4,
o bé: Tres peces U2 i una peça U3

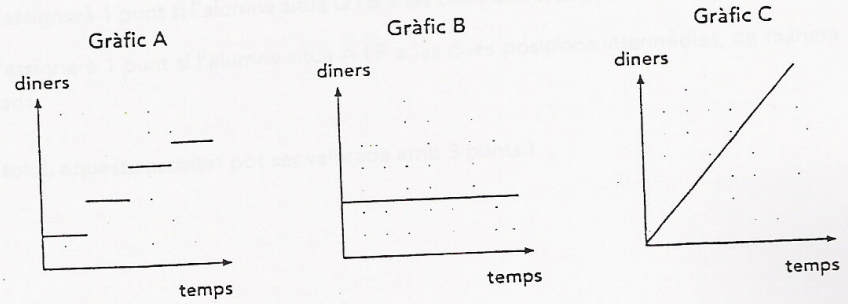
TRAM C: Dues peces U1 i dues peces U2.

Si enlloc del tipus de peça s'hi posa la llargada, cal considerar-ho correcte. Per exemple, és tan correcte dir "una peça U2" com dir "una peça de 4m".

- Es comptabilitzarà el nombre d'apartats contestats correctament (de 0 a 3).

Activitat 12

1. Si es representa gràficament el que s'ha de pagar segons el temps que s'utilitza el servei, quin dels gràfics següents creus que representa cada situació?

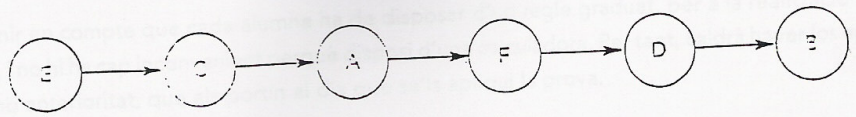


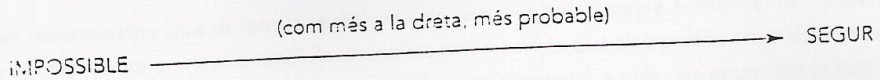
- El gràfic que descriu la manera de pagar per utilitzar el mòbil és el gràfic C.
- El gràfic que descriu la manera de pagar per visitar el museu és el gràfic B.
- El gràfic que descriu la manera de pagar per utilitzar el pàrquing és el gràfic A.

- Es comptabilitzarà el nombre d'apartats contestats correctament (de 0 a 3).

Activitat 13

1. La seqüència correcta és:





Aquesta activitat es valorarà separant la seqüència en tres trossos, que s'observaran de forma independent:

- S'assignarà 1 punt si l'alumne situa E i C a les dues primeres posicions, de manera ordenada.
- S'assignarà 1 punt si l'alumne situa D i B a les dues darreres posicions, de manera ordenada.
- S'assignarà 1 punt si l'alumne situa A i F a les dues posicions intermèdies, de manera ordenada.

(En total, aquesta activitat pot ser valorada amb 3 punts.)

Prova C (Matemàtiques) · Instruccions d'aplicació

Cal tenir en compte que cada alumne ha de disposar d'un regle graduat, per a la realització de la prova, i no hi ha cap inconvenient perquè disposi d'una calculadora. Per tant, caldrà haver-los advertit, amb anterioritat, que els portin el dia que se'ls apliqui la prova.

No és recomanable que durant la realització de la prova, ni abans de començar-la, l'ensenyant aclareixi cap dubte en relació amb els enunciats dels ítems, ja que això podria crear diferències en les condicions en què realitzen la prova els diferents alumnes i, a més, els enunciats ja han estat elaborats de manera que no siguin necessaris més aclariments.

En començar la prova, l'ensenyant recordarà a l'alumnat (és la primera prova del dia) que:

- *Cal omplir la portada del quadern amb el nom i cognoms, el nom del centre i el grup al qual pertanyen.*
- *La prova s'ha de fer individualment i, per tant, no s'ha de consultar res ni demanar material (calculadora, regle...) a cap company.*
- *Si tenen algun dubte en algun enunciat, cal que el tornin a llegir amb més atenció i que no li'n demanin cap aclariment.*
- *Al llarg de la prova caldrà que usin un regle graduat i, si ho desitgen, poden usar la calculadora; per tant, cal que en tinguin a l'abast.*
- *Cal que s'esforcin a fer la prova tan bé com sàpiguen.*
- *Cal que llegeixin atentament cada enunciat abans de donar-ne la resposta.*
- *Poden usar l'espai en blanc de cada full per fer càlculs, dibuixos, esquemes, etc., però cal que no escriguin res en la part ombrejada de cada full.*
- *Si volen rectificar alguna de les respostes que han donat, només cal que la ratllin i marquin clarament quina és la resposta que donen per bona.*

Annex 2: Guió entrevista inicial

Annex 2: Guió entrevista inicial

Guió orientatiu, facilitat als diferents col·laboradors per seguir un ordre concret a les entrevistes.

1. Comentar si ha entès l'e-mail on exposava la motivació i la finalitat del meu treball i demanar obertament què en pensa (si creu que el mètode pot ajudar a introduir millor els conceptes, si creu que això no millorarà en res els resultats, si creu que d'entrada és bo anar del concret a l'abstracte , etc..), amb l'objectiu de fer-lo partícip i que vegi que simplement vull experimentar sobre aquella proposta per veure si totes aquestes qüestions queden resoltes una mica més.

2. En segon lloc, li deixaré molt clar que no pretenc avaluar ni a la persona que fa la classe ni a l'escola sinó el mètode. Puc comentar que jo també participaré en aquesta prova – pilot i afegir que les dades seran sempre anònimes. Tot i així, un cop acabat, podem comentar els resultats entre tots dos (a nivell informal).

3. Perfil: formació, anys d'experiència, edat....

4. Tipus de dinàmica que es segueix normalment: magistral, material manipulatiu, altres recursos ....

5. Si finalment creu que val la pena provar-ho, centrant-nos en el treball, explicaré com faré la comparació i demanaré una descripció dels dos grups, on hi consti:

- Així d'entrada, preguntar si creu que costa motivar els alumnes en aquesta àrea. Per què ? (Tipus de contingut, tipus d'alumnat, altres...).

- Nivell educatiu de cada grup (els alumnes provenen de famílies amb estudis primaris, secundaris, superiors... qualitatiu) i ratio de cada grup.

6. Demanar si li farà res donar-me els resultats de les Competències Bàsiques de 2n de cada un d'aquests grups (per tal de fer un contrast d'hipòtesis amb les mitjanes i veure si són significativament del mateix nivell o no).

Annex 3: Transcripcions entrevistes inicials

Annex 3: Transcripcions entrevistes inicials

Entrevista inicial 1: Escola 1, a data de 10 d'octubre de 2003

LL: Lluïsa Prat, llicenciada en Biologia, professora de Matemàtiques responsable de la prova a l'Escola 1
M: Marta Domingo (investigadora)

Per elaborar l'entrevista inicial s'ha fet seguint el guió presentat a l'Annex 2.

Marta: Bé, en primer lloc, donar-te les gràcies perquè si avui ens hem trobat és perquè et ve de gust col·laborar...

Lluïsa: Ah, cap problema. De fet, abans de llegir l'e-mail, quan m'ho vas comentar ja t'ho vaig dir: tot el que serveixi per aprendre coses noves és interessant. Ens cal investigar molt en aquest sentit, i s'agraeix molt que persones com tu s'hi dediquin i ho transmetin a altra gent.

M: Així, d'entrada, però, després de llegir l'e-mail, què et sembla la idea? Creus que pot anar bé de cara a motivar més als alumnes, o creus que potser és picar ferro fred.

LL: A veure, encara no ho hem provat, però l'exemple que em vas passar em va agradar molt. Mai m'havia plantejat fer-ho així, clar, jo arribo a classe i explico normal a la pissarra, tan bé com puc, i ja està, però potser aniria bé començar una mica diferent. Perquè... tu ho fas així?

M: Sí. El què passa és que no m'ho escric. I intueixo que és una bona manera de començar, per això vull que ho provin altres persones. A veure, m'agradaria deixar-te molt clar que en aquesta prova no estic avaluant com fas tu les classes, ni molt menys. Simplement intento provar aquest disseny, amb diferents professors, i ja està.

LL: No, tranquil·la, ja entenc què vols dir.

M: Molt bé. Em podries dir quina és la teva formació i en quina franja d'edat et trobes?

LL: Sí, jo sóc biòloga i també he fet magisteri. Ara fa 18 anys que dono classes. La meva edat és de 39 anys, no em fa res dir-ho.

M: Bé, i quin tipus de dinàmica de classe fas habitualment?

LL: Com ja t'he dit, la de tota la vida. Faig les explicacions a la pissarra i fem exercicis.

M: Magistral?

LL: Sí, a més, com que no sóc matemàtica a vegades suposo que em falta imaginació per fer-ho d'altres maneres.

M: Perquè, tu, així d'entrada, per què creus que costa motivar als alumnes en aquesta àrea?

LL: Potser hi ha dos factors. En primer lloc, sempre surt la típica pregunta : "I això, per què serveix?". I a més, molts cops el què expliquem es troba molt lluny del què viuen, del què els envolta. Clar, en Socials, per exemple, o Naturals, tot el què els explica és del seu entorn. En canvi, una funció afí, o un polinomi...

M: Sí, per això crec que cal buscar maneres d'acostar-los a la realitat, encara que després hagis d'anar fent abstracció, doncs si no, no serien Matemàtiques!
Molt bé: has pensat en quins dos grups podem fer la prova?

LL: A veure, com que demanes que tinguin nivells similars, ho podríem fer amb 3r A i 3r C.

M: Sí, per això dels nivells m'aniria bé si el centre em pogués passar els resultats de la prova de Matemàtiques de les Competències Bàsiques.

LL: Sí, ho diré al Cap del Departament.

M: Com et vaig explicar a l'e-mail, tria dos temes que et facin gràcia i farem la prova dues vegades, alternant el grup experimental.

LL: Havia pensat fer-ne un de geometria i l'altre...

M: Tan és, poden ser tots dos de geometria, si vols. A mi m'és igual.

LL: Ara, d'aquí un mes farem els políedres regulars. I més endavant, potser provaria amb les funcions, aquest que m'has enviat d'exemple.

M: Quina editorial feu servir?

LL: Barcanova.

M: Molt bé, doncs em posaré en contacte amb tu quan ho tingui tot a punt... i merci una altra vegada!

Entrevista inicial 2: Escola 2, a data de 14 de març de 2004

R: Roser Saborit, llicenciada en Química, professora de Matemàtiques responsable de la prova a l'Escola 2
M: Marta Domingo (investigadora)

Per elaborar l'entrevista inicial s'ha fet seguint el guió presentat a l'Annex 2.

Marta: Bé, en primer lloc, donar-te les gràcies perquè si avui ens hem trobat és perquè et ve de gust col·laborar...

Roser: No, a veure, el què em sap greu és que haguem trigat tant a trobar-nos i et demano disculpes, perquè des del setembre que ens ho vas enviar...

M: No, ja se sap, el curs passa volant.

R: Vols dir que hi som a temps?

M: I tant, per això no pateixis. A veure, què et va semblar la idea, quan la vas llegir?

R: Ah, vaig pensar que molt bé, a mi em va agradar molt. I de seguida vaig dir que sí a la Cap d' Estudis, de veritat.

M: Em podries dir quins estudis tens i quants anys fa que dones classe? No és pas cap examen, però és el protocol...

R: Ah, cap problema. Sóc química i fa 8 anys que sóc en aquesta escola fent classes. Tinc 32 anys i ja et dic, vaig acabar la carrera i al cap de poc em van oferir aquesta feina, i de moment, bé.

M: I quin tipus de classes fas: activa, magistral...

R: Mira, normalment faig la introducció oral, després llegim el llibre i si cal faig una mica d'aclariment a la pissarra. Després fem els exercicis. I ara fa poc, ens

hem proposat tots els de mates, fer una mica de càlcul mental, cada quinze dies, aproximadament. I si podem, anem algun dia a l'ordinador, també. Però en general, és això, llegir el llibre i fer exercicis.

M: I per què creus que als alumnes els costa tant motivar-se i aprendre Matemàtiques?

R: Mira, d'entrada, perquè la distància entre la realitat i el contingut que els expliquem és molt gran. A més, no li veuen cap utilitat. A mi em va molt bé posar exemples, però a vegades em costen de trobar, per això em va semblar molt bé quan vaig llegir la teva proposta.

M: El nivell educatiu de les famílies de l'escola...

R: Entre estudis secundaris i superiors, encara que ara amb la immigració cada cop menys...

M: Quins dos grups has triat?

R: A veure, és que com que hem canviat la modulació, faré probabilitat, d'aquí poc, tant amb 3r com amb 4t, perquè cap dels dos cursos ho ha fet, així que m'aniria bé provar-ho amb tots dos grups.

M: Fantàstic, encara no havia fet cap tema d'aquest àmbit! Quina editorial teniu?

R: Santillana.

M: D'acord. Creus que hi hauria algun problema per tenir els resultats de les Competències Bàsiques de 2n, de cadascun dels grups?

R: No, ja te'ls passaré.

M: Doncs molt bé, ho deixem aquí. Gràcies!

Entrevista inicial 3: Escola 2, a data de 19 de novembre de 2003

E: Eduard Jiménez, llicenciat en Biologia i diplomat en Empresarials, professor de Matemàtiques responsable de la prova a l'Escola 3
M: Marta Domingo (investigadora)

Per elaborar l'entrevista inicial s'ha fet seguint el guió presentat a l'Annex 2.

Marta: Bé, no sé si has llegit l'e-mail que et vaig enviar , si has entès el que vull fer..

Eduard: Sí, la veritat és que molt per sobre, però l'he llegit.... Realment, tens un exemple de cada tema?

M: A veure, no ben bé, el que sí que tinc clar és com vull que siguin, en el sentit que motivin al màxim, que provoquin el desequilibri que diu Ausubel en aquell esquema que et vaig passar. En tot cas, si realment tens ganes de col·laborar, és una de les coses que hauré de pensar, segons el tema que triem, per què, així d'entrada... creus que val la pena provar-ho, o trobes que és picar ferro fred ?

E: No, no. I tant. Sí. Crec que val la pena. Per què, això, com aniria?

M: No pateixis, ara t'ho explicaré. Abans d'entrar en el tema, només una qüestió. Si al final la cosa tira endavant, estaries disposat a participar en un grup de discussió per comentar la jugada?

E: Sí, sí. M'interessa el tema, si realment trobem una bona solució estarà bé parlar-ne, sempre va bé..

M: Bé, abans d'entrar en matèria, només comentar-te que en cap moment el meu treball pretén avaluar-te ni a tu com a professor, ni a la teva escola, ni a com fas classe ni res de tot això.. Les dades que utilitzi seran anònimes i de fet, jo també participaré com a professora..

E: No pateixis, ja sé de què va, tot això!

M: Molt bé, ara et faré algunes preguntes. Quina formació tens?

E: Sóc biòleg, vaig fer dos anys de Matemàtiques i després em vaig passar a Empresarials.

M: Edat? Només vull saber en quin interval d'aquests estàs..

E: En aquest, tirant cap al final. No em fa res dir l'edat..

M; Anys d'experiència, com a docent?

E: Dotze.

M: Quin tipus de dinàmica utilitzes?

E: Suposo que cada professor s'ho monta com pot. Jo procuro explicar i després corregir molt, és important que els alumnes facin i vegin molts exercicis. I després també dono molta importància al fet que els alumnes tinguin la llibreta molt ordenada. I una cosa que potser no t'ha dit ningú però que procuro cuidar sempre, és el clima: el grau de comunicació entre el professor i l'alumne i l'ambient que es crea, és molt important, per aprendre Matemàtiques.

M: Totalment d'acord! I per què creus que els costa tant?

E: Bàsicament per dues coses: en primer lloc, per l'abstracció dels continguts... i després, perquè no és una cosa aplicable directament a coses reals i properes a ells.

M: Això sí que m'ho ha dit algú, ja.

E: No sé què havies pensat tu, però a mi m'agradaria fer la prova a 3r i a 4t. Amb els de 3r, amb el tema de les desigualtats, perquè els costa molt després resoldre bé les inequacions. I a 4t, podríem fer alguna cosa de trigonometria.

M: Em sembla molt interessant. Necessitaria, per anar bé, més endavant, els resultats de les Competències Bàsiques de 2n, de cadascun dels grups.

E: Ja te'ls enviaré. Quan els vols?

M: Ui, més endavant. Crec que abans ens tornarem a veure.... Ai, per cert, quina editorial feu servir?

E: Cruïlla, però jo molts cops agafo altres materials.

M: Molt bé. Merci, i fins la propera!

Annex 4: Guió entrevistes finals i grup de discussió

Annex 4: Guió entrevistes finals i grup de discussió

Guió orientatiu, facilitat als diferents col·laboradors per seguir un ordre concret a les entrevistes.

1.- Normalment, entre la proposta de protocol i la posada en escena han aparegut inconvenients. Els recordes?

2.- Creus que el plantejament segueix una línia motivadora?

3.- Creus que el plantejament segueix una línia comprensiva?

4.- Creus que el plantejament segueix una línia significativa?

5.- Altres observacions.

Annex 5: Transcripcions entrevistes finals i grup de discussió

Annex 5: Transcripcions entrevistes finals i grup de discussió

Entrevista final 1: Escola 1, a data de 23 de juny de 2004

LL: Lluïsa Prat, llicenciada en Biologia, professora de Matemàtiques responsable de la prova a l'Escola 1
M: Marta Domingo (investigadora)

Per elaborar l'entrevista final s'ha fet seguint el guió presentat a l'Annex 4.

Marta: Bé, comencem per la primera pregunta...

Lluïsa: Sí, d'inconvenient no n'he trobat cap, però m'agradaria fer-te algun suggeriment que crec que podria anar millor. Per exemple, en el cas dels políedres, hi he trobat a faltar el cas d'aquell cos en la que totes les cares són iguals però a cada vèrtex no hi conflueixen el mateix nombre d'arestes...

M: Sí, ja sé quina vols dir. No la poso perquè després l'utilitzo com a trampa a l'examen, és una figura que va molt bé.

LL: Ah, vist així també té gràcia. Pel què fa al tema de funcions, a part de dir-te que en aquest cas els més bons en matemàtiques crec que van disfrutar més de l'habitual, doncs a vegades s'avorreixen, potser l'exemple del taxi era molt repetitiu, i com que aquí no se'n veuen gaires....

M: És veritat, tens raó. No és gaire adequat per Vic. El pots canviar i fer l'exemple d'una discoteca amb preu d'entrada o no, o per una botiga de fruita en el que et cobren o no la bossa ....

LL: Sí, al final m'inventava coses així. De fet, em va anar molt bé la teva idea i jo mateixa hi vaig posar la meva salsa..

M: Fantàstic. Aquest és l'objectiu, que cadascú s'hi trobi bé i ho faci a la seva manera. Pel què fa a la segona pregunta, creus que el plantejament segueix una línia motivadora?

LL: Sí, absolutament. Pensa que tant en un cas com en l'altre, van estar molt atents. En el cas dels políedres ens va passar l'hora volant, i tots estaven molt concentrats contant cares, arestes, anotant els resultats... i a l'hora d'arribar a la conclusió ho feien amb ganes, en parlaven i estaven contents de trobar-ho, perquè de fet, un cop omplert el quadre era força senzill. El dia que vam fer el tema de les funcions, hi havia molta expectació, i participaven força en el diàleg, tot i que en algun moment algú es va perdre i vam tirar enrera, però crec que al final de l'hora tothom tenia una visió panoràmica dels tres tipus de funcions, i això em va anar molt bé durant la resta de la unitat.

M: I comprensiva? Quan dic comprensiva em refereixo a que va arribar a tothom....

LL: Bé, en el cas dels políedres, absolutament. Ja et dic, fins i tot els que sempre passen de tot estaven molt posats en el tema i aquell dia van treballar de valent. Potser en el cas de les funcions hi va haver algú que es va embolicar una mica, però això no treu que si ho hagués fet com a l'altre grup tampoc s'hagués perdut, és a dir, crec que d'aquesta manera ho van entendre millor, tot i que el tema en sí és més abstracte que el dels políedres. De fet, tinc molt clar que el curs vinent ho faré així amb tots els grups, perquè jo també vaig sortir molt animada de la classe.

M: Bé, ara anem al darrer punt. Quan et demano si la línia és significativa t'estic demanant pel resultat de les preguntes que els fas quan els avalues i que estan relacionades amb el que vas presentar amb aquest protocol. Creus que van fer-ne un aprenentatge significatiu, en el sentit que els resultats van ser millors, perquè se n'enrecordaven de tot allò?

LL: En el cas dels políedres m'atreviria a afirmar que sí, encara que no hi vaig parar especial atenció en el moment de corregir les proves. En el cas de les funcions sí que vaig quedar realment sorpresa de que gairebé tothom va saber formular un cas lineal i un cas afí a partir d'unes dades que els donava...

M: Et puc dir que tens raó, doncs el grup experimental en aquest cas, obté una puntuació mitjana de 0.8 sobre 1 en aquest exercici, mentre que el grup control

obté una puntuació de 0.63. Això però, no sé si ens permet afirmar una relació de causa –efecte directe, i per això m'agrada analitzar la percepció dels que ho heu dut a terme...

LL: Doncs en el meu cas, ja et dic, en tinc una molt bona impressió. Si mai vols que posi en pràctica un altre tema només m'ho has de demanar, jo encantada!

M: Va bé saber-ho, gràcies!

Entrevista final 2: Escola 2, a data de 3 de juliol de 2004

R: Roser Saborit, llicenciada en Química, professora de Matemàtiques responsable de la prova a l'Escola 2
M: Marta Domingo (investigadora)

Per elaborar l'entrevista final s'ha fet seguint el guió presentat a l'Annex 4.

Marta: Bé, Roser, a partir del guió que et vaig passar, o en un altre ordre, m'agradaria molt que anessis comentant la teva percepció sincera de l'experiència que has dut a terme amb el tema de Probabilitats.

Roser: No sé per on començar... M'ha agradat molt, ja t'ho vaig dir.

M: I als alumnes... creus que ha estat positiu per ells?

R: penso que això no pot ser negatiu de cap manera, sinó que és enriquidor, i si algú diu que no li agrada fer-ho és perquè no vol incorporar noves metodologies, però pels nanos no hi ha res de negatiu.

M: pel què fa a la motivació ...

R: Ui, estaven molt motivats. A més, era al principi de tema i sempre els fa una mica de mandra. En canvi, aquest dia estaven molt engrescats, tirant les monedes i els daus, i anotant els resultats. A més, tots van arribar a deduir la Regla de Laplace. Fins i tot aquells que no se n'enteren mai del què expliques... segur que va ser motivador.

M: Així, pel què dius, va ser comprensiu, és a dir, tothom va arribar a l'objectiu del protocol...

R: Sí, sí, ja et dic, tots. No amb els noms de casos favorables i casos possibles però la idea la van captar tots perfectament.

M: Molt bé, doncs, ara només faltaria dir si a l'hora dels resultats al voltant del tema hi vas notar millora, però en el teu cas, aquesta pregunta l'ometrem, doncs suposo que no els vas demanar la Regla de Laplace a l'examen...

R: No, només l'havien de saber aplicar.

M: Molt bé, doncs si vols afegir alguna cosa...

R: El que he dit al principi, que m'ha agradat molt, i que penso que estaria bé poder tenir més temes d'aquests per fer alguna sessió diferent de tant en tant, i que a més els ajudés a entendre les coses. Si necessites que ho faci el curs que ve amb un altre tema, cap problema. De fet, jo, quan torni a fer probabilitats l'any que ve, ho faré amb tots els grups.

M: Molt bé doncs, merci!

Entrevista final 3: Escola 3, a data de 2 de juliol de 2004

E: Eduard Jiménez, llicenciat en Biologia i diplomat en Empresarials, professor de Matemàtiques responsable de la prova a l'Escola 3
M: Marta Domingo (investigadora)

Per elaborar l'entrevista final s'ha fet seguint el guió presentat a l'Annex 4.

Marta: Si et sembla bé comencem per la primera pregunta...

Eduard: Bé, no m'ha funcionat igual a 3r i a 4t, perquè aquest any tenia grups molt fluixos, sobretot a 4t, i per tirar-los endavant he hagut de fer meravelles. De totes maneres, el que se'n diu dificultats de protocol no me n'han aparegut...

M: Em vas comentar per telèfon que amb el tema de les desigualtats t'havien aparegut decimals ...

E: Sí, però això no ho veig com un problema, al contrari. Jo sóc dels que m'agrada que es trobin amb sorpreses. Per exemple, a segon, quan fan les equacions, estan acostumats a que totes donen nombres enters, i això després a tercer és un problema, es pensen que si no dóna exacta s'han equivocat! Així que amb el tema de les desigualtats vaig trobar positiu que apareguessin decimals, s'han d'acostumar a que surtin nombres alts, lletjos i complicats! En el cas del teu protocol, primer es van bloquejar, però després van haver de pensar i se'n van sortir, si més no la gran majoria.

M: I creus que segueix una línia motivadora?

E: Sí, aquest de les desigualtats em va agradar molt i els va motivar força, potser pel fet de que competien entre ells, i a més va ser molt àgil, més del que semblava aparentment. El de trigonometria va costar més, potser perquè era a quart i són un grup difícil, crec que es deu al tipus de nanos que ho van fer. Ara, aquest de les desigualtats, fins i tot algú es va avançar i abans d'acabar la fitxa ja va intuir la idea i va anar molt bé.

M: Van deduir les normes, al final de ..

E: Sí, si. El que està clar és que amb una hora de classe el tema estava tancat i amb força agilitat. Vaig poder passar a les inequacions a la següent sessió, i de tant en tant els hi recordava.

M: I quan resolien les inequacions, acabaven recordant quan havien d'invertir el signe de la desigualtat? Se n'enrecordaven?

E: Sí, la majoria sí.

M: Molt bé. Quan et dic això de comprensivitat, a la propera pregunta, et demano si va arribar a tothom...

E: Sí, jo crec que el concepte va arribar a tothom, aplicar-lo ja és un altre tema. La gràcia és que a la majoria dels que va arribar, va ser sense una intervenció directa meva. A l'altre grup també va acabar arribant però més al final del tema, de fet els hi vaig donar tot fet...

M: Llavors, creus que el grup experimental va fer un aprenentatge més significatiu?

E: Sí, n'estic segur. Sí.

M: Llavors, recordo que quan vam fer l'entrevista inicial deies que les dificultats en l'ensenyament de les Matemàtiques es trobaven en l'abstracció dels continguts, en que es tocaven coses llunyanes a ells i després destacaves que era molt important aconseguir un bon clima a l'aula. Creus que amb aquesta manera de fer tot això millora? Es va crear un bon ambient?

E: Sí. T'ajuda a cohesionar. Jo crec que quan treballen autònoms el clima sempre millora. A més ells s'ho van trobant. Temps enrera havien treballat el mètode de Divermat i m'arribaven més motivats que ara. Crec que la motivació és vital per aprendre...ara, el mètode no crec que serveixi igual a segon cicle, doncs crec que

pel tipus de contingut cal una dinàmica més “dura”, però amb la garantia de que aprenguin, i per això m’agrada molt la intenció que poses en els teus plantejaments. Hauríem de posar-nos d’acord tots els professors de Matemàtiques, especialment els de segon cicle, per intentar anar per aquí...

M: Això seria genial...

E: Sí, crec que hi ha molta feina a fer en aquest sentit, per això quan em vas demanar la meva col·laboració no vaig dubtar gens.

M: Molt bé, gràcies.

Transcripció del grup de discussió:

Grup de discussió, a data 30 de juny de 2004

T: Toni Torrents: cap del Departament Científico – Tècnic de l'Escola 1
LL: Lluïsa Prat: llicenciada en Biologia, professora de Matemàtiques responsable de la prova a l'Escola 1
MC: Marta Cunill: professora de l'Escola 1, llicenciada en Matemàtiques
M: Marta Domingo (investigadora)

Per elaborar el grup de discussió ho hem fet seguint el guió que presento a l'Annex 4, permetent així que es puguin tornar a reflectir i/o aprofundir certs aspectes que potser ja han sortit a l'entrevista final, de manera comuna i contrastada.

Marta: del treball fet, sóc conscient que no podem establir, potser, una relació de causa- efecte directa, en el sentit que aplicant el mètode tot va millor. Per dues coses: la primera, és que cal analitzar realment quin aspecte aconsegueix millorar el mètode (la motivació, el rendiment, l'atenció ...); la segona, cal buscar i investigar, del mètode, quins són els elements que fan que funcioni: el material manipulatiu, el fet d'haver diàleg, el fet de fer grups ...

Lluïsa: sí, és el què t'anava a dir. Si tots els temes els comencéssim amb material manipulatiu, potser el 4t tema ja dirien "ja hi tornem a ser, quin rotllo...", se n'atiparien, crec que és important canviar la tècnica segons el tema, si no, es desmotiven. No pots fer-ho tot de la mateixa manera.

M: Així, resumint, m'has dit que el tema dels políedres segueix una línia motivadora i comprensiva, però el de les funcions, més motivadora en un sector en concret.

LL: Sí, exacte.

M: Tot i que el rendiment, al final, era bastant bo, doncs la mitja de les puntuacions de la pregunta referent al tema surt de 0.8 sobre 1.

LL: Sí, va sortir molt bé.

M: quan us parlo de línia significativa, em refereixo a que quan aprenen el tema, l'aprenen de manera que allò els queda, no ho han de memoritzar, perquè tenen el referent de quan ho vas presentar.

LL: Sí, en el cas de les funcions, jo els feia referència contínuament a aquell esquema que vam presentar el primer dia; els hi deia "són aquelles que passava tal cosa amb la n ... " i se n'enrecordaven, i això servia molt. En el cas dels políedres regulars, queda més aïllat.

Toni T: Sí, no tens tanta ocasió d'anar-ne parlant, perquè de seguida es passen a altres figures. És més puntual.

M: Perquè en aquest tema, m'havies dit que els va quedar pendent el fet de deduir...

LL: No, no. La deducció la van poder fer a la classe. El que va quedar pendent va ser buscar la definició de convex, i el fet de poder posar en comú el què havien deduït. Però jo m'anava passejant i separadament tots ho van arribar a deduir. El dia següent va anar molt bé posar-ho en comú perquè en vam parlar uns cinc minuts i va quedar molt consolidat.

M: Doncs bé, ara m'agradaria que ara, vosaltres, Toni i Marta, tot i que no ho heu posat a la pràctica, però que us heu llegit els temes, donéssiu la vostra opinió. Això sí, us demano que sigueu crítics, perquè això m'ajudarà a trobar el que estic buscant...

T: Jo et puc dir algunes coses, tot i que crec que té un valor molt relatiu perquè no ho he posat a la pràctica ... D'entrada, m'ha agradat molt. Ho valoro moltíssim i crec que has de continuar per aquí, perquè la línia m'agrada molt, però si et pot servir d'alguna cosa... també faria alguna objecció: per exemple, no tots els temes m'han agradat igual. Quan tu dius que curiosament no tots han funcionat igual i que això pot voler dir que no té incidència en els resultats ... jo crec que sí que

n'ha de tenir, per força, però jo crec que és perquè potser no tots són iguals d'encertats, tot i que són molt bons, però per matisar una mica...

M: ... si no et fa res, pots concretar quins ...

T: Bé, per exemple, el de trigonometria és el que m'ha agradat menys. Crec que, per altra banda, això que has preparat és una molt bona eina per presentar els conceptes però no pots fer-la servir sempre, sinó només per a l'etapa inicial, doncs anem molt curts de temps. Crec que de cara als nanos és molt interessant per: fer-los perdre la por, fer-los veure que això té alguna cosa a veure amb ells, que les coses surten...però no podem fer matemàtiques només jugant. En conclusió: crec que això és un recurs que ha d'estar com a complement de, i no enlloc de... Un cop hi ha la connexió ha d'arribar un punt en el que l'alumne faci l'esforç de pensar i s'acostumi a treballar dins de la matemàtica mateixa... de fet, el que tu presentes és el pont ideal perquè surtin de la realitat i hi entrin, però un cop dins, han de ser capaços de poder-s'hi mantenir. I repeteixo, no els trobo tots igual...

M: I llavors, a partir d'aquí, quins són els que trobes més encertats...

T: Home, el de les desigualtats, trobo que d'una cosa molt àrida fas un esforç perquè s'entengui i el procés inductiu que els fas fer segur que és significatiu... Ara faig un pronòstic: segur que deuria funcionar, clar que també depèn molt de l'art de qui hi ha davant ... però ho trobo molt còmode per a ells.

M: Sí, un altre que m'ha donat molt resultat és el de probabilitats..

LL: Sí, aquest a mi m'ha agradat molt, el vaig trobar molt interessant ...

M: De fet, tots van arribar a deduir la Fórmula de Laplace, que sé que en aquest cas és fàcil de recordar, però..

T: Però escolta, té molt mèrit, portar a tots els nens fins aquí.

M: Llavors la meva idea és dir: aquests que han funcionat millor, per què? Aquest per mi és el següent pas.

LL: Home, fixa't que tots els que hem anat dient són els més manipulatius: per exemple, en el de políedres hi havia el tema de les figures que podien tocar, en el de les desigualtats amb els cartronets, probabilitat anar tirant monedes o daus.

M: Clar, aquí, el problema que jo em trobo és en que parteixo de com jo faig les classes, però a mi en realitat les introduccions, excepte amb el tema dels políedres, em duren uns quinze minuts i al cap de vint estem ficats de ple en el tema. Per exemple, en el de les desigualtats vaig fer el mateix però sense els cartronets, però la idea era la mateixa, de fet en aquest cas els cartronets eren un suport més per al professor ... Potser a l'hora de fer-ho per altra gent és potser quan ho farceixo més, m'engresco i em surt més llarg... Però a les meves classes, al cap de poc ja estem fent matemàtiques formals, amb definicions, etc. ... És aquí on m'he decebut una mica, quan m'ha ocupat una hora una introducció que jo faig amb un quart.

El que sempre intento, és que el procés que faig sigui inductiu, per mi això és molt important. A l'hora de plasmar-ho en un protocol és quan queda més farcit, però vull investigar quins són els elements que fan que s'entenguin bé els conceptes.

LL: Perdona, amb això que dius de l'hora, per mi, en el cas del tema de funcions, més aviat vaig tenir la sensació que guanyava temps enlloc de perdre'n, perquè amb la primera hora de classe els nens ja sabien de què els parlaria durant les classes següents, i crec que aquest sí és un element motivador.

M: Això que dius és molt interessant, crec que val la pena tenir-ho en compte. Bé, doncs, ara, Marta, si et sembla comentar alguna cosa...

MC: Bé, la part de la idea també la trobo molt bona, però a mi em faria una mica de por posar-ho a la pràctica, pel fet de que algú es quedés només amb l'anècdota de l'exemple i no fós capaç d'anar més enllà. No sé, potser els que ho heu posat en pràctica ho veieu més clar i dieu el contrari. Jo sóc una mica més escèptica..

LL: Sí, però pensa que és una incidència tant puntual, que després ja et permet explicar la resta matemàticament, crec que enriqueix i complementa molt bé la

resta, no ho desplaça ni molt menys.. L'anècdota, per el que he vist, els queda a segon terme.

MC: El de successions, per exemple, m'ha semblat que era tant lúdic, que crec que enlloc d'acostar-los als conceptes els pot dispersar... com a crítica això, ara bé, crec que per motivar-los hem d'anar per aquí.

M: Justament el de successions el vaig fer jo, vaig arribar a classe i els vaig dir "avui us faré saltar, acosteu-vos", hi vaig estar deu minuts, sempre hi ha el típic que vol saltar en aquell moment, etc.. però a l'hora de seure a la taula i de formular-los les preguntes, tots van arribar a deduir la fórmula del terme general, i per això, justament d'aquest n'estic contenta. De fet, quan es va acostar l'examen i els vaig dir si volien tenir la fórmula em van dir "no, la fórmula del terme general ja ens la sabem, és la que hem de pensar en els salts". N'estic molt contenta, jo, d'aquest.

MC: Clar, jo tampoc conec massa la posada en acció a segon cicle, potser és perquè jo estic a primer cicle i aquí no els veig tant capaços de fer l'abstracció..

M: Clar, jo aquest el vaig fer a tercer, concretament. Potser el fet d'escriure-ho ho ha carregat més que el que vull transmetre. És que el que jo vull transmetre és l'esperit, que quan algú ho llegeixi capti això general que estic buscant i sigui capaç d'idear-ne un altre adaptat al seu context. En cap moment vull demostrar que aquesta és la manera, de forma tancada...

T: Crec que entre tots hauríem de fer catàlegs de temes d'aquests. Ja ens agradaria disposar de diferents formes d'introduir els temes. Això és una porta d'entrada, no l'única però sí una molt possible.. Ara, amb el de políedres regulars haig de dir que em costaria trobar una fórmula alternativa, m'ha agradat moltíssim.

M: Jo tinc moltes ganes d'agafar diferents temes i preparar-los, però el que vull investigar a priori per transmetre-ho millor són aquests elements que dèiem que podien ser crucials. Hem dit material manipulatiu, treball en grup, inducció... algun més?

LL: Participació ...

MC: Sí, involucrar la canalla

M: És a dir, no començar de manera tan magistral. I jo sóc molt magistral, durant el desenvolupament de les unitats, però crec que les introduccions no poden ser-ho!! Crec que és el professor també és un element important, a l'hora de reconduir el diàleg ..

T: Sí, perquè si no pot ser molt perillós.

M: Molt bé, hi ha alguna cosa més?

T: Sí, que endavant i que mantinc que m'interessa, hi veig coses molt positives...

LL: Home, jo que no sóc matemàtica, m'ha aportat didàctica, per dir-ho d'alguna manera. A vegades em costa explicar segons quines coses, poder perquè no sóc matemàtica. Per mi ha estat molt positiu poder –ho fer, i no ha estat gens feixuc, perquè és una pinzellada just al començament. Seria diferent que em fessis canviar tota la meva manera de fer, però puntualment m'ha aportat molt, i l'any que ve m'ho guardaré i ho faré amb tots els grups.

M: M'alegra molt sentir això... gràcies per tot i fins la propera.

Annex 6: El test de motivació AF-5 “Autoconcepte”

Annex 6: El test de motivació AF-5 "Autoconcepte"

A continuació s'adjunta una fotocòpia del test AF-5 que es va passar als 240 alumnes de la mostra.

Nombre y apellidos _____ Sexo ☐ VARÓN ☐ MUJER

Centro _____ Curso _____

Edad ☐☐ Fecha de aplicación ☐☐ – ☐☐ – ☐☐ (DÍA – MES – AÑO)

Nº 265

AF5

INSTRUCCIONES

A continuación encontrará una serie de frases. Lea cada una de ellas cuidadosamente y conteste con un valor entre 1 y 99 según su grado de acuerdo con cada frase. Por ejemplo, si una frase dice «La música ayuda al bienestar humano» y Vd. está muy de acuerdo, contestará con un valor alto, como por ejemplo el 94. Vea cómo se anotaría en la Hoja de respuestas.

«La música ayuda al bienestar humano»..... 94

Por el contario, si Vd. está muy poco de acuerdo, eligirá un valor bajo, por ejemplo el 9, y lo anotará en la Hoja de respuestas de la siguiente manera:

«La música ayuda al bienestar humano»..... 09

No olvide que dispone de muchas opciones de respuesta, en concreto puede elegir entre 99 valores. Escoja el que más se ajuste a su criterio.

RECUERDE, CONTESTE CON LA MÁXIMA SINCERIDAD

PUEDEN VOLVER LA HOJA Y COMENZAR

NOTA: Se han redactado las frases en masculino para facilitar su lectura. Cada persona deberá adaptarlas a su propio sexo.

Autor: G. Musitu y F. García.
Copyright © 1999 by TEA Ediciones, S.A. - Edita: TEA Ediciones, S.A.; Fray Bernardino de Sahagún, 24; 28036 MADRID - *Este ejemplar está impreso en DOS TINTAS. Si le presentan otro en tinta negra es una reproducción ilegal. En beneficio de la profesión y en el suyo propio, NO LA UTILICE* - Prohibida la reproducción total o parcial. Todos los derechos reservados - Printed in Spain. Impreso en España.

Nombre y apellidos _____ Sexo ☐ VARÓN ☐ MUJER

Centro _____ Curso _____

Edad ☐☐ Fecha de aplicación ☐☐ – ☐☐ – ☐☐ (DÍA – MES – AÑO)

Nº 265

AF5

INSTRUCCIONES

A continuación encontrará una serie de frases. Lea cada una de ellas cuidadosamente y conteste con un valor entre 1 y 99 según su grado de acuerdo con cada frase. Por ejemplo, si una frase dice «La música ayuda al bienestar humano» y Vd. está muy de acuerdo, contestará con un valor alto, como por ejemplo el 94. Vea cómo se anotaría en la Hoja de respuestas.

«La música ayuda al bienestar humano»..... 94

Por el contario, si Vd. está muy poco de acuerdo, eligirá un valor bajo, por ejemplo el 9, y lo anotará en la Hoja de respuestas de la siguiente manera:

«La música ayuda al bienestar humano»..... 09

No olvide que dispone de muchas opciones de respuesta, en concreto puede elegir entre 99 valores. Escoja el que más se ajuste a su criterio.

RECUERDE, CONTESTE CON LA MÁXIMA SINCERIDAD

PUEDEN VOLVER LA HOJA Y COMENZAR

NOTA: Se han redactado las frases en masculino para facilitar su lectura. Cada persona deberá adaptarlas a su propio sexo.

Autor: G. Musitu y F. García.
Copyright © 1999 by TEA Ediciones, S.A. - Edita: TEA Ediciones, S.A.; Fray Bernardino de Sahagún, 24; 28036 MADRID - *Este ejemplar está impreso en DOS TINTAS. Si le presentan otro en tinta negra es una reproducción ilegal. En beneficio de la profesión y en el suyo propio, NO LA UTILICE* - Prohibida la reproducción total o parcial. Todos los derechos reservados - Printed in Spain. Impreso en España.

Annex 7: Document enviat als diferents centres demanant la col·laboració en l'estudi

Annex 7: Document enviat als diferents centres demanant la col·laboració en l'estudi

Justificació del projecte.

És un fet prou conegut entre el personal docent de Secundària que la balança coneixements-recursos pedagògics està desequilibrada cap al primer plat. I és que els professors/es d'ESO i Batxillerat som professionals en quan a la matèria que impartim i no en *l'art d'ensenyar*. La meva pròpia experiència com a llicenciada en Matemàtiques i professora de Segon Cicle d'ESO m'ha portat a pensar que l'única manera d'omplir el segon plat és a base d'experiència, que pot venir donada pel temps, per les aportacions dels companys de l'equip, pels consells dels més experts en el tema, per un curset de "Tècniques i recursos…", "L'adolescent i el seu procés d'aprenentatge…", etc. ...

És en aquest punt on la meva inquietud no em deixa conformar amb aquest *anar fent* i em demana una base sòlida de referència a la que puguem recórrer d'entrada per tenir una direcció més marcada a l'hora d'enfocar un crèdit, i dins d'aquest, una unitat didàctica, i més concretament encara, l'objectiu en qüestió del dia concret en que ens trobem.

Pel meu cap ballen diverses opcions, des de demanar a les persones que s'han format per ensenyar (mestres, pedagogs, etc.…) fins a començar a llegir les col·leccions infinites de llibres existents sobre Pedagogia.

La primera opció és bona atès que la informació pot ser més directa i concreta segons els meus interessos, però falla bàsicament en dues qüestions importants: jo haig de tractar adolescents i l'especialitat dels meus companys no toca aquesta franja d'edats; jo haig d'impartir una matèria en que el salt al pensament formal (Piaget) és molt important, a diferència de l'etapa d'Educació Primària .

Quant a la segona opció, és molt densa i pot arribar a conduir-me a una gran formació general però poc concreta i clara, .. algun motiu de pes hi deu haver si la llicenciatura en Pedagogia té una durada de 5 anys.

Així doncs, fruit d'algun temps en què he barrejat de manera bastant aleatòria ambdues sortides, se m'acut una modesta i possible via:

- Intentar treballar i escriure un tractament exhaustiu i sistemàtic dels OTA de l'àrea de Matemàtiques des d'un punt de vista constructivista , basant-me en la Teoria de l'Aprenentatge Significatiu (a la manera d'Ausubel).

Concreció.

A grans trets, l'esquema d'un procés d'aprenentatge significatiu és el següent:

- L'alumne parteix d'uns coneixements previs i d'un equilibri inicial
- Es crea un desequilibri (l'agent del qual és el docent):*fase de la MOTIVACIÓ*
- S'introdueix el contingut en qüestió (ni massa llunyà ni proper dels coneixements previs de l'alumne)
- L'alumne fa un APRENENTATGE SIGNIFICATIU i torna a un equilibri, en el qual hauria de quedar una MEMÒRIA COMPRENSIVA del què s'ha après.

A partir d'aquí se m'acut que una possibilitat és explicar com aplicar de manera exhaustiva el segon moment del procés (que és on intervé de manera més activa el docent) de la teoria de l'aprenentatge significatiu dins l'àrea de Matemàtiques a l'ESO.

Per fer això, hauria d'agafar objectiu a objectiu (em refereixo als OT) i fer una proposta concreta de com aplicar el punt 2 tenint sempre en compte el punt 1 de l'esquema anterior, és a dir: concretar quins coneixement previs té l'alumne en aquell moment (ja siguin els que li vénen del currículum com els que li vénen de l'entorn en que viu) i a partir d'aquí proposar un camí determinat per a crear-li un desequilibri que, per sobre de tot, fos motivador.

Així, podria escriure un "manual" (paral·lel al què són els diferents tercers nivells de concreció) en el que tractaria bàsicament la MOTIVACIÓ de tots i cadascun dels objectius de l'àrea.

Observacions.

En començar a pensar com realitzar aquesta tasca, me n'adono que els OTA no deixen de ser massa generals i transversals (aquí la transversalitat l'entenc dins la mateixa àrea de Matemàtiques, no la transversalitat dels *eixos transversals* de la Reforma). És per aquest motiu, que després d'haver llegit el 1r nivell de concreció crec que potser és més directe treballar directament els continguts (conceptuals o procedimentals, segons s'escaigui).

El meu treball tindria una base bastant científica (perquè crec que és en l'essència del coneixement matemàtic on a vegades es troba la manera de crear aquests desequilibris en els alumnes) però seria d'aplicació directa a l'aula.

Penso que sense aquest contacte diari amb l'alumnat em seria impossible redactar el projecte en qüestió !

A continuació us adjunto una mostra:

- Títol: introducció al concepte de sistema de referència

- Coneixements previs:

Curriculars	Vida quotidiana
Els nombres	Adreces, situació de les cases i dels llocs per carrers i nombres
Elements i organització del pla	Situació de les diferents aules dins l'escola
	Joc de vaixells
	Situació dels alumnes a l'aula
	Quilometratge de les carreteres

- Proposta de material

Per motivar/introduir als alumnes al concepte que ens ocupa, i atès que estem treballant en un tema directament relacionat amb l'espai (en aquest cas de dues dimensions), no veig la necessitat d'utilitzar materials extres manipulatius. Crec que n'hi ha prou amb aprofitar l'entorn de la classe (disposició de les taules), així com també qualsevol entorn en que s'hagin de situar (diferents aules dins d'un mateix pis de l'escola, diferents cases dins de la ciutat, etc..).

D'altra banda, crec que la pissarra, en aquest cas, és una eina molt útil, donat que és plana i que és un espai molt apropiat per a situar-hi punts i veure-hi la necessitat d'una referència.

- Proposta de protocol

La mestra arriba a la classe i d'entrada no fa obrir llibre ni llibreta. És un moment de diàleg i de construcció del concepte, construcció que s'anirà fent de mica en mica, i que la mestra, en la mesura que pugui, anirà reconduint cap allà on li interessi:

Una proposta/exemple seria la següent:

Preguntar als diferents alumnes:

"Tu, on vius?"
"On està l'escola?"
"On està assegut en Joan?"
"On està asseguda la Maria?"
"On és l'aula de Tecnologia?"
"On és la Sala de Professors?"

Si pot ser, preguntar per aules que es trobin al mateix pis, per emfatitzar que ens movem en el pla.

Observació: alguns faran servir recursos gestuals (senyalar), d'altres faran anar mots imprecisos (allà, més endavant, cap allí…). Cal anar-los eliminant i tornar a repetir les preguntes, fins que es vegin obligats (com si tots estiguéssim amb el ulls clucs) a utilitzar algun sistema de referència verbal, com per exemple:

"Jo visc al carrer Barcelona, número 4", "L'escola queda a la plaça Major"

"En Joan seu a la 2ª fila, a la cadira 3 començant a comptar per la dreta si mirem cap a la pissarra", "La Maria seu una fila més endarrera que en Joan, però a la mateixa columna de cadires."

"L'aula de Tecnologia és al passadís lateral esquerra", "La Sala de Professors és al costat de Secretaria"

Conclusió : cal donar noms als diferents llocs i ordenar-los

A continuació es tracta de motivar als alumnes de la necessitat d'un sistema de referència.

Pot ser molt útil, per exemple, preguntar a dos alumnes que estiguin asseguts en dos taules consecutives.

"Qui està més a prop teu, en Joan o la Mercè?"
"I en el teu cas?"

O a un alumne/a:

"Què queda més lluny, casa teva, o l'escola?

"L'escola queda més lluny de casa meva si estic a casa, però si estic a l'escola és al revés!"

Conclusió: tot depèn d'on ens centrem a l'hora de decidir qui està més lluny o més a prop! Cal fixar el punt de partida a l'hora d'ordenar

Ha arribat el moment de fer el salt cap a l'abstracció, tractant el concepte des del llenguatge de les Matemàtiques: es proposa esborrar tota la pissarra i fer el següent plantejament, marcant un punt amb el guix de tota la pissarra.

"Quin punt és aquest?" Cal posar-li un nom!
"I aquest?" Cal posar-li un nom diferent a l'anterior!

"De la mateixa manera que posem noms als carrers i números a les portes, o que numerem els diferents pisos d'un edifici, o que situem els alumnes d'una classe segons la fila i la columna on seuen, hem de tenir un sistema per enumerar tots i cadascun dels punts que podrien omplir la pissarra. "

"És per això que s'ha inventat el que es diu un sistema de referència"

Llavors es pot dibuixar un sol eix de coordenades (p.e l'eix d'ordenades i plantejar el següent:

"*N'hi hauria prou en dir sobre quina alçada d'aquest eix es troba un punt per determinar-lo?"*

Dibuixar diferents punts que tinguin la mateixa ordenada.

"Cal, per tant, afegir-hi una altra dimensió. "

Dibuixar l'eix d'abscisses.

"Ara tots els punts diferents estan a alçades i amplades diferents. Per mesurar-les, posarem una mena de regle sobre cada eix, com quan situàvem nombres enters o racionals sobre una recta."

Marcar bé l'origen de coordenades.

Aleshores només cal fer notar que allà on es tallen els eixos serà el punt de partida (com el Km 0 d'una carretera) i per tant allà les dues magnituds valdran 0: és l'origen de coordenades. Després d'això, ja es poden escriure la definició formal a la pissarra de sistema de referència i posar els exemples pertinents, posant punts dels quatre quadrants i fent èmfasi amb els diferents signes que posen aparèixer en les coordenades, segons el diferent quadrant.

"Ara tots els punts tenen nom i cognom i s'escriu (,)"

En aquest moment es pot fer una analogia amb el Joc de vaixells, comparant ambdós sistemes, i aprofitar per introduir la necessitat de que les dues magnituds (x i y) siguin nombres. Notem que en el joc de vaixells, les coordenades on es troben els vaixells comprenen valors numerables, i per tant és igual posar-hi nombres que lletres.
En el cas de punts del pla, però, puc tenir un punt que es troba en (1/3, -π), per posar un exemple radical.

Just després, i donat que s'està parlant de categories d'infinits, cal afegir la idea de que la pissarra és finita, però que fora de la pissarra el pla continua, i que per tant, les coordenades x i y, no només són tant precisos com un vulgui, sinó que també poden prendre valors tant grans com calgui (magnituds infinites no numerables)

Annex 8: Fotografies del material del protocol dels políedres

Annex 8: Fotografies del material del protocol dels políedres

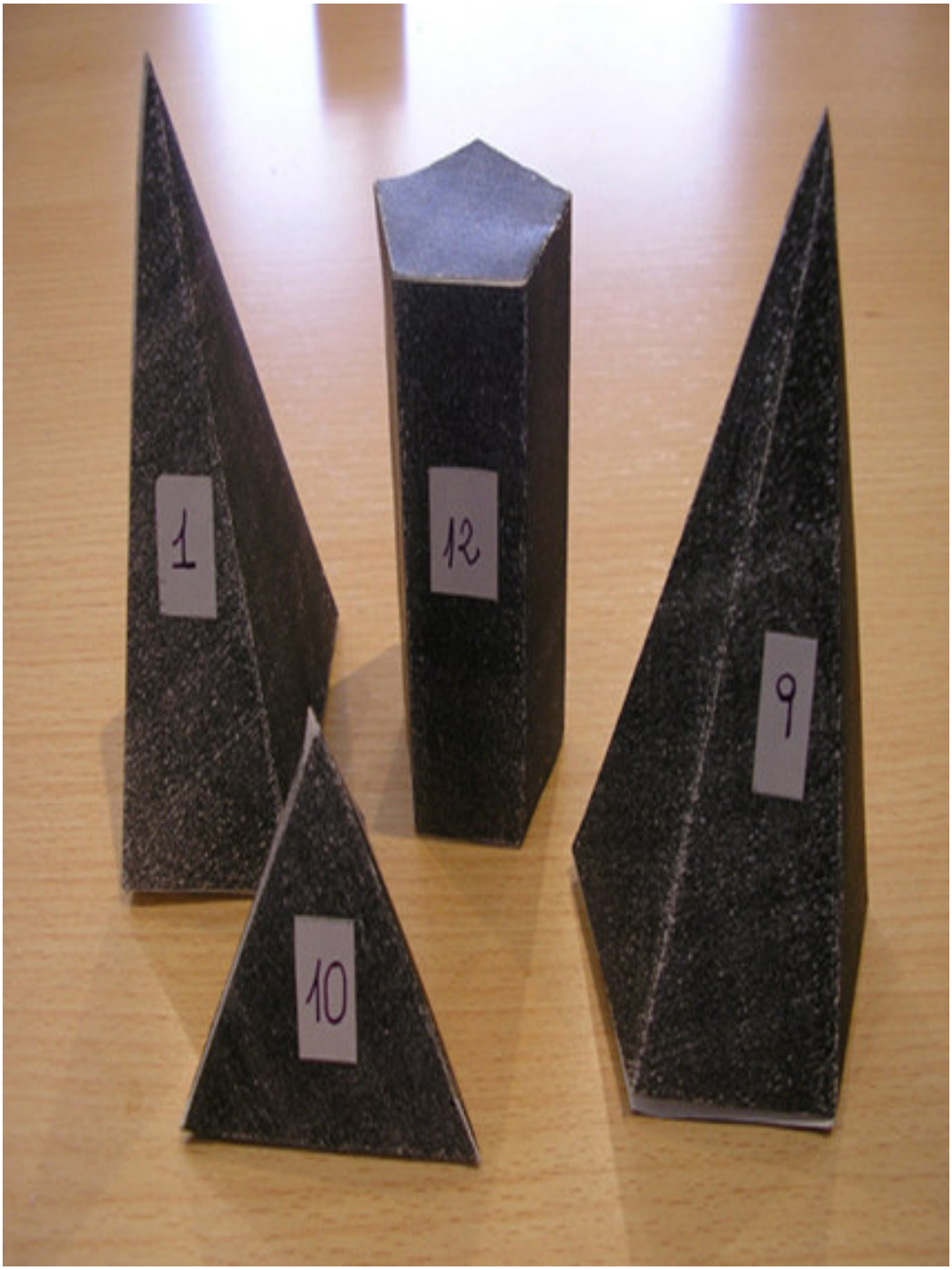


FOTO 1: Prisma de base pentagonal (12), piràmide de base hexagonal (9), piràmide de base quadrada (1) i tetràedre (10) .

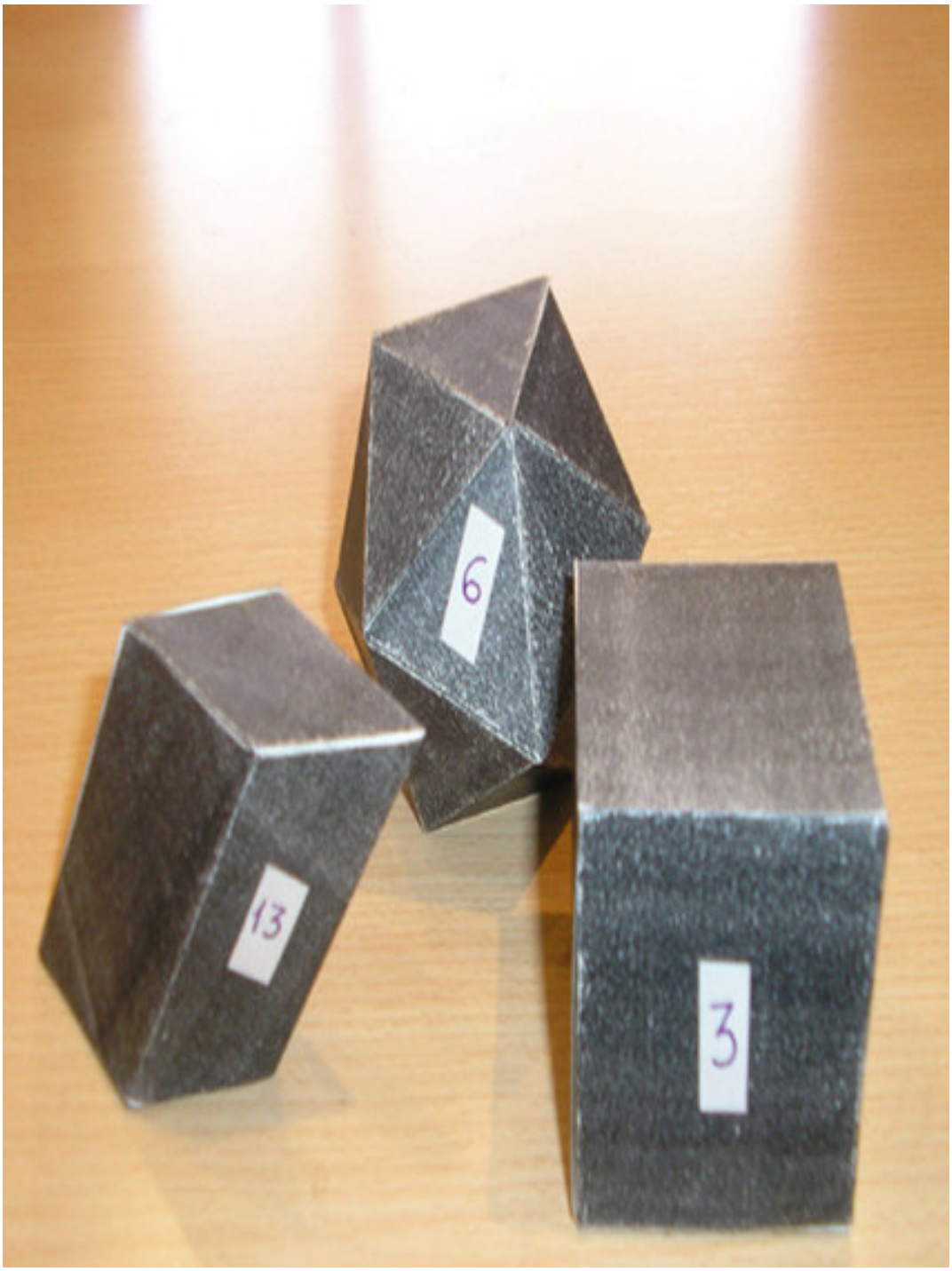


FOTO 2: Prisma oblic (13), icosàedre (6) i cub o hexàedre (3).

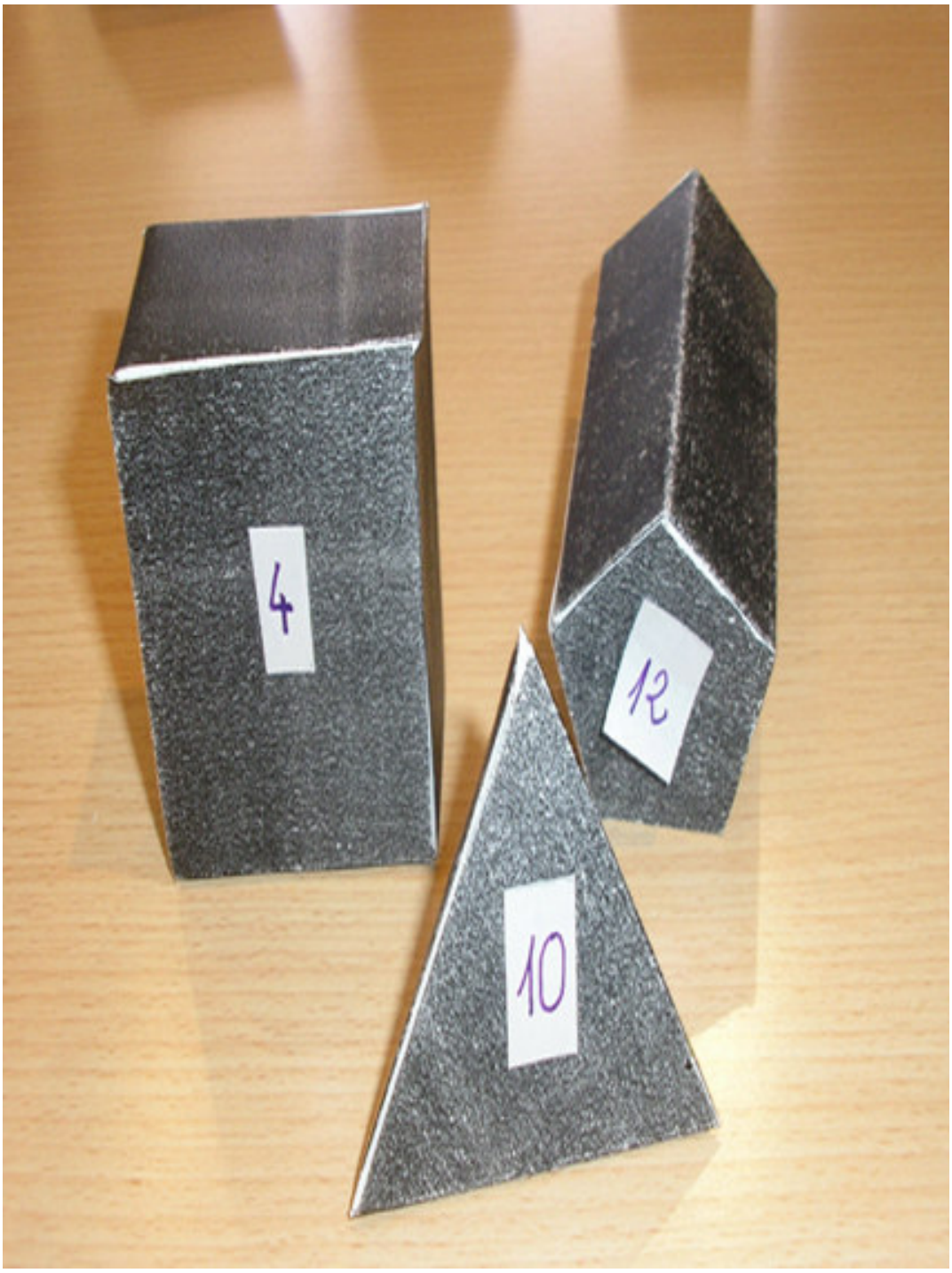
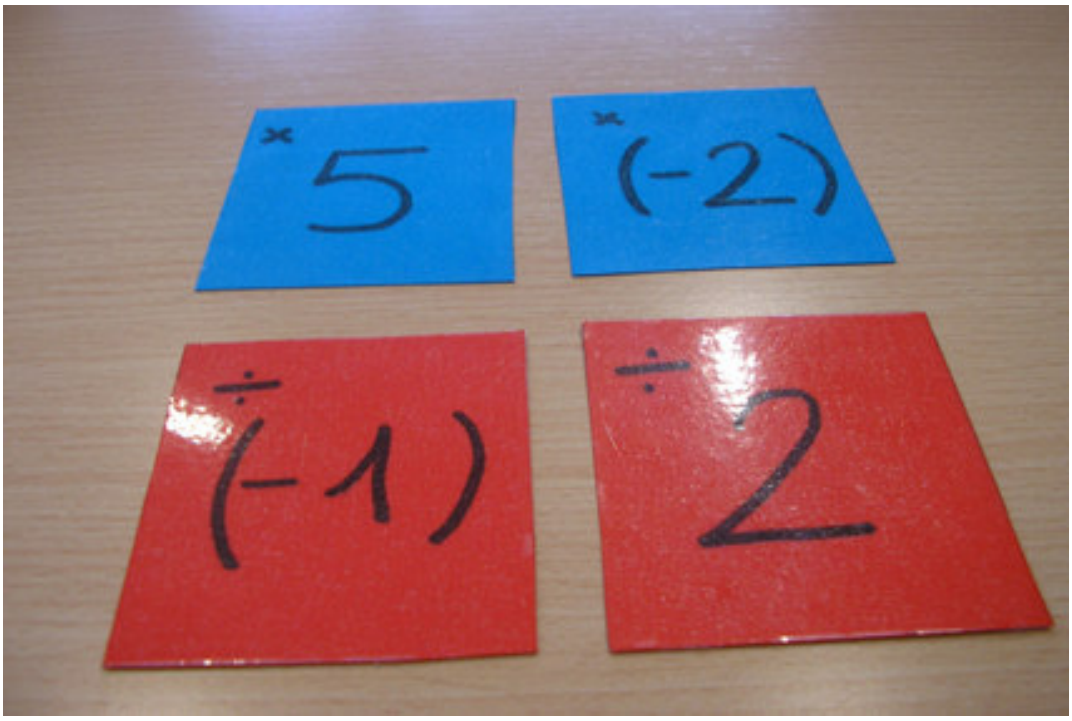


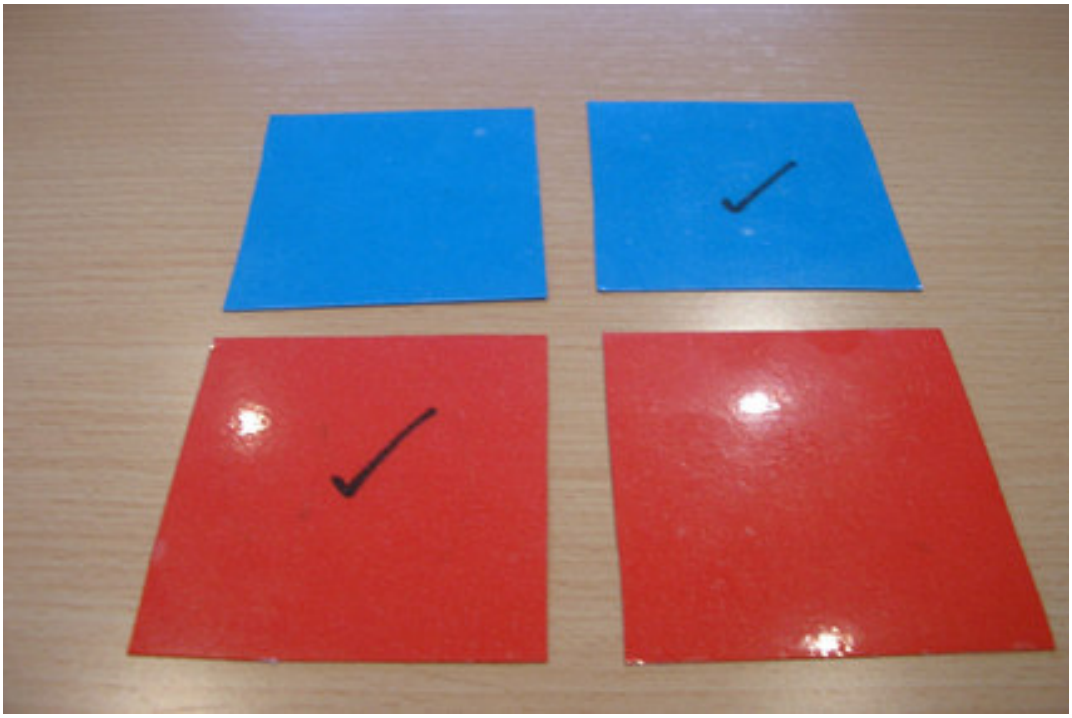
FOTO 3: Tetràedre (10), prisma de base pentagonal (12) i ortoedre (4)

Annex 9: Fotografies del material del protocol de les desigualtats

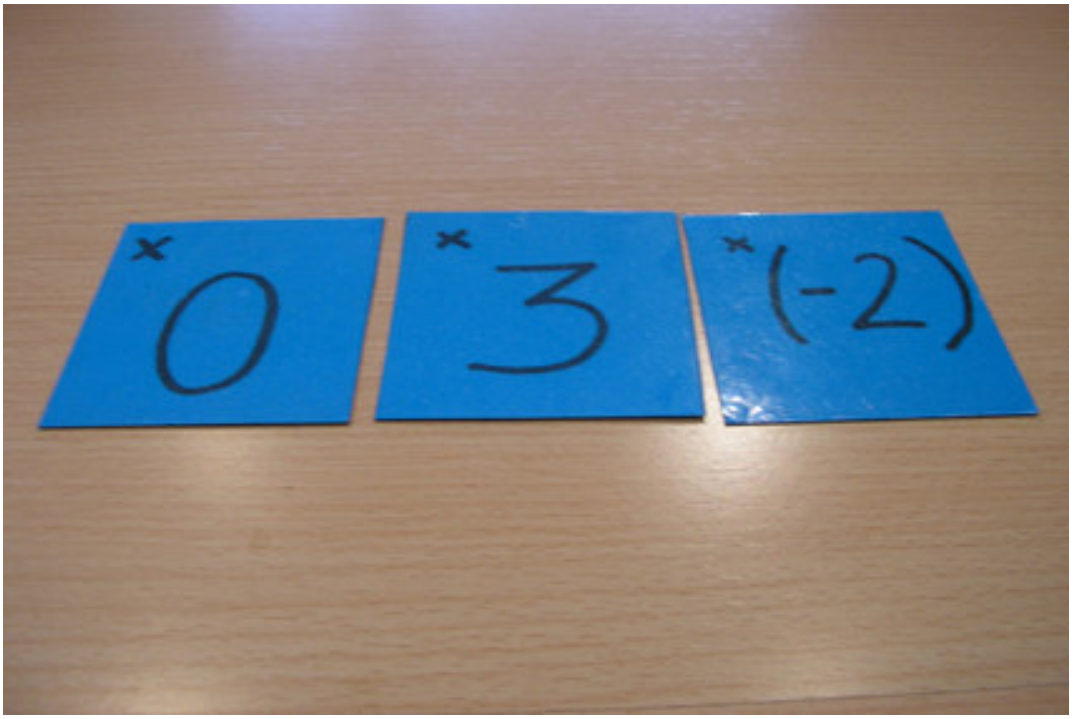
Annex 9: Fotografies del material del protocol de les desigualtats

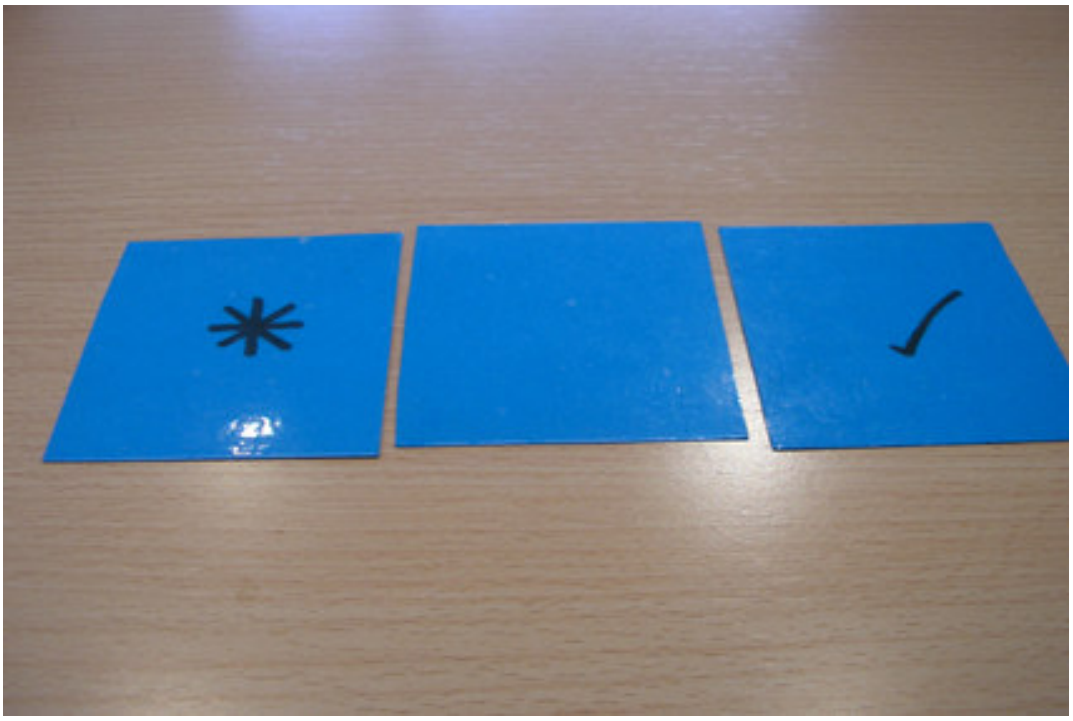
FOTO 4: Presentació de les targetes utilitzades en el protocol per a introduir les desigualtats.





FOTOS 5 i 6: Targetes de multiplicar i dividir, pel davant i pel darrera, on es pot veure les que estan marcades, que són les que inverteixen el sentit de la desigualtat.





FOTOS 7 i 8: Targetes de multiplicar, pel davant i pel darrera, on es pot veure la carta del zero marcada, en ser l'operació que dóna empat a banda i banda de la desigualtat.

Annex 10: Protocol per a introduir el concepte d'equació

Annex 10: Protocol per a introduir el concepte d'equació

- Títol: introducció al concepte d'equació
- Coneixements previs:

Curriculars	Vida quotidiana
Els nombres	Funcionament balança romana
Magnituds i mesura	Expressions quotidianes de relació entre quantitats: el doble, el següent, etc…

En aquesta sessió es tracta d' introduir al concepte d'equació a partir del plantejament d'un problema i no al revés (primer equacions, després problemes), ja que així els alumnes s'acostumen a resoldre equacions que tenen un motiu de ser. Cal dir, però , que un cop introduït el concepte s'ha de passar a equacions més complexes (com per exemple les equacions amb denominador), en les que la majoria dels alumnes no estan capacitats per plantejar en forma de problema. En els Exemples 1 i 3 es tracta la motivació de l'equació des del punt de vista del plantejament de problemes senzills. S'aprofita també l'Exemple 1 per establir tres categories de diferents coneixements previs, i es suggereixen diferents camins per atendre la diversitat en aquest sentit. En l'Exemple 2 es dóna una idea per deduir-ne la mecànica resolutiva

- Proposta de material:

En aquest protocol el material més important és la comunicació. No cal utilitzar cap material addicional, sinó posar els cinc sentits a totes les respostes i dubtes que sorgeixin dels alumnes per reconduir-les a l'objectiu proposat i fer adonar dels errors de concepte.

- Proposta de protocol

La professora arriba a la classe i d'entrada no fa obrir llibre ni llibreta. És un moment de diàleg i de construcció del concepte, construcció que s'anirà fent de mica en mica, i que la professora, en la mesura que pugui, anirà reconduint cap allà on vol arribar.

Exemple 1

1.- *" Busqueu un nombre que al doblar-lo doni 8 "*

2.- *" Trobeu un nombre que sumat a 5 doni 8 "*

3.- *" Trobeu un nombre que multiplicat per 6 doni 30 "*

Fins aquí es donaran diferents procediments per part dels alumnes.

1.- A: *Què vol dir doblar ?*
B: *És el 4*
C: *8 / 2 = 4*

2.- A: *Per tempteig: " és el 3 "!!*
B: *És el 3*
C: *8 - 5 = 3*

3.- A: *No em sé la taula del 6.*
B: *6 ·3 = 18, 6·4 = 24… 6·5 = 30 !! És el 5 !!*
C: *30 / 6 = 5*

En el primer cas: podem afirmar que l'alumne no està preparat per fer el salt abstracte cap a les equacions, doncs encara no té assolits els conceptes concrets necessaris (veure coneixements previs curriculars). Cal doncs, fer un reforç previ d'aquests (batalles d'operacions, taules de multiplicar, ..)

En el segon cas, l'alumne té assolits els conceptes previs concrets, però sovint no n'és conscient i a l'hora d'invertir operacions (restar o dividir), ho fa de memòria. En aquest cas, és perillós ensenyar "a pèl" la mecànica de resolució d'una equació, en el sentit que sortiran alumnes que resolen equacions però que no saben ni entenen què estan fent per aïllar la incògnita. Això els donarà una "memòria" no comprensiva i amb el temps pot portar crear grans confusions , de les quals sorgeixen passos surrealistes (com passar un nombre que està multiplicant amb signe menys restant, etc.…).

En el tercer cas, l'alumne opta per fer anar oposats respecte la suma (quan resta) i simètrics respecte el producte (quan divideix), encara que ell no ho sap. En aquest tipus d'alumnes, no els costarà la tècnica d'equacions, però sí veure'n la motivació inicial. Crec que en aquest tipus d'alumnes és molt important posar èmfasi a que entenguin els passos de la recepta, donat que el que farem és reforçar

positivament la seva intuïció. Pel què fa a la motivació de la necessitat d'una equació, veure els exemples 1 i 3.

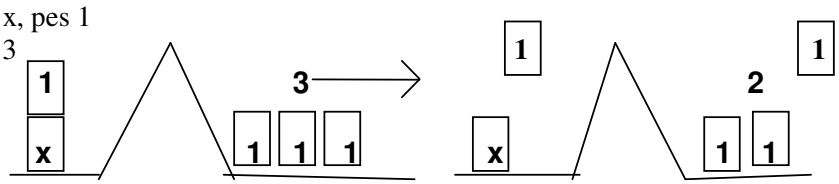
Exemple 2

Utilització de la balança romana per a deduir la mecànica dels passos.

2.1.- Per resoldre formalment el cas 2 de l'Exemple 1.

Amb l'ajut d'una balança romana, visualitzarem que qualsevol nombre sumat amb x passa restant a l'altre membre de l'igual.

Plat 1: Pes x, pes 1
Plat 2: Pes 3



Cal mantenir l'equilibri !!

Equació inicial: $x + \mathbf{1} = 3$

Equació final: $x = 3 \mathbf{-1}$

S'aconsella posar més d'un exemple com aquest, fins al punt que siguin els mateixos alumnes els que facin propostes escrites i les intentin reproduir amb la balança. Cal posar èmfasi en el fet que en aquesta sessió només es pretén que els alumnes assimilin el concepte d'equacions semblants a partir d'aquests equilibris, i no que surtin sabent resoldre mecànicament les equacions. Creiem que és important aquesta fase inicial de interiorització d'aquest fet. Un cop es trobin resolent equacions, sembla que aquesta imatge la poden recuperar i utilitzar en moments que apareixin dubtes tècnics.

2.2.- Per resoldre formalment els casos 1 i 3 de l'Exemple 1.

Qualsevol nombre que multiplica a la incògnita passa dividint a l'altre membre. Es tracta de construir una altra balança, però aquest cop utilitzant els pesos de la manera següent:

Plat 1 : 4 pesos x
Plat 2: Pes 20

Exemple 3

En aquest exemple, proposem problemes a diferents nivells, segons les categories A, B i C inicials, que els obliguin a trobar la solució. En tots tres casos, caldrà traduir la situació a equació; si bé en el primer i segon cas no es preveu que ho faci l'alumne, es pot deixar els alumnes del grup C perquè ho facin sols. Després es poden agrupar alumnes del C amb alumnes del B per fer una estona de pràctica a nivell de company – tutor. És un bon moment perquè la professora treballi a soles amb el grup A.

Dirigit al grup A: *Un medicament en forma de pastilles està envasat en pots de 36 pastilles. Si el metge indica que el pot ha de durar 12 dies, quantes pastilles s'ha de prendre el pacient cada dia?*

Dirigit al grup B: *Un medicament en forma de pastilles està envasat en pots de 36 pastilles. Si el metge indica que el pot ha de durar 12 dies, quantes pastilles s'ha de prendre el pacient cada dia? Cada quantes hores s'ha de prendre una pastilla?*

Dirigit al grup C:
Problema 1: *Un medicament en forma de pastilles es pot prendre, segons les indicacions del metge, o bé cada 3 hores o bé cada 4 hores. Quantes pastilles ha de contenir una capsa, com a mínim, per tal que sempre hi hagi pastilles suficients per a una dosi diària?*

Aquest problema permet el diàleg a nivell de tota la classe, doncs tots els alumnes s'estan basant en la mateixa situació, malgrat tots tres grups tinguin objectius diferents! Estem introduint mètodes comprensius a l'aula. En cadascun d'aquests problemes, la professora pot intentar guiar als alumnes que estiguin bloquejats amb traduccions del problema a expressions algebraiques, sempre i quan s'hagi entès l'enunciat.

Dirigit al grup A: Troba la dotzena part de 36.

Dirigit al grup B Troba la dotzena part de 36. Després busca la tercera part de 24.

Dirigit al grup C: Busca un nombre que sigui múltiple de 3 i 4 alhora, el més petit possible.